LQR 控制器设计实验

1. 文件目录

2. 总体说明

3. 关键功能的实现

4. 相关文献

附加资源

3.文件目录

例程目录：[安装目录]\RflySimAPIs\5.RflySimFlyCtrl\2.AdvExps\e5_LQR-CtrlExp

序号	实验名称	简介	文件地址
1	LQR 姿态控制器设计实验		1.AttitudeCtrl-LQR\Readme.pdf

总体说明

为了提升旋翼无人机底层控制器的抗干扰能力，设计基于模型的控制器。LQR是一种相对来说容易实现的基于模型控制的控制器。LQR的主要思想是将被控制系统看成一个线性系统，通过系统辨识的方法获得一个线性系统模型，然后根据期望的系统极点计算出状态反馈增益。

线性系统的辨识大概分为3步，首先明确系统的输入输出，然后进行扫频实验获取输入输出的日志，将输入输出日志导入MATLAB利用MATLAB工具箱可辨识出传递函数模型，具体实现可参见例程..\..\..\4.RflySimModel\2.AdvExps\e13_CopIdModel\Readme.pdf。LQR的设计一般是使用状态空间模型，所以在使用之前需要将传递函数模型转换成状态空间描述。

关键功能的实现

3.1 LQR基本原理

我们首先考虑系统方程

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

其中*x*是系统的状态向量，对于无人机来说，位置、速度、加速度、姿态、角速度等都可以选为状态量。*A*是系统矩阵，与无人机转动惯量、气动参数等物理参数，运动学约束条件，动力学约束条件有关。*B*是输入矩阵，反映系统状态对输入反应的灵敏程度。

输入*u*如何计算是控制器设计的关键。通常*u*以状态反馈的形式输入，即

$$u = -Kx$$

设计的目标是找到一个*K*，使得系统的损失函数最小。

$$J = \int_0^\infty \left[x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)\right] dt$$

上面的设计目标，主要是以较小的能量消耗实现状态控制。这里不加证明的给出，当*K*满足如下条件时能最小化损失函数。

$$K = R^{-1}B^T P$$

其中

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

通过上面的方式获得*K*，似乎还比较复杂，但是我们可以利用MATLAB计算出*K*。

参考：
https://ww2.mathworks.cn/help/control/ref/lti.lqr.html?searchHighlight=LQR&s_tid=srchtitle_LQR_1

3.2 极点配置法控制四旋翼姿态

姿态发生变化是因为力矩的作用，所以姿态控制的输入为力矩，当多机相互干扰时，这种干扰对姿态的影响看作扰动力矩。

首先考虑在姿态环和角速度环设计LQR控制器，期望在扰动作用下姿态能更好的追踪期望值。无人机失去稳定主要是倾斜程度过大，即俯仰角或者滚转角过大，所以LQR首先应用于俯仰角和滚转角。为了简化设计，俯仰角和滚转角设计成相互独立的控制器。值得说明的是原来PID的姿态环和角速度环将被LQR作为一个整体替换。

如果直接将LQR设计在姿态或者角度速度上，那么还需考虑渐进跟踪问题。为了避免引入渐进跟踪问题，将LQR设计在**姿态误差和角速度误差**上。

系统状态方程：

$$\begin{cases}\dot{\theta}_{err} = \omega_{err} \\ \dot{\omega_{err}} = J^{-1}M\end{cases}$$

其中

$$\theta_{err}$$

表示姿态，可以是俯仰角或滚转角，

$$\omega_{err}$$

表示与

$$\theta_{err}$$

相对应的角速度。*J*是待辨识的参数具有转动惯量的含义，

$$M$$

是虚拟的力矩，即原来角速度控制环的输出。

令

$$x = \begin{bmatrix}\theta_{err} \\ \omega_{err}\end{bmatrix}$$

，

$$u = M$$

。

$$x$$

可以直接测量，

$$M$$

可通过读取原始PID控制器输出获得，那么可以利用MATLAB工具箱，辨识出系数*A*和系数*B*。

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

系数的理论值为

$$A = \begin{bmatrix}0 & 1 \\ 0 & 0\end{bmatrix} \ B = \begin{bmatrix}0 \\ J^{-1}\end{bmatrix}$$

实际系统模型通过系统辨识获得。

用MATLAB极点配置法可得到K

$$u = Kx$$

3.3 极点的选取

当一个系统具有负极点时，系统是稳定的。系统负极点负得越多，系统抵抗外界干扰的能力越强。但是，极点并不是想负多少就能负多少，极点会受到系统输出能力的限制。

极点的选取一般通过经验获得，这里提供经验规则。从无人机动力学特性来说，机臂越长能够提供的力矩越大，能支持的极点越大。

对于450飞机使用极点

$$p_{450} = [-20, -16]$$

，分别对应滚转通道和俯仰通道。对于其它臂展的飞机可以根据下面的经验规则推算极点。假设其它型号飞机臂长为l,那么极点可配置为

$$p_l = \frac{p_{450}}{0.45} * l$$

其中l的单位为m。

例如150飞机的极点为，

$$p_{150} = [-6.7, -5.3]$$

相关文献

附加资源

官方文档：RflySim官方文档：https://rflysim.com/doc/zh/

社区交流：加入RflySim技术交流群：951534390

RFLYSIM