

微小型固定翼无人机飞行控制 设计与实践

第8章 轨迹规划与微分平坦控制实验

全 权

qq_buaa@buaa.edu.cn

自动化科学与电气工程学院



北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY



可靠飞行控制研究组

RELIABLE FLIGHT CONTROL GROUP



大纲



1. 基本原理

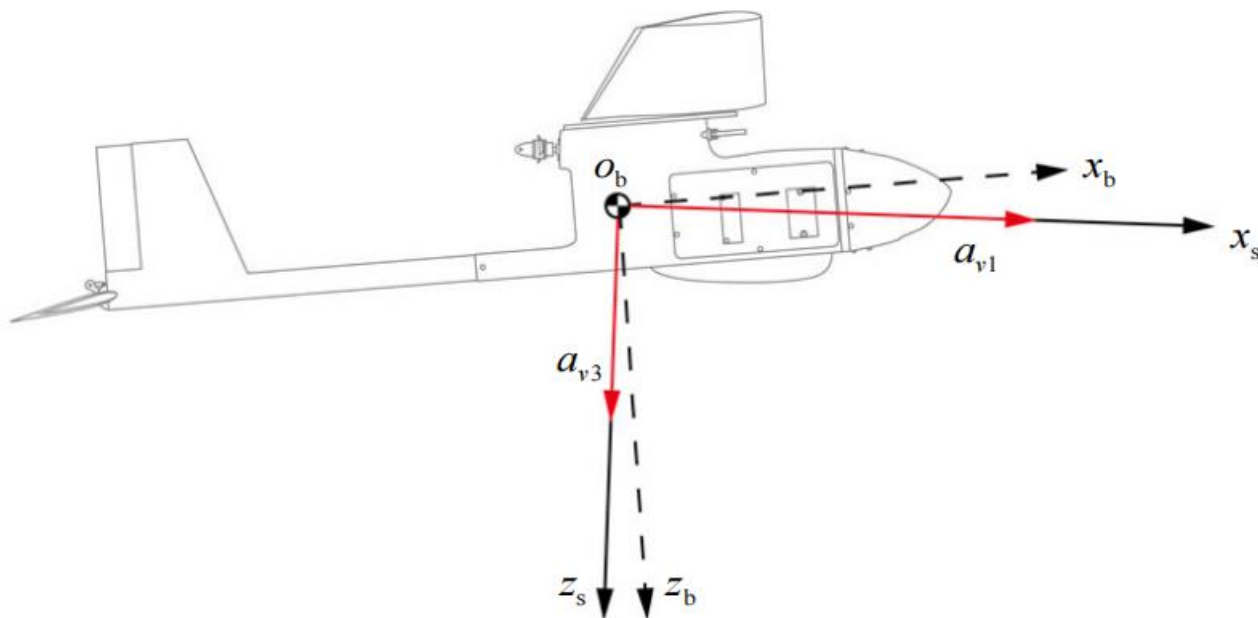
2. 基础实验

3. 分析实验

4. 设计实验

1. 基本原理

固定翼协调飞行模型



使用 $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^3$ 表示固定翼的质心位置, $\mathbf{R}_s^e$ 为描述固定翼稳定坐标系的旋转矩阵, 模型可以表示为

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{g} + \mathbf{R}_s^e \mathbf{a}_v.$$

协调飞行条件表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = V_a \mathbf{R}_s^e \mathbf{e}_1.$$

求导并代入前式得到

$$\begin{aligned} \mathbf{g} + \mathbf{R}_s^e (a_{v1} \mathbf{e}_1 + a_{v3} \mathbf{e}_3) &= \dot{V}_a \mathbf{R}_s^e \mathbf{e}_1 + V_a \mathbf{R}_s^e (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_1) \\ &= \dot{V}_a \mathbf{R}_s^e \mathbf{e}_1 + V_a \mathbf{R}_s^e (\omega_z \mathbf{e}_2 - \omega_y \mathbf{e}_3). \end{aligned}$$

因此, 为了保持协调飞行状态, 角速度 (俯仰和偏航) 需要满足约束

$$\omega_y = -(a_{v3} + g_{v3}) / V_a \quad \omega_z = g_{v2} / V_a.$$

1. 基本原理

微分平坦控制与轨迹跟踪



在现代控制理论中，表示一个受控系统常用

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

微分平坦性定义的核心就是：能取系统的平坦输出 $\mathbf{y}$ 及其各阶导数 $\dot{\mathbf{y}}, \ddot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(k)}$ 作为基向量来代数地表示原有的状态变量，即存在函数关系 $\mathbf{h}$ 使得

$$(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{h}\left(\underbrace{\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ddot{\mathbf{y}}, \dots, \mathbf{y}^{(k)}}_{\bar{\mathbf{y}}}\right).$$

固定翼的协调飞行模型在合理的操作范围内是微分平坦的，对 $\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{g} + \mathbf{R}_s^e \mathbf{a}_v$ 求导可得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(3)} &= \mathbf{R}_s^e (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}_v + \dot{\mathbf{a}}_v) \\ &= \mathbf{R}_s^e \begin{bmatrix} \omega_y a_{v3} \\ \omega_z a_{v1} \\ -\omega_y a_{v1} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_s^e \begin{bmatrix} \dot{a}_{v1} \\ -a_{v3} \omega_x \\ \dot{a}_{v3} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

1. 基本原理



微分平坦控制与轨迹跟踪

可以看出，协调飞行对滚转角速率 ω_x 没有约束限制。因此，定义在 $\mathbb{R}^6 \times \text{SO}(3)$ 上的协调飞行由位置、速度和方向变量组成，可以由轴向加速度 a_{v1} 、法向加速度 a_{v3} 和滚转角速率 ω_x 决定。

由于矩阵 $\mathbf{R}_s^e \cdot \text{diag}(1, -a_{v3}, 1)$ 在 $a_{v3} \neq 0$ 时非奇异，令固定翼的平坦输出 $\mathbf{y} = \mathbf{x}$ ，可变换得到

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_{v1} \\ \omega_x \\ \dot{a}_{v3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_y a_{v3} \\ \omega_z a_{v1} / a_{v3} \\ \omega_y a_{v1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/a_{v3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_e^s \mathbf{y}^{(3)}.$$

对期望的轨迹 $\mathbf{x}_d(t), t > 0$ ，为了使得轨迹 $\mathbf{x}(t)$ 精确追踪 $\mathbf{x}_d(t)$ ，构造如下动态：

$$\mathbf{y}_d^{(3)} = \mathbf{x}_d^{(3)} + k_1 (\ddot{\mathbf{x}}_d - \ddot{\mathbf{x}}) + k_2 (\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + k_3 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}).$$

代入上式可得

$$\begin{bmatrix} \dot{a}_{v1} \\ \omega_x \\ \dot{a}_{v3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_y a_{v3} \\ \omega_z a_{v1} / a_{v3} \\ \omega_y a_{v1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/a_{v3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_e^s \left(\mathbf{x}_d^{(3)} + k_1 (\ddot{\mathbf{x}}_d - \ddot{\mathbf{x}}) + k_2 (\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + k_3 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) \right)$$

1. 基本原理

■ 轨迹规划

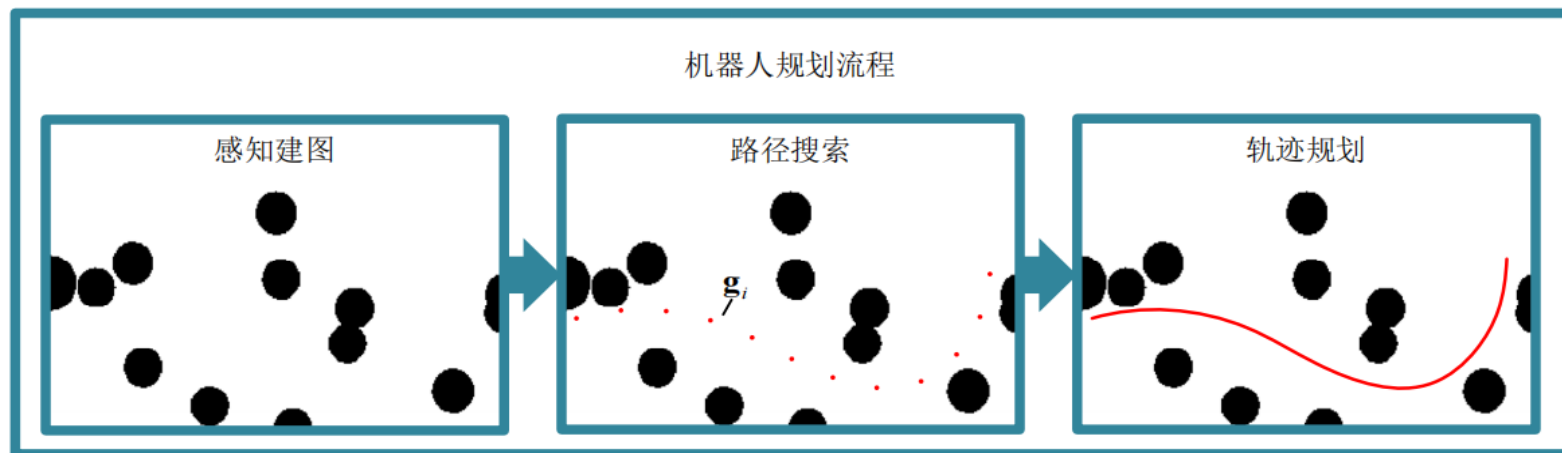


通常来说，机器人轨迹规划包含三个主要步骤：

1. 感知建图：机器人对周围环境的感知和对这些信息的建模
2. 路径搜索：机器人在环境中找到合适路径
3. 轨迹规划：在给定路径的基础上，规划机器人如何沿着路径运动

为了实现轨迹规划，一种常见的方式为通过多项式进行参数化，如 n 次多项式

$$\begin{aligned}\mathbf{p}(t) &= \mathbf{p}_0 t^0 + \mathbf{p}_1 t^1 + \mathbf{p}_2 t^2 + \mathbf{p}_3 t^3 + \cdots + \mathbf{p}_n t^n \\ &= \mathbf{P} [1 \ t \ t^2 \ \cdots \ t^n]^T.\end{aligned}$$



1. 基本原理

■ 轨迹规划



为了表达一段复杂的轨迹，将轨迹按时间分成多段，每段各用一条多项式曲线表示

$$\mathbf{p}(t) = \begin{cases} \mathbf{P}_1 [1 \ t \ t^2 \ \cdots \ t^n]^T, & t_0 \leq t < t_1 \\ \mathbf{P}_2 [1 \ t \ t^2 \ \cdots \ t^n]^T, & t_1 \leq t < t_2 \\ \cdots \\ \mathbf{P}_n [1 \ t \ t^2 \ \cdots \ t^n]^T, & t_{n-1} \leq t < t_n. \end{cases}$$

在轨迹规划的同时需要满足一定的约束条件，设定某一个点的位置、速度或加速度为一个特定的值，多项式多阶连续，可以构成等式约束。限制空间位置的，如飞行走廊，可以构成不等式约束。从而构建形如

$$\begin{aligned} \min_{\hat{\mathbf{P}}} \quad & f(\hat{\mathbf{P}}) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{A}_{\text{eq}} \hat{\mathbf{P}} = \mathbf{b}_{\text{eq}} \\ & \mathbf{A}_{\text{ieq}} \hat{\mathbf{P}} \leq \mathbf{b}_{\text{ieq}} \end{aligned}$$

的优化问题。式中， $\hat{\mathbf{P}} = [\mathbf{P}_1 \ \mathbf{P}_2 \ \cdots \ \mathbf{P}_n]^T$ ， $\mathbf{A}_{\text{eq}}, \mathbf{b}_{\text{eq}}$ 为线性等式约束系数矩阵， $\mathbf{A}_{\text{ieq}}, \mathbf{b}_{\text{ieq}}$ 为线性不等式约束系数矩阵。

1. 基本原理

■ B-样条轨迹生成——贝塞尔曲线

贝塞尔曲线的参数方程定义为

$$\mathbf{b}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{i,n}(t), t \in [0, 1].$$

式中 $b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i$ 为伯恩斯坦基函数，由于基函数具有递归性，常使用De Casteljau 提出的递推算法计算贝塞尔曲线，即

$$\mathbf{b}_{i,n}(t) = (1-t) \mathbf{b}_{i,n-1}(t) + t \mathbf{b}_{i-1,n-1}(t), i = 1, 2, \dots, n.$$

通过递归算法，可以直观简便获得各阶贝塞尔曲线：

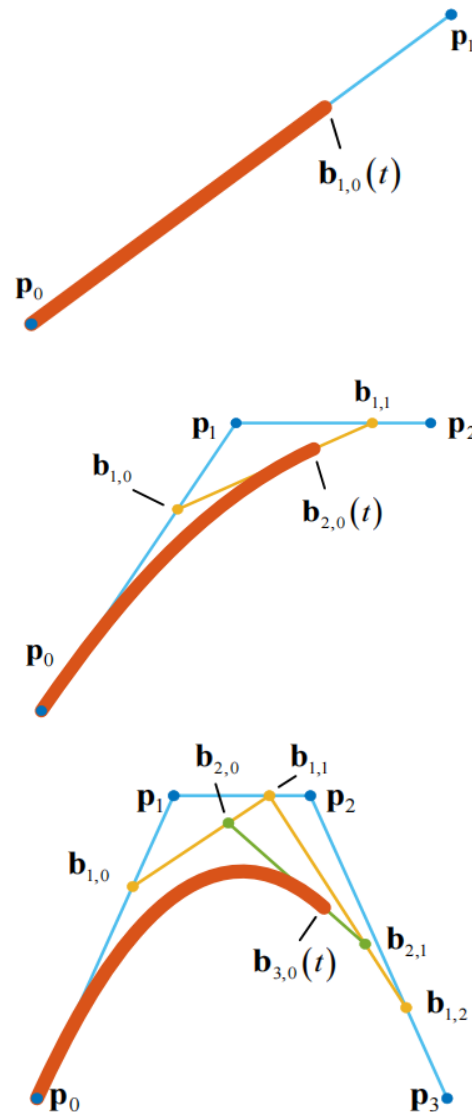
一次贝塞尔曲线： $\mathbf{b}(t) = \mathbf{p}_0 + (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)t = (1-t)\mathbf{p}_0 + t\mathbf{p}_1, t \in [0, 1].$

二次贝塞尔曲线： $\mathbf{b}(t) = (1-t)^2 \mathbf{p}_0 + 2t(1-t)\mathbf{p}_1 + t^2 \mathbf{p}_2, t \in [0, 1].$

三次贝塞尔曲线： $\mathbf{b}(t) = (1-t)^3 \mathbf{p}_0 + 3t(1-t)^2 \mathbf{p}_1 + 3t^2(1-t)\mathbf{p}_2 + t^3 \mathbf{p}_3, t \in [0, 1].$

通过递归，我们最终再次得出 n 次贝塞尔曲线的定义式

$$\mathbf{b}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i b_{i,n}(t).$$



1. 基本原理

■ 贝塞尔曲线特征



- (1) **全局性**：贝塞尔方法无法对曲线形状进行局部控制，改变任一控制点位置时，整个曲线均受到影响。
- (2) **端点性**：曲线在大多情况下只经过两个端点的控制点（起点和终点），对其它所有点只是逼近，一般不经过。
- (3) **几何不变性**：曲线的几何特性不随坐标变换而变化，形状仅与控制多边形各顶点的相对位置有关，而与坐标系的选择无关。
- (4) **导数性质**：贝塞尔曲线的导数仍是贝塞尔曲线。
- (5) **凸包性**：凸包就是包含所有顶点的最小凸多边形。凸多边形的任一边延长，其它边都在它的一侧。贝塞尔曲线始终会在包含了所有控制点的最小凸多边形中，因此可以通过控制点的凸包来限制规划曲线的范围。

1. 基本原理

■ B-样条曲线定义



B-样条曲线，是 B-样条基函数的线性组合，是贝塞尔曲线的一般化。简单说来，样条就是分段连续多项式，而且在全曲线上有限阶可导/连续。

针对 $n+1$ 个控制点 $\mathbf{p}_i, i=0, 1, \dots, n$ 和一个节点向量 $\mathbf{u} = [u_0 \ u_1 \ \dots \ u_m]^T$ 满足 $m = n + p + 1$, p 为 B-样条曲线的次数，定义 B-样条的表达式为

$$\mathbf{s}(u) = \sum_{i=0}^n \mathbf{p}_i s_{i,p}(u).$$

式中, $u \in [u_0, u_m)$, $s_{i,p}(u)$ 为 p 次 ($p+1$ 阶) B-样条基函数，通过DeBoor-Cox 递推定义B-样条基函数，数学表达为

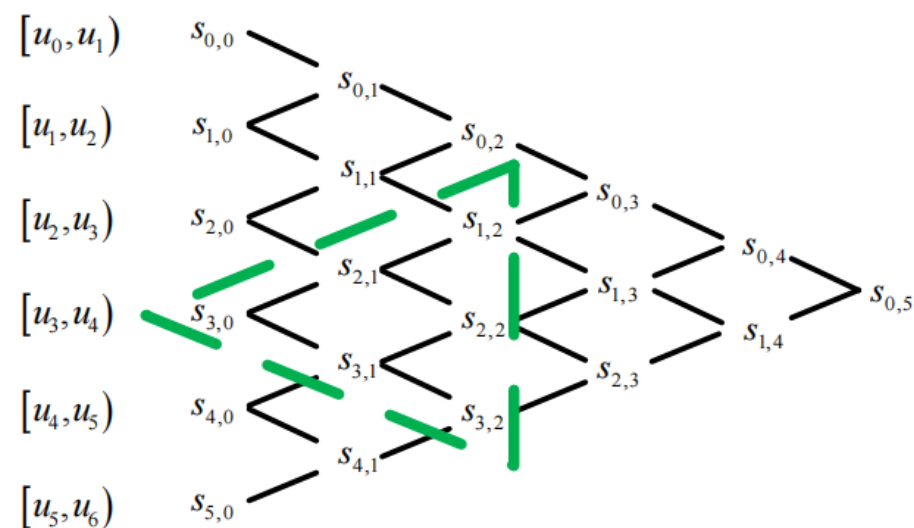
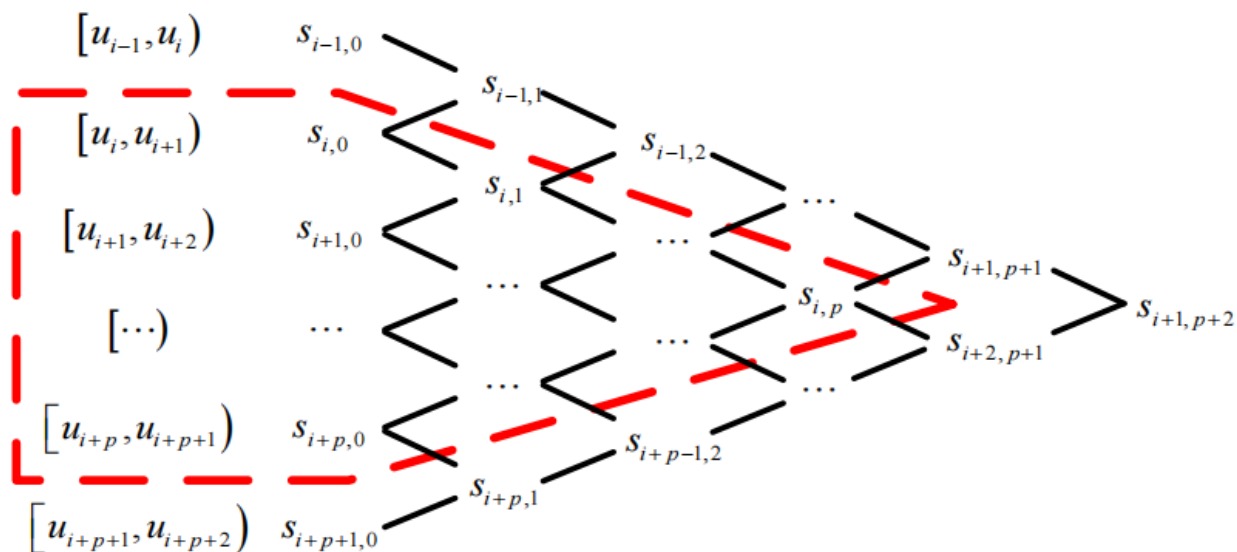
$$s_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, u_i < u < u_{i+1} \\ 0, \text{其它} \end{cases}$$
$$s_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} s_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} s_{i+1,p-1}(u).$$

1. 基本原理



■ B-样条曲线定义

DeBoor-Cox 递推公式表明, 若确定第 i 个 p 次 B-样条基函数 $s_{i,p}(u)$ 需要用到 $u_i, u_{i+1}, \dots, u_{i+p}$ $p+1$ 个节点为起始的区间, 因此称区间 $[u_i, u_{i+p+1})$ 为此基函数的支撑区间。反过来看, 同样可以观察一个区间由哪些基函数决定。设 $p=2$, 区间 $[u_3, u_4)$ 由 $s_{1,2}, s_{2,2}$ 和 $s_{3,2}$ 影响, 也即仅受该基函数对应的控制点影响。因此, 对任意一个节点区间 $[u_i, u_{i+1})$ 内, 仅存在至多 $p+1$ 个 p 次基函数 $s_{i-p,p}, s_{i-p+1,p}, \dots, s_{i,p}$ 非零, 且这些基函数之和为 1。



1. 基本原理

■ B-样条曲线定义



根据DeBoor-Cox 递推公式， u 在计算过程中被归一化了，所以基函数仅与各个节点之间的相对距离有关，与 u_i 的绝对大小无关。在此基础上，可以得到被 u 参数化的 B-样条轨迹，其中 $u \in [u_p, u_{m-p}]$ 。因此，B-样条的表达式可改写为

$$\mathbf{s}(u) = \sum_{i=j-p}^j \mathbf{p}_i s_{i,p}(u). \quad u \in [u_j, u_{j+1}) \quad (p \leq j \leq n).$$

假设要计算参数值为 $u \in [u_l, u_{l+1})$ 的样条曲线的值，且 $\mathbf{p}_i^{[0]} = \mathbf{p}_i$, $i = l-p, \dots, l$, $k = 1, \dots, p$, 则

$$\mathbf{p}_i^{[k]} = \begin{cases} (1 - \alpha_{k,i}) \mathbf{p}_{i-1}^{[k-1]} + \alpha_{k,i} \mathbf{p}_i^{[k-1]} & , k = 1, 2, \dots, p \\ \mathbf{p}_i & , k = 0 \end{cases}$$
$$\alpha_{k,i} = \frac{u - u_i}{u_{i+p+1-k} - u_i}.$$

最终，可以得到 $\mathbf{s}(u) = \mathbf{p}_i^{[n]}$, $u \in [u_l, u_{l+1})$ 。

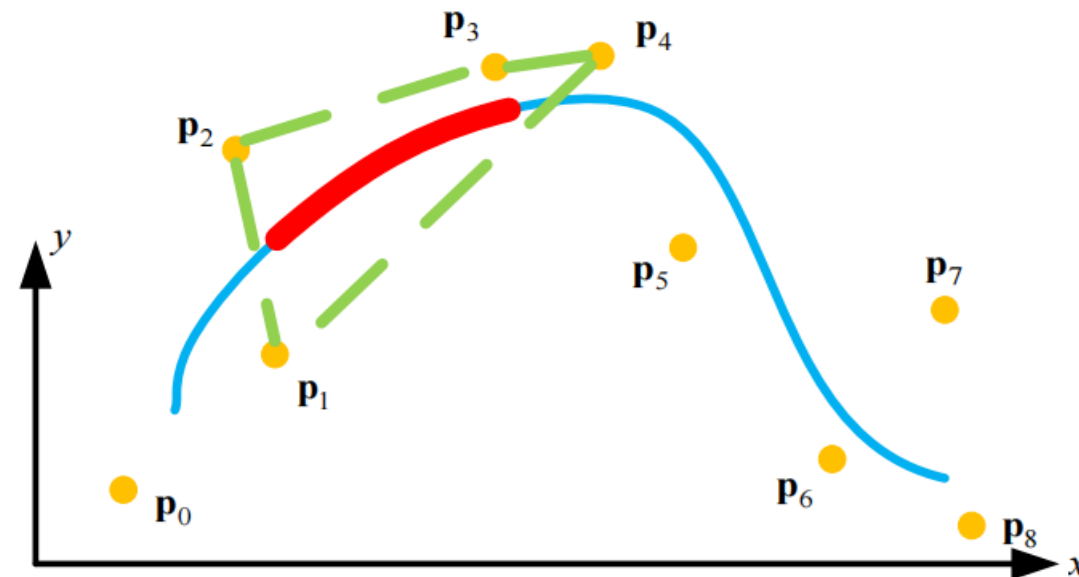
1. 基本原理



■ B-样条曲线特性

(1) **局部性**：和贝塞尔曲线相比最重要的区别。B-样条基函数的局部支撑性决定了B-样条的局部性。如上文描述， p 次曲线上的一点至多与 $p+1$ 个控制点有关，与其它控制点无关。故移动曲线上第 i 个控制顶点 p_i ，至多影响到定义在此点对应区间上的那部分曲线的形状，对曲线的其余部分不发生影响。

(2) **凸包性**：由于一段节点区间仅由 $p+1$ 个基函数决定，且这些基函数之和为 1，因此可将基函数视为权重系数，曲线上的点则为基函数对应控制点的加权和。这样一来，B-样条曲线落在 p_i 构成的凸包之中，其凸包区域小于或等于同一组控制顶点定义的贝塞尔曲线凸包区域。如图所示，B-样条的较粗的曲线部分落在其对应的四个控制点 p_1, p_2, p_3, p_4 围成的多边形内部。



(3) 不同于贝塞尔曲线，B-样条曲线不一定经过两个端点。

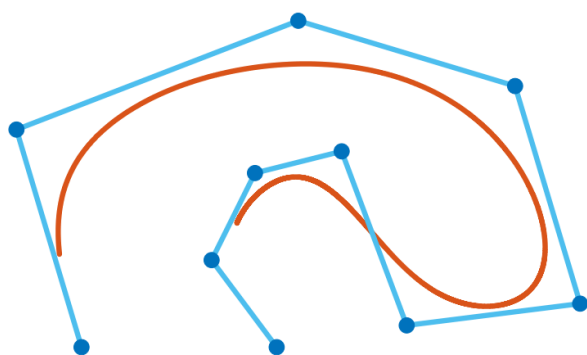
1. 基本原理



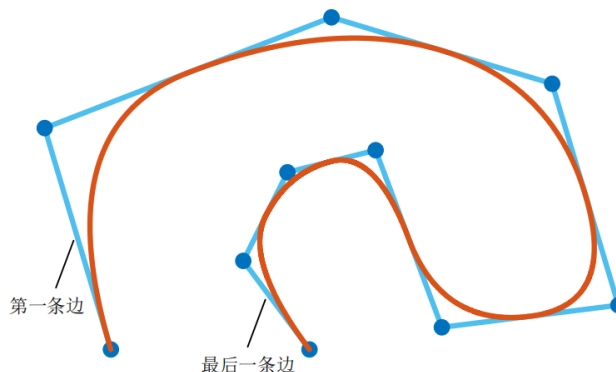
■ B-样条轨迹设计

在 B-样条轨迹规划中，决定的控制参数包括： $n+1$ 个控制点， $m+1$ 个节点， p 次的 B-样条曲线。其中，参数满足 $m = n+p+1$ 的 B-样条曲线有以下几种分类：

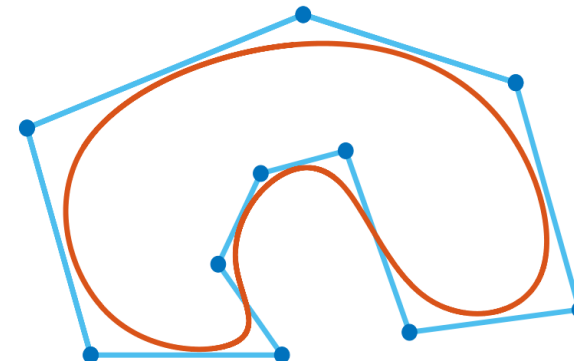
- (1) **开 (open) B-样条曲线**：曲线不会与控制折线的第一边和最后一边接触。
- (2) **Clamped B-样条曲线**：曲线经过第一个和最后一个控制点。
- (3) **闭 (closed) B-样条曲线**：曲线的开始和结尾连接在一起会形成一个闭环。
- (4) **均匀 B-样条曲线**：节点沿参数轴均匀等距分布。
- (5) **准均匀 B-样条曲线**：两端节点重复度为 $p+1$ ，中间节点均匀等距分布非递减的序列。
- (6) **非均匀 B-样条曲线**：节点间隔不均匀的 B-样条曲线。



Open B-spline



Clamped B-spline



Closed B-spline

1. 基本原理

■ B-样条轨迹规划

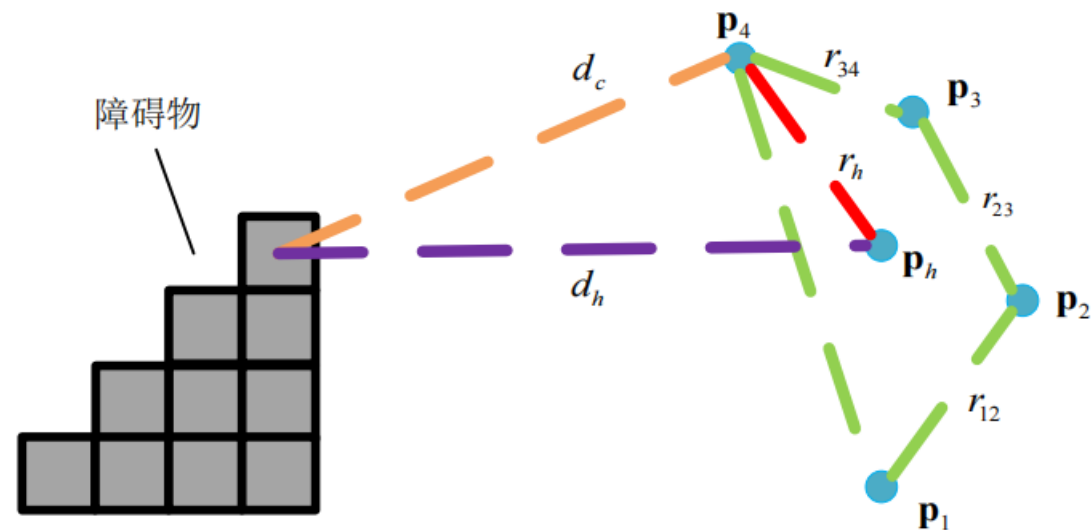
考虑基于 B-样条避障思路, 需要保证 $d_h > 0$, 又有 $d_h > d_c - (r_{12} + r_{23} + r_{34})$, 因此为确保轨迹无碰撞, 只需满足

$$d_c > 0, r_{i,i+1} < d_c/3, i \in \{1, 2, 3\}$$

在规划过程中, 经过路径搜索, 可获得一系列离散路径点 g_i , 或基于上述的避障方式, 或通过使控制点尽可能贴近路径点 g_i 实现轨迹规划。

基于上述过程, 通过构建优化一系列凸目标函数, 可以实现对控制点或节点向量的优化。比如, 设置优化目标

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}_i, i=1, \dots, n} f_p &= \lambda_s f_s + \lambda_g f_g \\ &= \lambda_s \sum_{i=p-1}^{n-p+1} \|\mathbf{p}_{i+1} - 2\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_{i-1}\|^2 + \lambda_g \sum_{i=p}^{n-p} \|\mathbf{p}_i - \mathbf{g}_i\| \end{aligned}$$



式中, g_i 为控制点 p_i 对应的路径搜索点, f_s 表示光滑度优化目标, f_g 表示优化轨迹尽量贴合搜索得到的路径, λ_s 和 λ_g 分别代表对应的系数。

经过优化或设计得到的 B-样条轨迹, 可以作为控制的前馈量, 并使用微分平坦控制方法表示输入空间, 实现轨迹跟踪控制。

大纲



1. 基本原理

2. 基础实验

3. 分析实验

4. 设计实验

2. 基础实验-实验目标

■ 准备

- (1) 软件：MATLAB R2020b 或以上版本。
- (2) 程序：实验指导包 “e6/e6-1”。

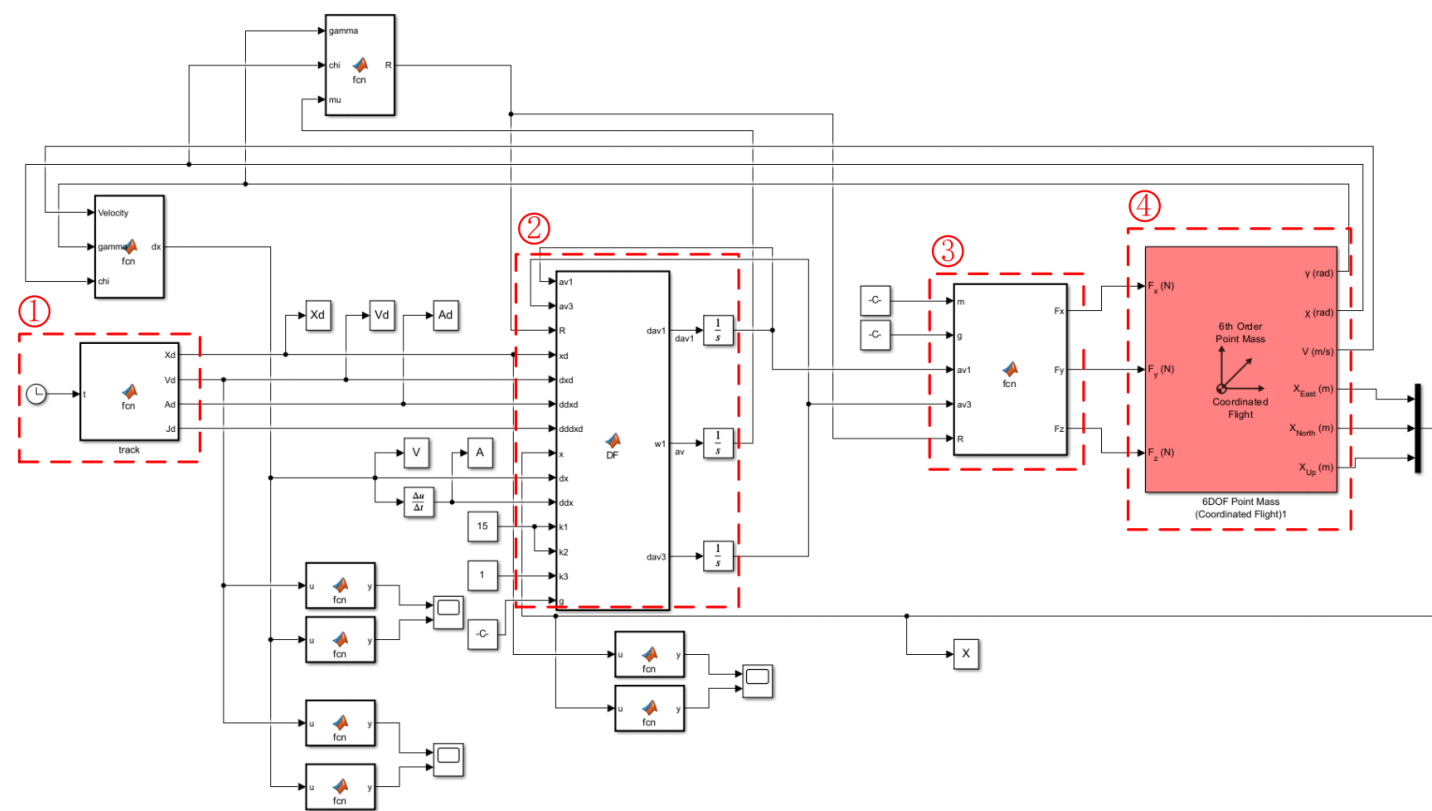
■ 目标

- (1) 理解微分平坦控制原理，搭建基于协调飞行模型的微分平坦模块，掌握期望轨迹与控制输入之间的关系。
- (2) 进一步编写微分平坦控制代码，在 Simulink 中进行模型软件在环仿真，完成ENU坐标系下简单轨迹的微分平坦控制实验，并绘制相关实验的变化曲线。

2. 基础实验-实验模块介绍

基础实验主要是在“SmallFixedWingUAVdf.slx”文件中搭建期望轨迹输入模块和微分平坦控制模块，并完成基础流程。该模型主要包含四个模块，分别为：虚线框①——轨迹输入模块；虚线框②——微分平坦模块；虚线框③——控制转换模块；虚线框④——协调飞行模块。

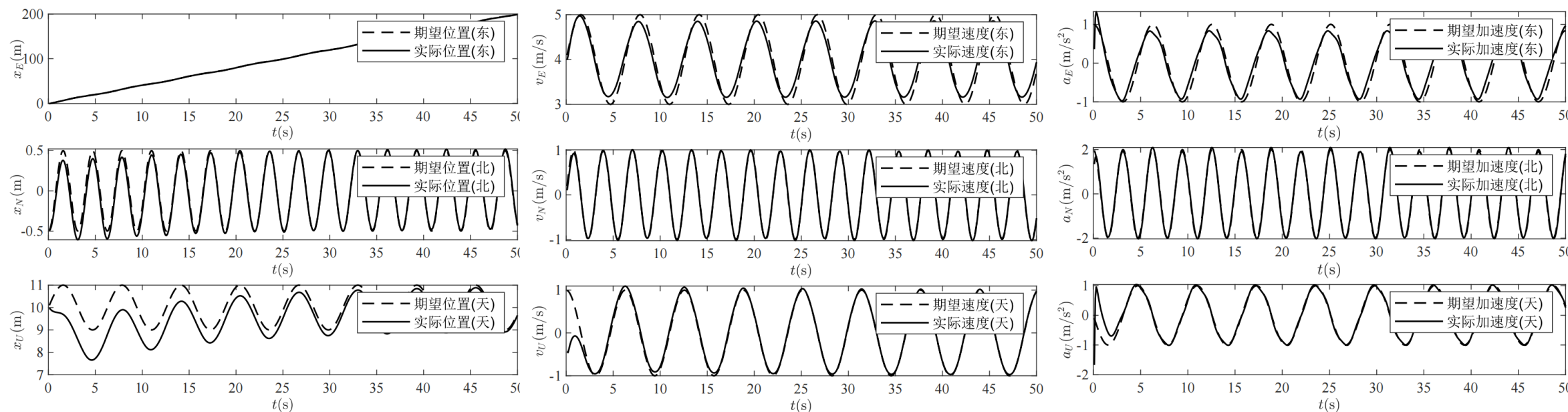
- 步骤一：搭建期望轨迹输入模块框架
- 步骤二：在 MATLAB Function 中设计并搭建微分平坦控制模块

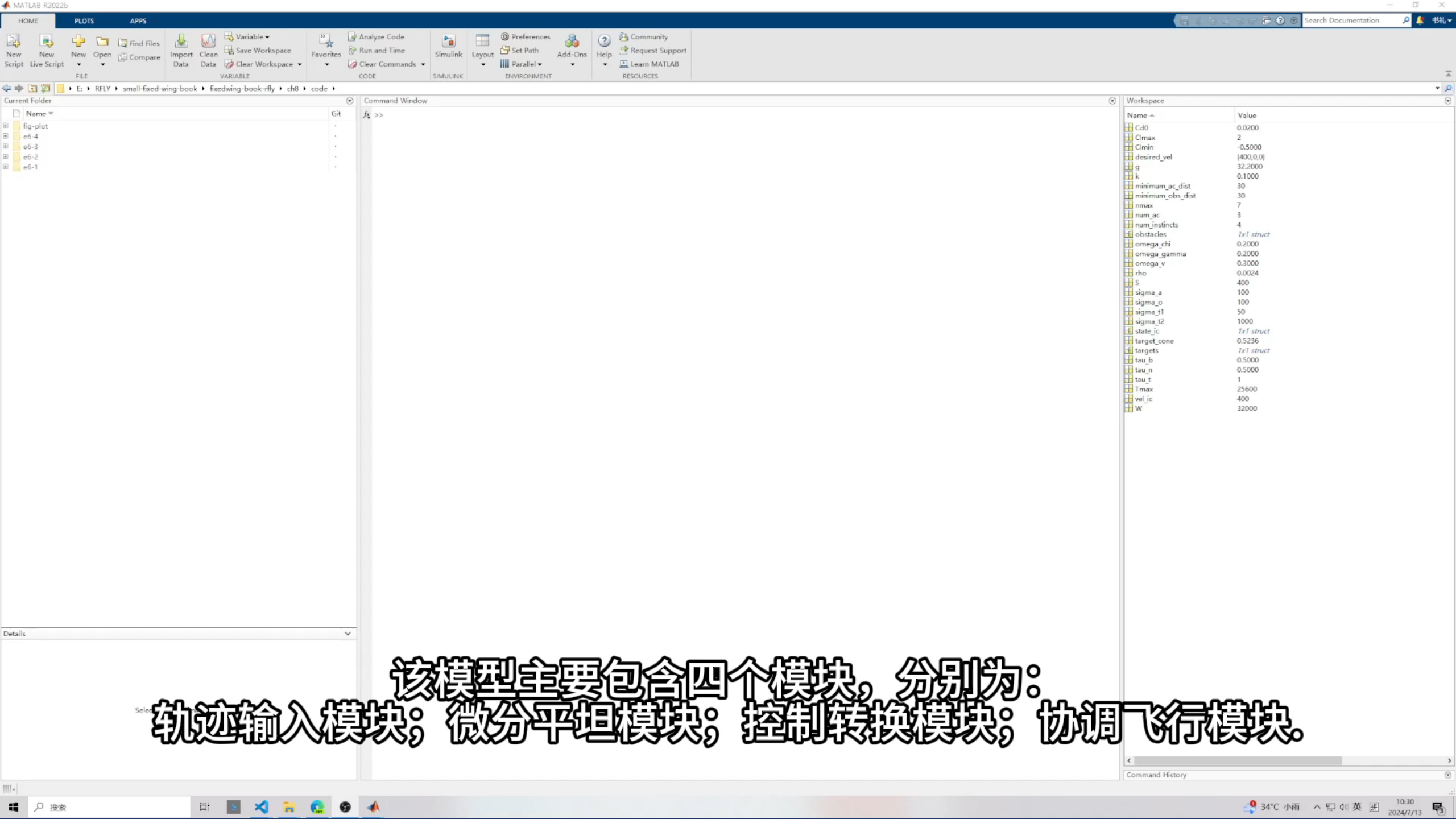


2. 基础实验-实验步骤

■ 步骤三：搭建基于协调飞行模型的微分平坦控制框架，并依次连接各模块

- (1) 首先运行模块初始化文件 “InitDatactrlldf.m” 对模型进行参数初始化。
- (2) 在完成上述步骤后，点击进入文件 Simulink 模型文件 “SmallFixedWingUAVdf.slx” 依次连接轨迹输入、微分平坦控制模块，并接入固定翼协调飞行模型输入，即可完成基础实验整体模块的搭建。
- (3) 运行 Simulink 仿真，仿真结束后，运行绘图文件 “DF_plot.m”，绘制仿真结果。





该模型主要包含四个模块，分别为：
轨迹输入模块；微分平坦模块；控制转换模块；协调飞行模块。

大纲



1. 基本原理

2. 基础实验

3. 分析实验

4. 设计实验

3. 分析实验-实验目标

■ 准备

- (1) 软件：MATLAB R2022b 或以上版本。
- (2) 程序：实验指导包“e6/e6-2”。

■ 目标

- (1) 理解贝塞尔曲线原理，编写贝塞尔曲线轨迹生成的 MATLAB 程序。
- (2) 理解 B-样条定义与设计原理，编写 B-样条轨迹生成的 MATLAB 程序。
- (3) 通过调整控制点向量和节点向量观察轨迹的变化，分析控制点和节点对 B-样条轨迹设计的影响。

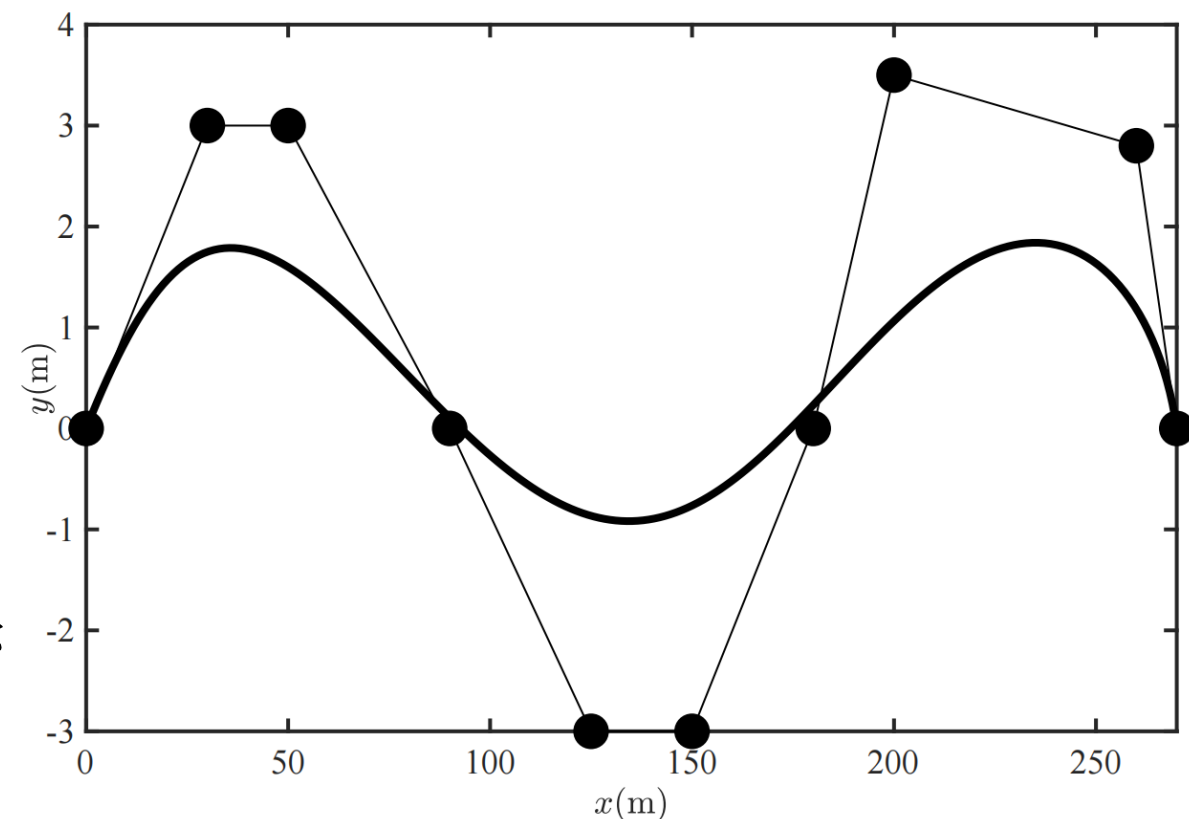
3. 分析实验-实验步骤

■ 步骤一：编写贝塞尔曲线轨迹生成函数

(1) 基于原理部分的内容，在实验指导包“e6-2”内“bezir”文件夹内的“bezir_n.m”文件中，编写贝塞尔曲线生成函数。

(2) 设计得到贝塞尔曲线的控制点后，调用“bezir_n.m”即可生成对应的贝塞尔轨迹。

(3) 运行文件“generate_poly.m”，即可生成贝塞尔曲线并实现绘图。

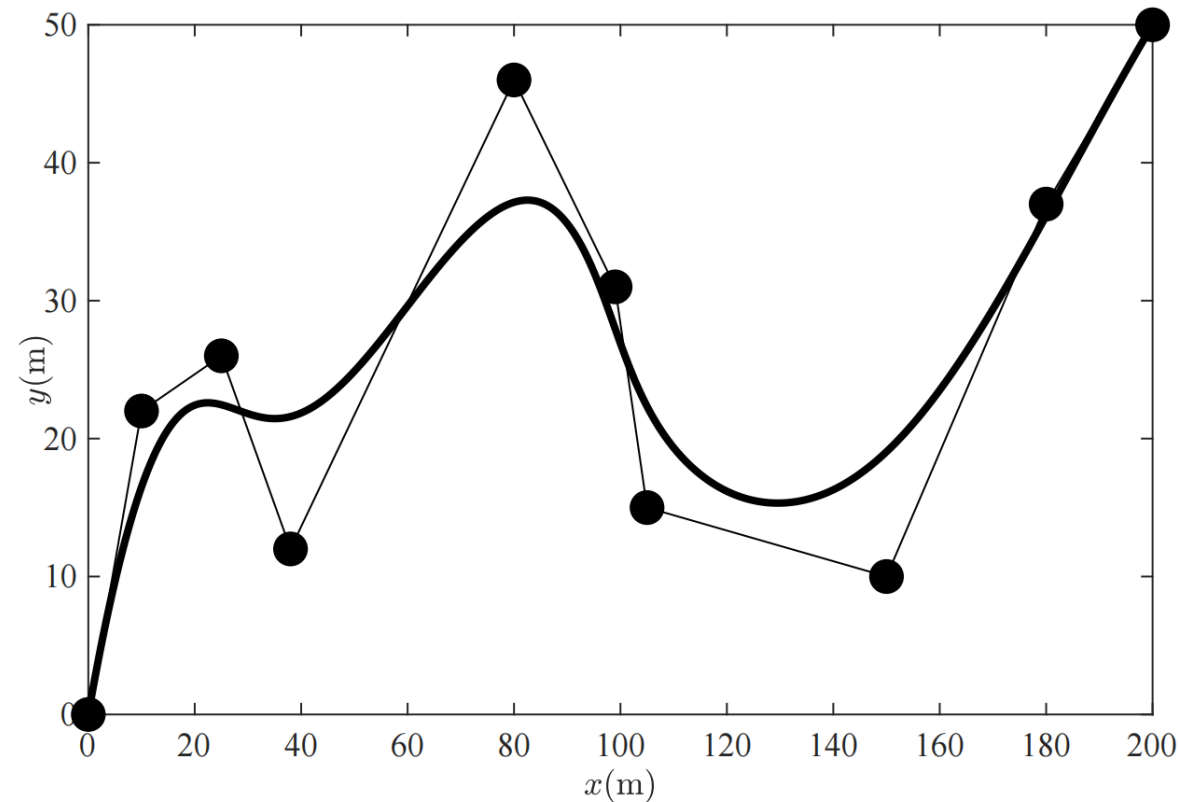


3. 分析实验-实验步骤

■ 步骤二：编写 B-样条轨迹生成函数

(1) 基于原理部分的介绍，在程序 “e6-2” 的 “B_spline” 文件夹内 “bspline_deboor.m” 文件中，编写 B-样条De Boor 迭代算法函数。

(2) 设计控制点和节点向量后，调用 “bspline_deboor.m” 可以实现 B-样条轨迹的生成。运行 “B_spline” 文件夹内 “Bspline_main.m”，可以完成 B-样条轨迹的生成与绘制。

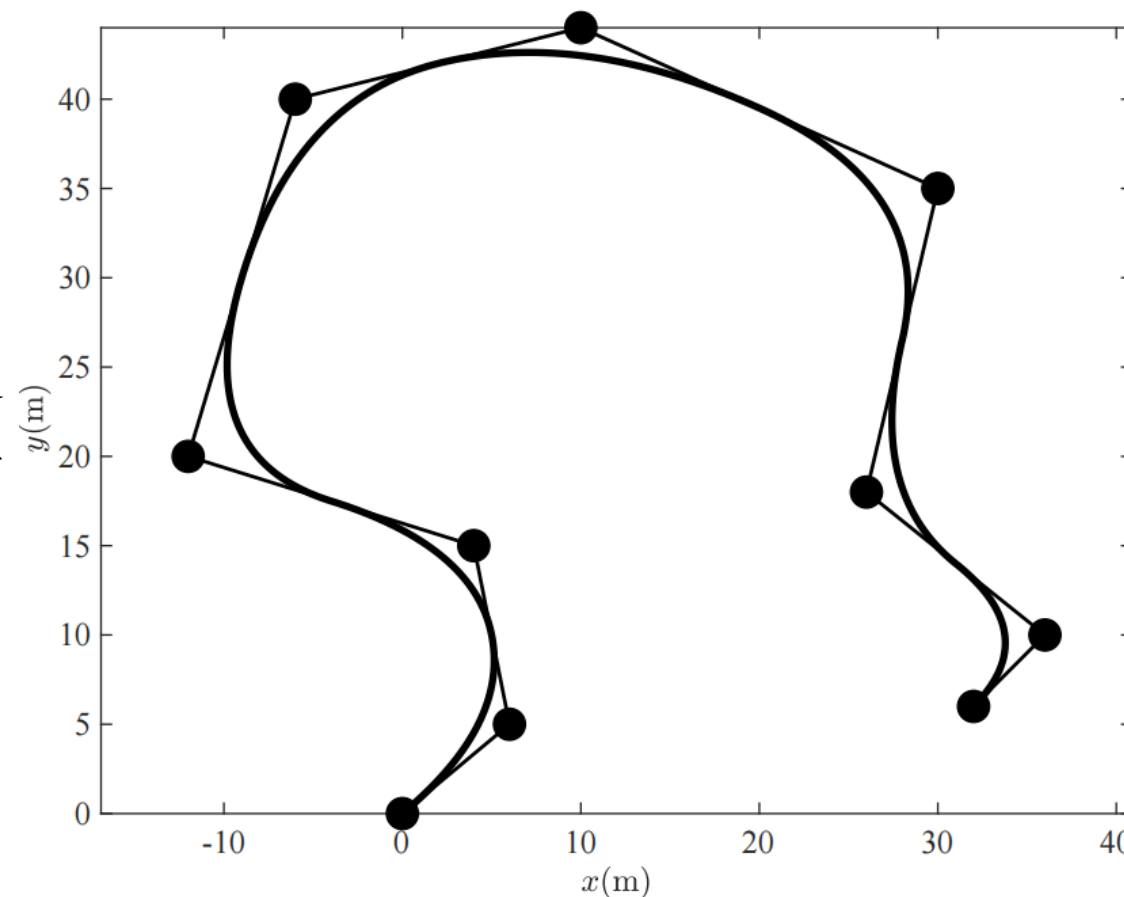


3. 分析实验-实验步骤

■ 步骤三：更改控制点和节点，分析不同控制点向量和节点向量对 B-样条轨迹的影响

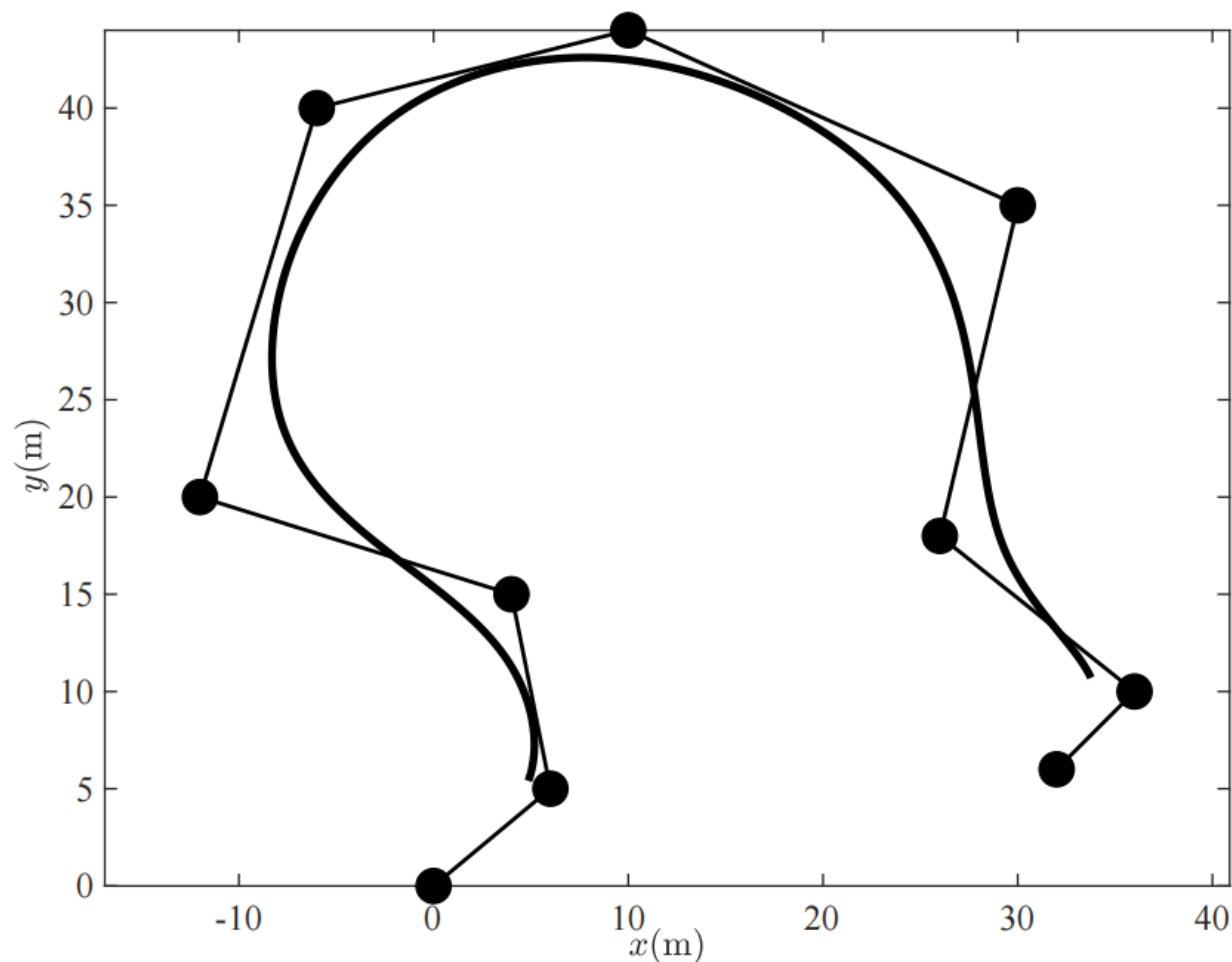
(1) 使用 MATLAB/Curve Fitting Toolbox 中的 “spmak” 函数可以快速根据控制点向量和节点向量生成B-样条轨迹。这里 “spmak” 函数的输入为控制点向量和节点向量，输出为 B-样条结构体。之后通过函数 “fnder” 实现求导功能、通过函数 “fnval” 可以根据输入的时间节点得到样条轨迹值。

(2) 为探究 Clamped B-样条的生成条件，更改控制点向量和节点向量。使得节点重复度等于 $p+1$ 。



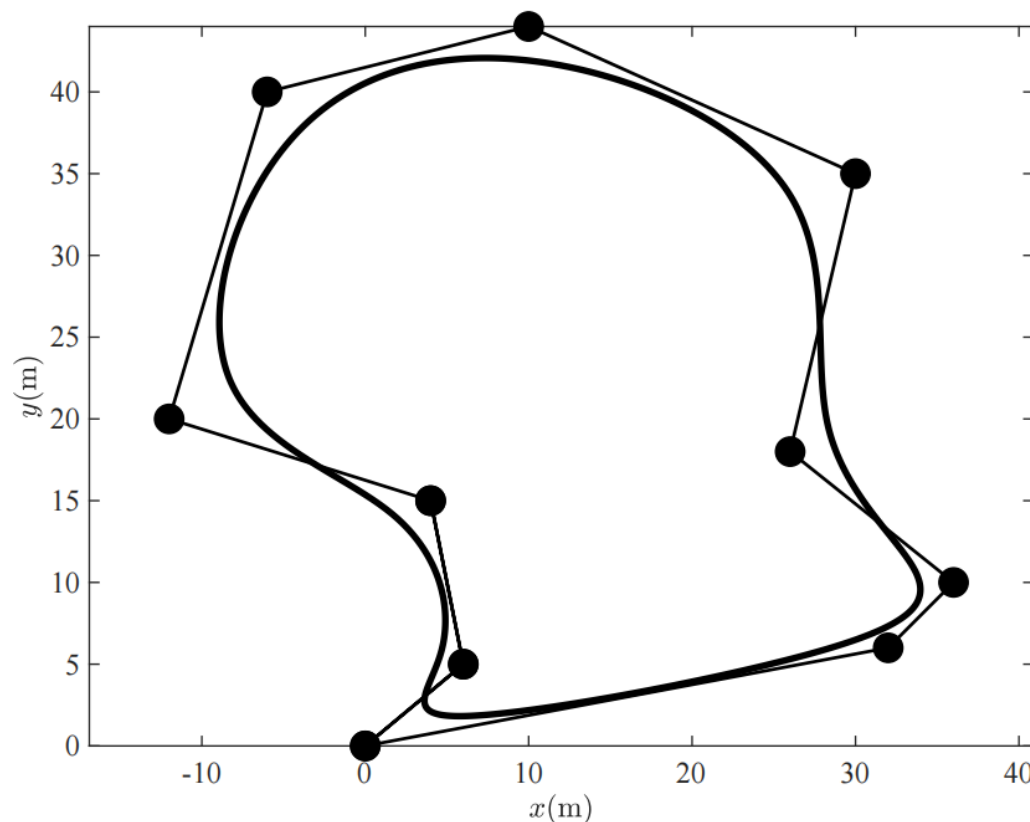
3. 分析实验-实验步骤

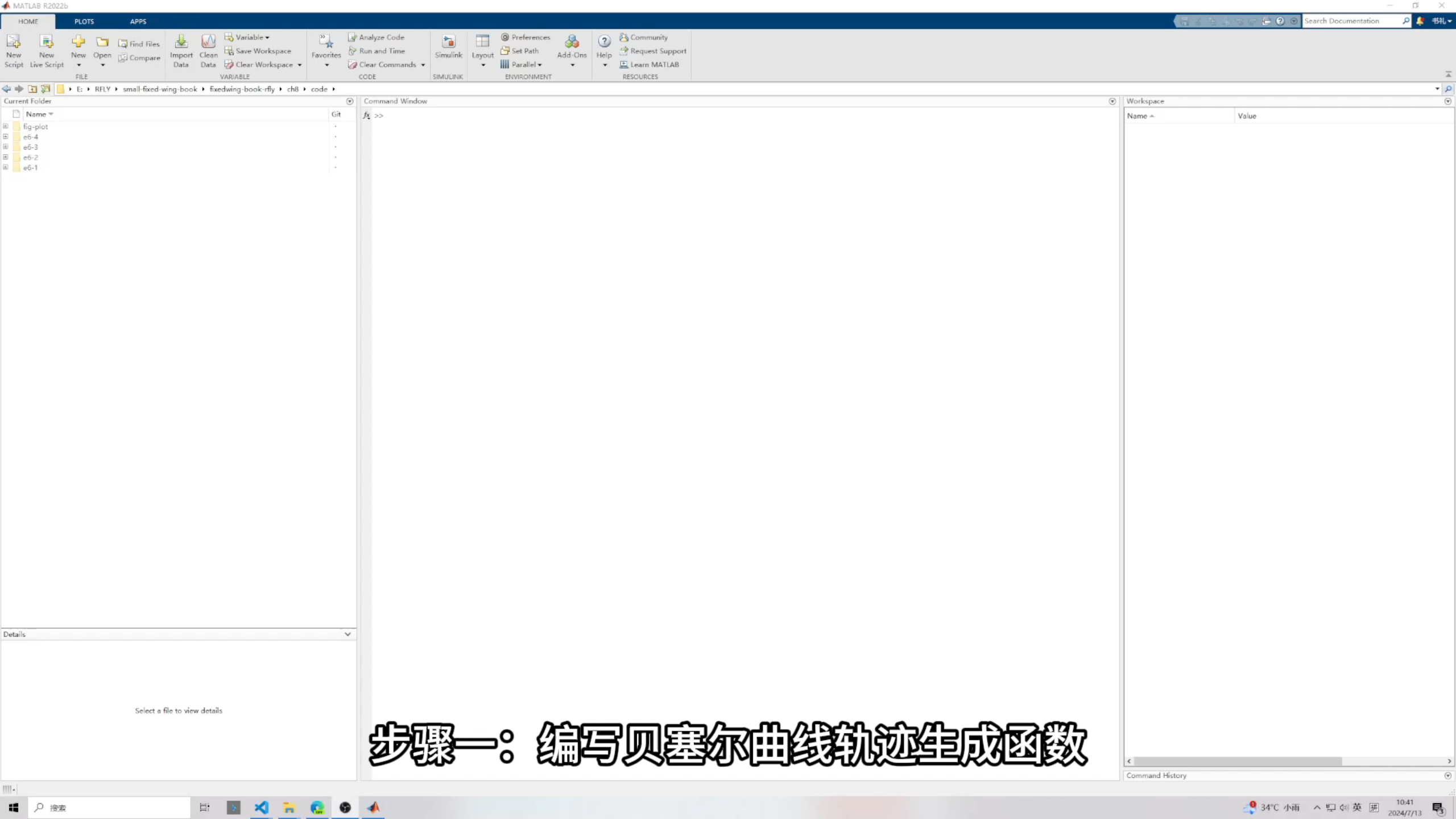
(3) 为探究 Open B-样条的生成条件，更改控制点向量和节点向量。



3. 分析实验-实验步骤

(4) 探究 Closed B-样条的生成条件，更改控制点向量和节点向量。有许多方法来产生闭曲线。简单的一种就是“wrapping”控制点。“wrapping”控制点的具体操作为：首先设计一个均匀的含 $m+1$ 个节点序列，然后“wrapping”前 p 个和最后 p 个控制点。即 $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{n-p+1}, \dots, \mathbf{p}_{p-1} = \mathbf{p}_n$





步骤一：编写贝塞尔曲线轨迹生成函数

大纲



1. 基本原理

2. 基础实验

3. 分析实验

4. 设计实验

4. 设计实验-实验目标

■ 准备

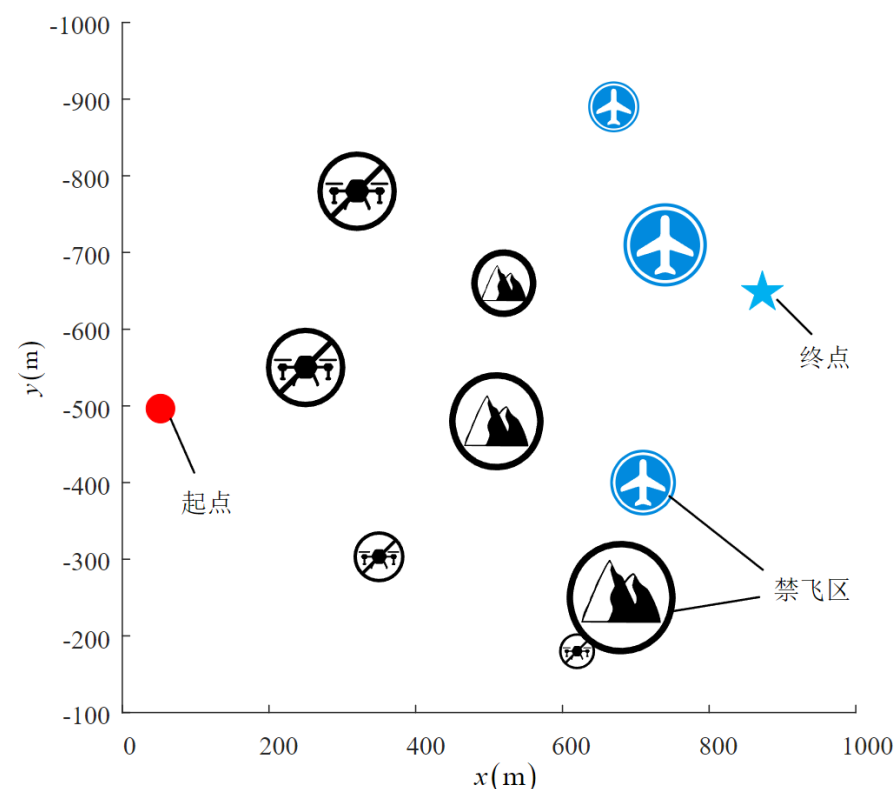
- (1) 软件：MATLAB R2022b 或以上版本，RflySim 工具链。RflySim 工具链提供了微小型固定翼无人机硬件在环仿真环境。
- (2) 程序：实验指导包“e6/e6-3”和实验指导包“e6/e6-4”。
- (3) 硬件：CubePilot/Pixhawk 自驾仪，遥控器及接收机。

■ 目标

给定当前小型固定翼无人机需完成低空巡航任务。

在执行任务过程中，要保证以下任务目标：

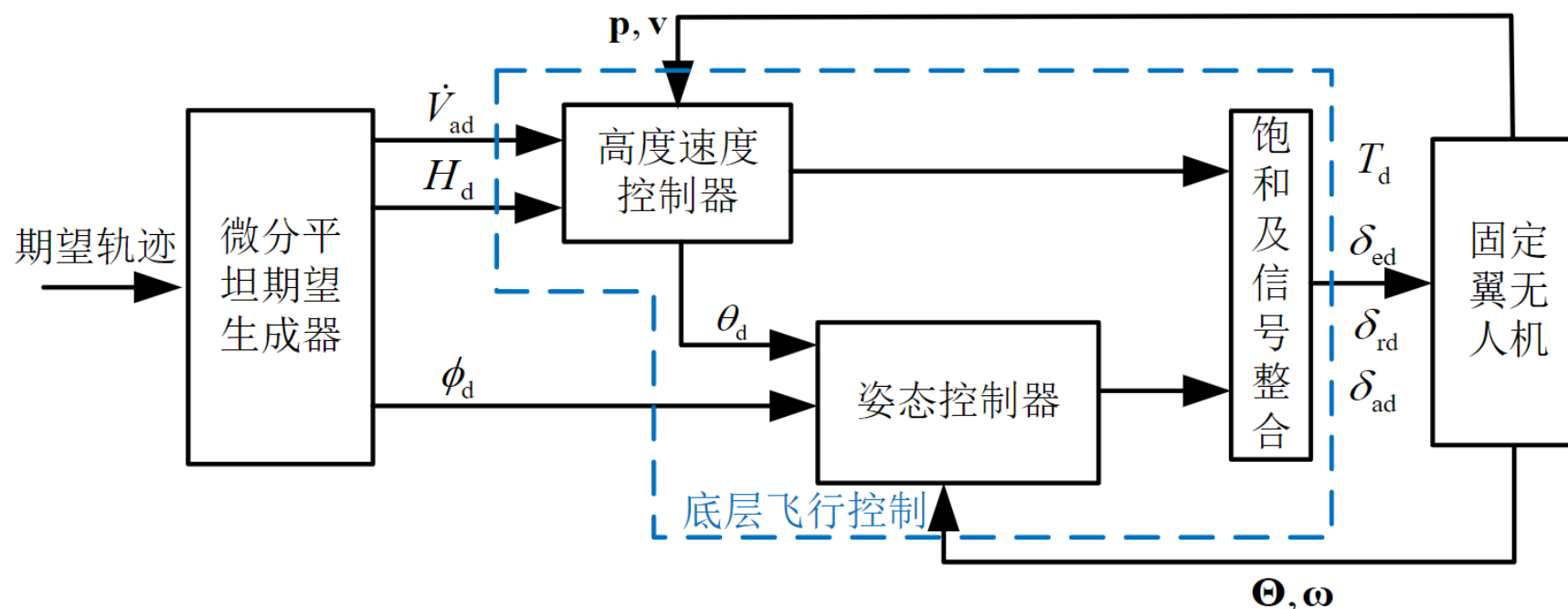
- (1) 由起飞点出发开始任务，在回收点降落结束任务；
- (2) 飞行过程中需要避开禁飞区，山脉和机场等区域；
- (3) 无人机在限定时间内到达。



4. 设计实验-实验设计

底层控制接口设计

参考 $m\dot{V}_a = T \cos \alpha - f_{ax} - mg \sin \gamma$ 假设在飞行过程中，阻力 f_{ax} 不变，且迎角和航迹倾角 α 和 γ 很小，因此可直接获得推力前馈 $T_d = m\dot{V}_{ad}$ 。式中 $\dot{V}_{ad}$ 可由微分平坦计算结果 a_{v1} 得到。



4. 设计实验-实验设计

期望轨迹设计

■ 基于人工势场法路径搜索

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -\nabla U(\mathbf{x}) \quad U(\mathbf{x}) = U_{\text{att}}(\mathbf{x}) + U_{\text{rep}}(\mathbf{x})$$

 吸引势场  排斥势场

$$U_{\text{att}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} k_{\text{att}} \|\mathbf{x}_g - \mathbf{x}\|^2 & \|\mathbf{x}_g - \mathbf{x}\| \leq d_g \\ 2k_{\text{att}}d_g \|\mathbf{x}_g - \mathbf{x}\| - k_{\text{att}} \|\mathbf{x}_g - \mathbf{x}\|^2 & \|\mathbf{x}_g - \mathbf{x}\| > d_g \end{cases} \quad U_{\text{rep}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} k_{\text{rep}} \left(\frac{1}{D(\mathbf{x})} - \frac{1}{Q} \right)^2 & D(\mathbf{x}) \leq Q \\ 0 & D(\mathbf{x}) > Q \end{cases}$$

■ Clamped B-样条轨迹设计

B-样条的控制点可以通过路径搜索得到。经过人工势场搜索后，可以获得一系列路径点组成的航路点向量。

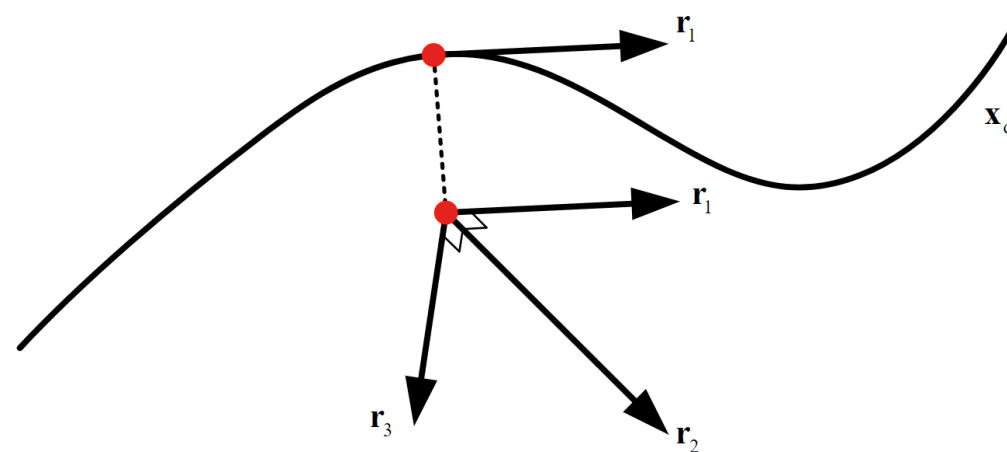
在本实验中将航路点作为控制点，确定待设计的B-样条次数 p 后，根据Clamped B-样条轨迹的设计规则，即可设计得到Clamped B-样条轨迹作为固定翼无人机的期望轨迹输入。

4. 设计实验-实验设计

控制器设计

期望旋转矩阵计算 $\mathbf{R}_d = [\mathbf{r}_1 | \mathbf{r}_2 | \mathbf{r}_3]$

$$\mathbf{r}_1 = \dot{\mathbf{x}}_d / \|\dot{\mathbf{x}}_d\|$$



因此，轴向加速度输入可以通过投影 $a_{v1} = \mathbf{r}_1^T (\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{g})$ 得到。

设计平坦输出动态 $\ddot{\mathbf{y}}_d = \ddot{\mathbf{x}}_d + k_4(\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + k_5(\mathbf{x}_d - \mathbf{x})$ 在协调转弯假设中仅考虑纵向平面

中的加速度，因此法向加速度可以通过 $\mathbf{a}_n = \ddot{\mathbf{y}}_d - \mathbf{g} - a_{v1}\mathbf{r}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{r}_1\mathbf{r}_1^T)(\ddot{\mathbf{y}}_d - \mathbf{g})$ 得到。

进一步 $a_{v3} = -\|\mathbf{a}_n\|$, $\mathbf{r}_3 = \mathbf{a}_n / a_{v3}$ 最终 $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1$ 。

4. 设计实验-实验设计

控制器设计

滚转通道反馈计算

根据 $\mathbf{R}_d$ 可以期望滚转角和偏航角

在期望滚转角 ϕ_d 进行线性化，滚转角与偏航角速率的变化量可以转换表示为： $\dot{\psi} \approx \dot{\psi}_d + \frac{g}{V_a} (\phi - \phi_d)$

因此可以通过增加反馈，控制滚转角补偿偏航误差 $\Delta\psi = \psi - \psi_d$ ，即 $\phi_c = \phi_d + \Delta\phi_d$

$\Delta\phi_d$ 可以根据 $\Delta\dot{\psi} \approx \frac{g}{V_a} \Delta\phi_d$ 获得。

为保证偏航的稳定跟踪，即满足动态 $\Delta\dot{\psi} = -k_\psi \Delta\psi$

可以得到滚转角反馈补偿量 $\Delta\phi_d = -k_\psi \frac{V_a}{g} \Delta\psi$

4. 设计实验-实验步骤

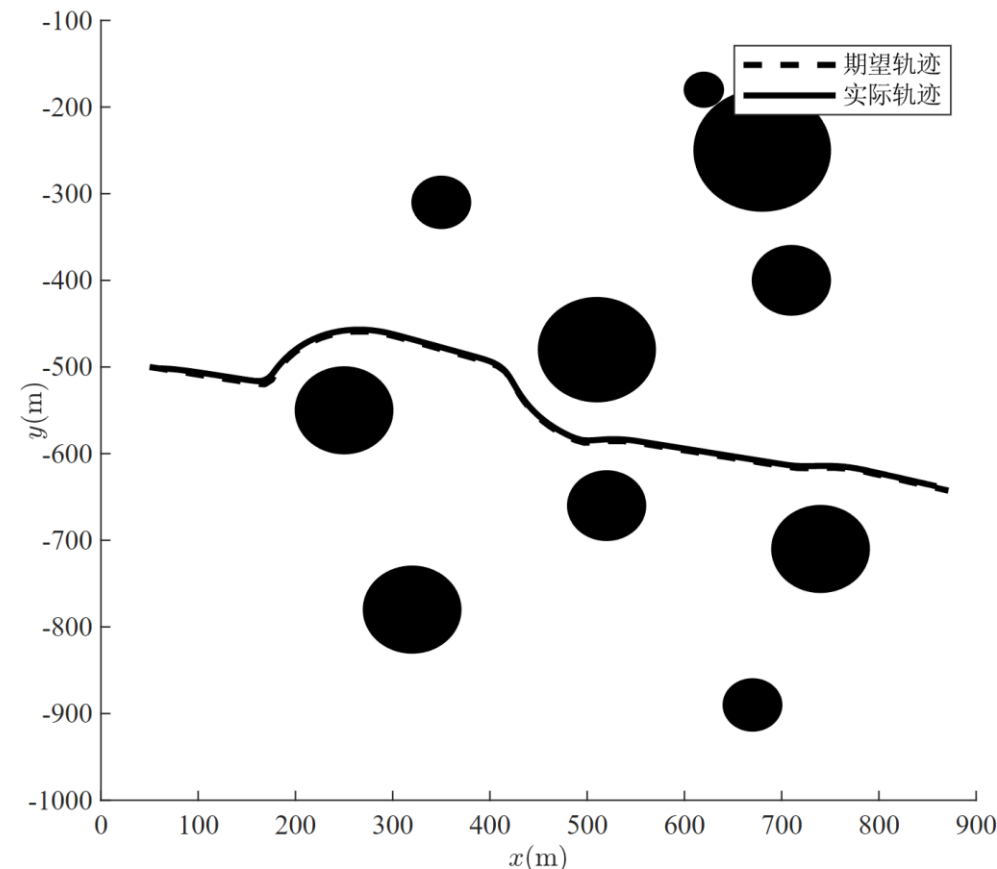
■ 步骤一：构建B-样条期望轨迹

在软件实验包“e6-3”中使用人工势场法完成上述地图情况下的路径搜索。

人工势场具体实现见软件包内“APF.m”文件。

根据所得的搜索路径，通过B-样条进行轨迹规划。

B-样条具体实现见软件包内“bspline.m”文件。

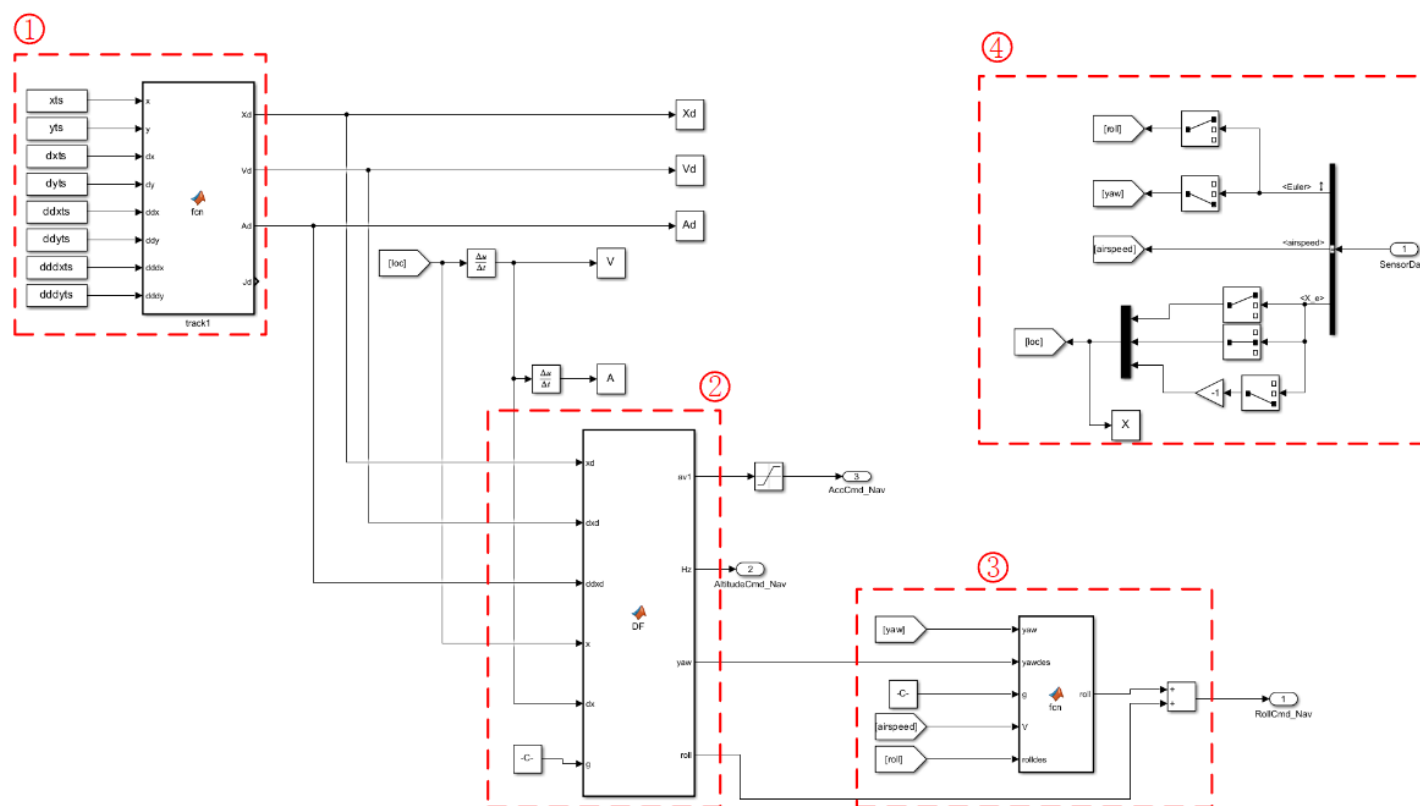


4. 设计实验-实验步骤

■ 步骤二：针对接口修改微分平坦模块

经过上述推导后重新编写微分平坦控制代码。对应为“e6/e6-3/SmallFixedWingUAVdf.slx”
中微分平坦模块。

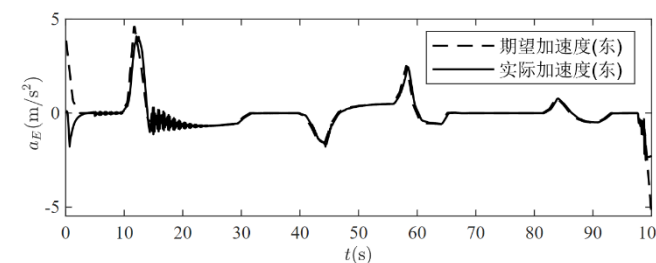
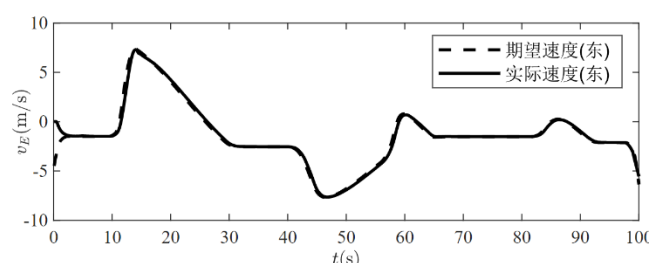
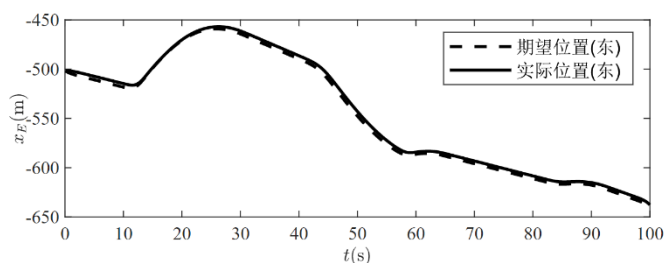
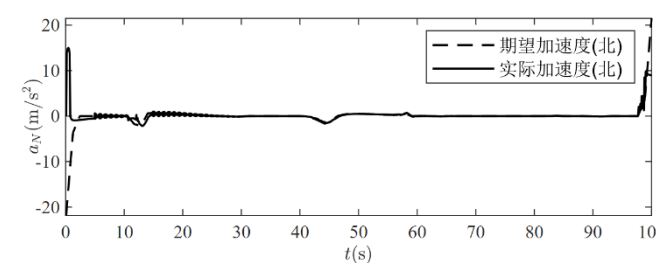
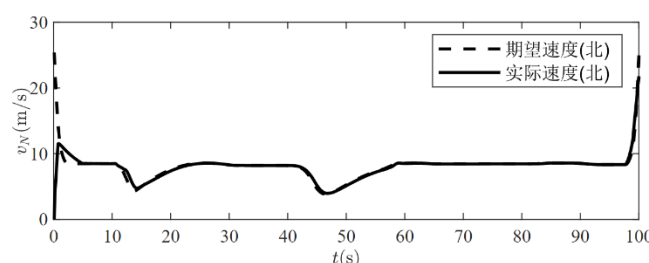
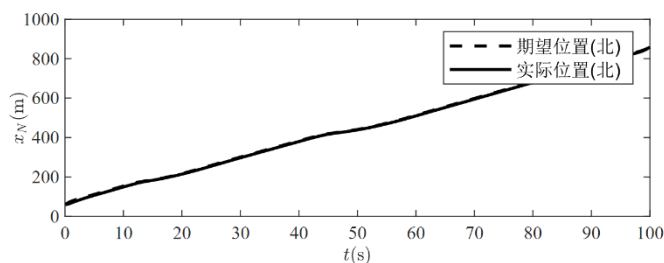
- ① 轨迹输入模块
- ② 微分平坦模块
- ③ 反馈模块
- ④ 模型状态获取

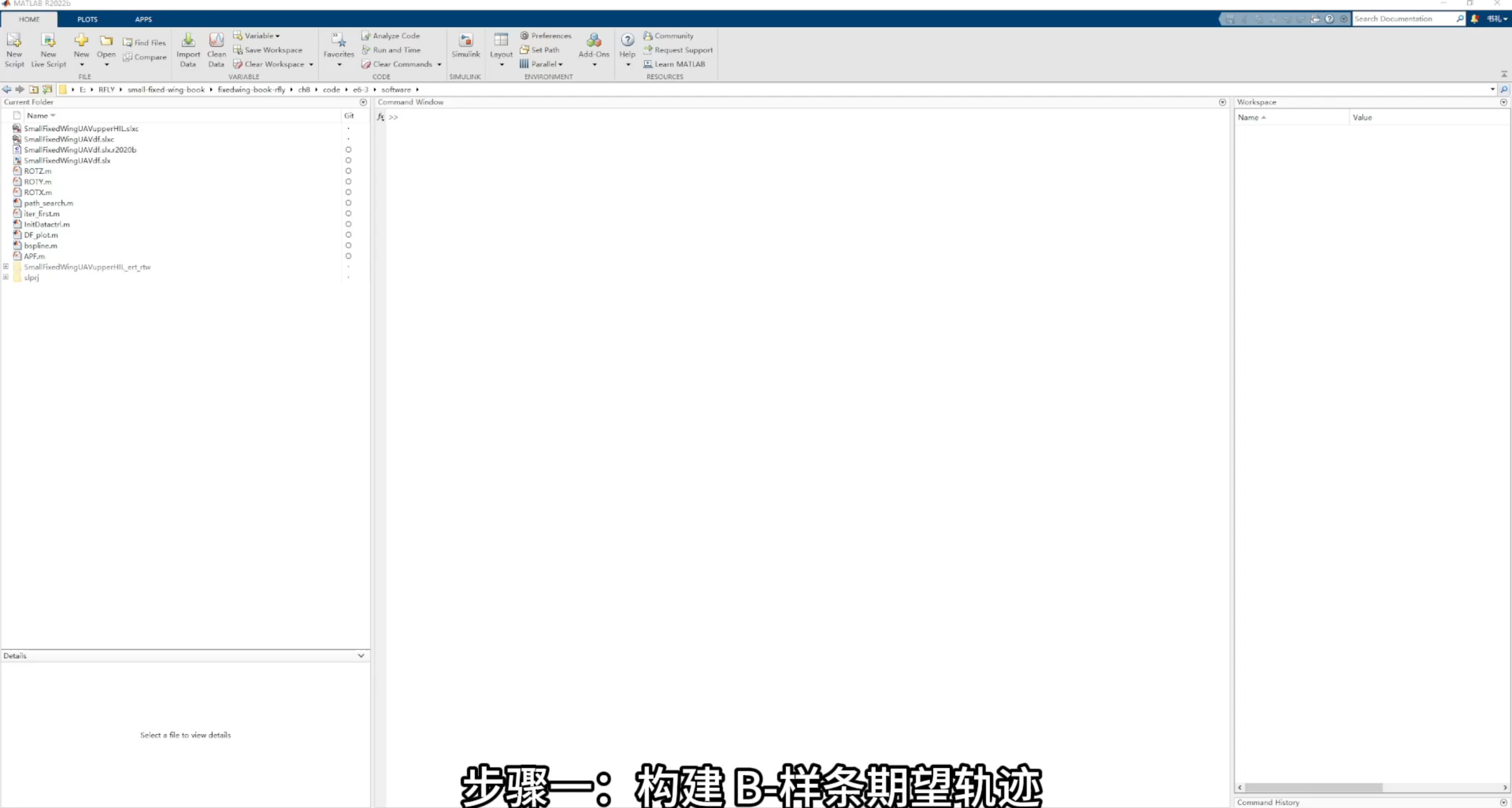


4. 设计实验-实验步骤

■ 步骤三：在 MATLAB/Simulink 中进行软件在环仿真

- (1) 打开“SmallFixedWingUAVdf.slx”，将步骤二中的模块输出接入第四章搭建的模型中。
- (2) 运行文件“InitDatactrl.m”进行初始化。
- (3) 打开“SmallFixedWingUAVdf.slx”并运行软件在环仿真。
- (4) 运行“DF_plot.m”文件进行仿真结果可视化。





步骤一：构建 B-样条期望轨迹

4. 设计实验-硬件在环仿真

硬件在环仿真

- (1) 打开软件实验包“e6-4”中的“hitl”文件夹。首先运行初始化文件“Init.m”，打开“SmallFixedWingUAVupperHIL.slx”。
- (2) 点击“Model Workspace”，在模型工作区选择“MAT 文件”，并点击浏览选择“e6-4/ hitl/desire.mat”，该文件用于存放期望的轨迹存储数据，便于硬件在环的实现。
- (3) 点击工具栏中的“Simulink Parameter”，并在下方重命名“Name”栏的变量名为“x”，并在“value”栏输入“DD”进行赋值。
- (4) 在Simulink页面点击保存，出现确认框，点击“是”。

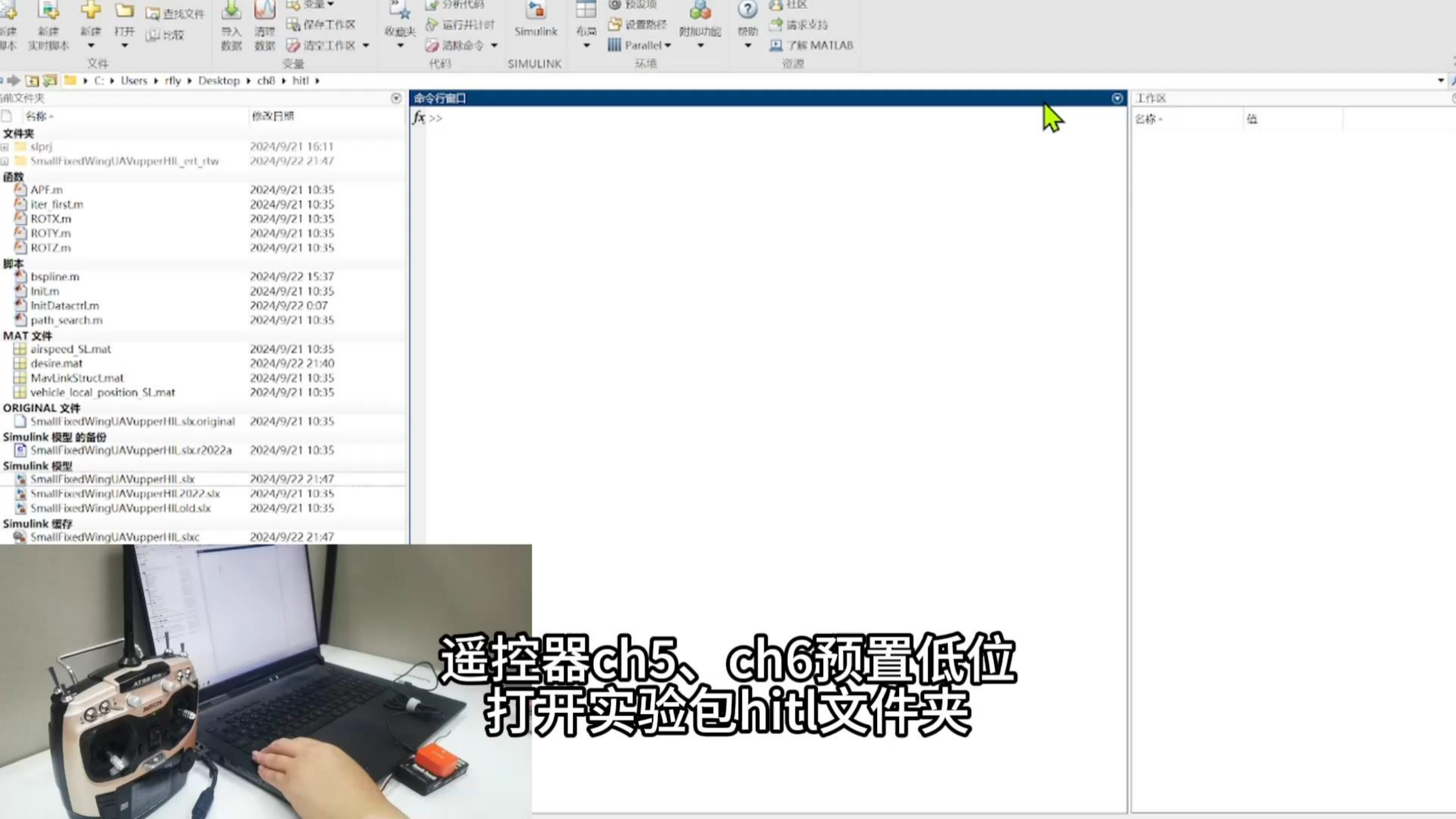


4. 设计实验-硬件在环仿真

(5) 在工具栏中点击“Build”对当前程序进行编译。

(6) 成功编译后，将飞控与电脑连接，点击工具栏中的“code”，选择“PX4 PSP Upload code to PX4FMU”，将代码烧录到CubePilot/Pixhawk飞控中。

(7) 程序中设置通过“ch6”高位启动自动航线飞行，因此在开始仿真前保证遥控器“ch6”通道处于低位。等待硬件在环仿真环境启动完成后，首先在QGC中解锁无人机，然后将“ch6”拨至高位启动自动航线飞行。

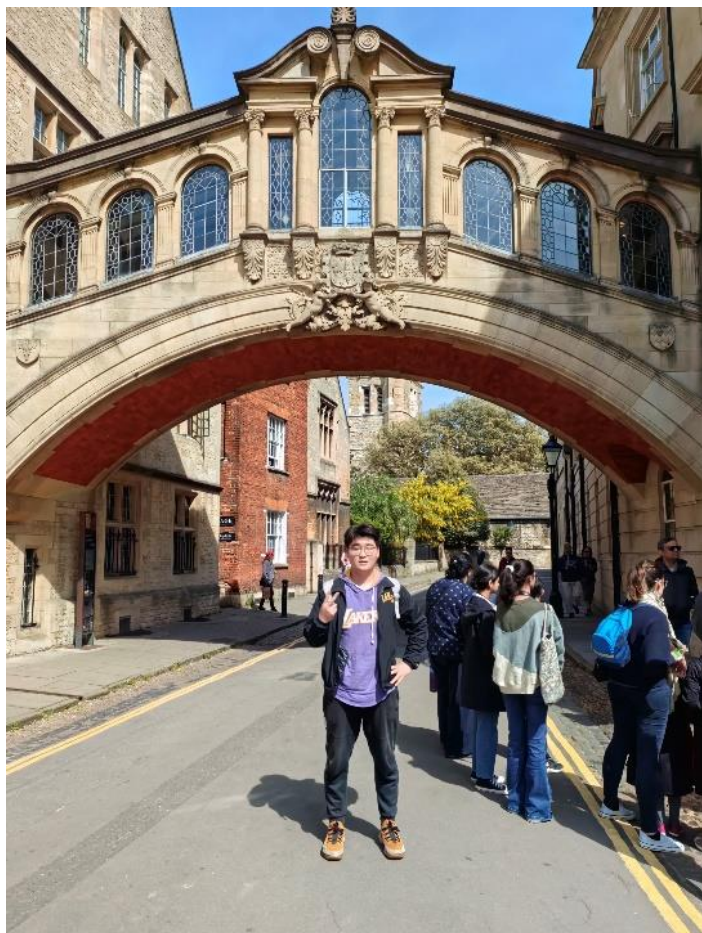


遥控器ch5、ch6预置低位
打开实验包hitl文件夹

致谢



□ 感谢吕书礼为本讲课程准备做出的贡献



□ 更多信息请访问公众号和网站



rfly.buaa.edu.cn