



多旋翼飞行器设计与控制

第四讲 动力系统建模和估算

全权 副教授

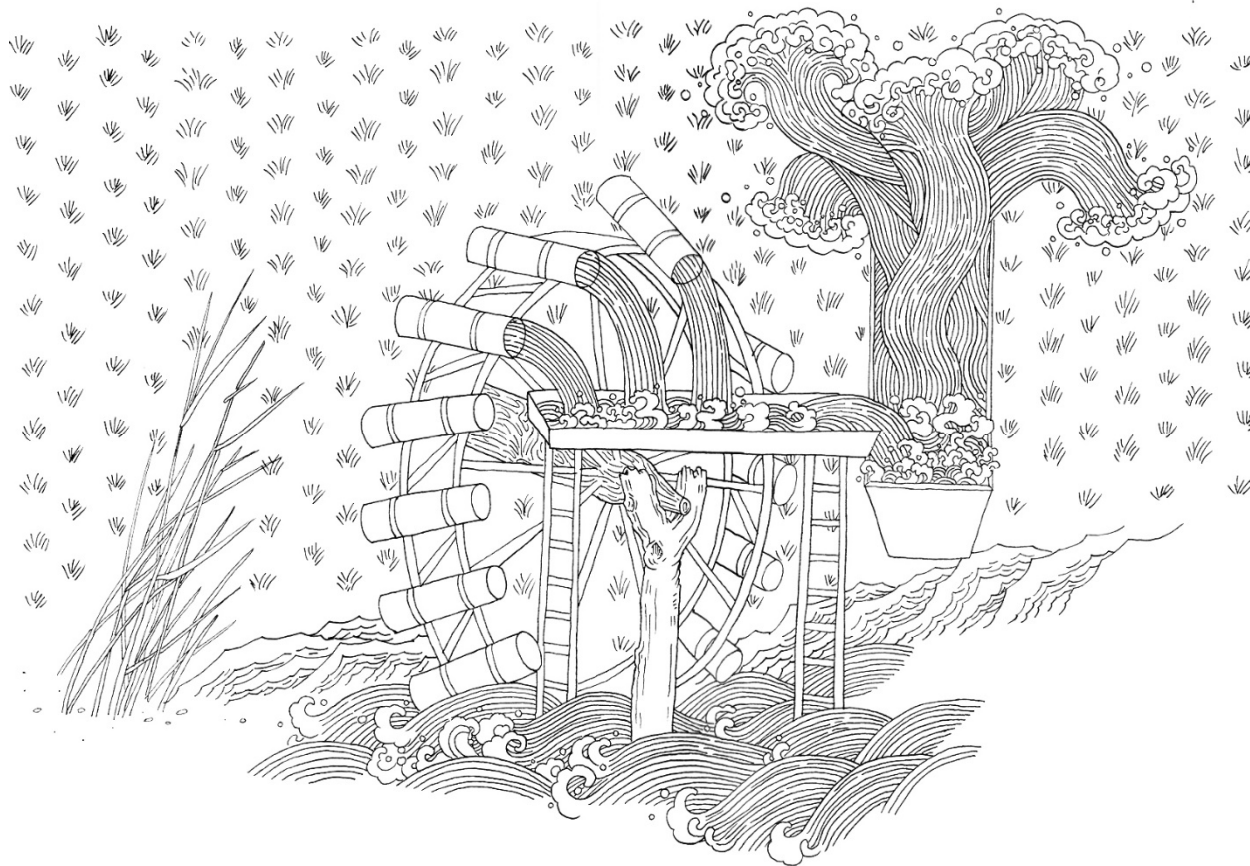
qq_buaa@buaa.edu.cn

自动化科学与电气工程学院

北京航空航天大学



东方智慧



筒车



核心问题

如何估算一架多旋翼飞行器的各项性能指标?



大纲

1. 总体描述

2. 动力系统模型

3. 性能计算和实验验证

4. 评估网站Flyeval.com介绍

5. 本讲小结



1. 总体描述

动力系统建模分为四部分：螺旋桨建模、电机建模、电调建模、电池建模。模型所有输入，如表中所示。为了简化本节课讲解，螺旋桨参数可以归为为拉力系数和转矩系数。

□ 动力系统各器件参数设定

器件	参数指标
螺旋桨	$\Theta_p = \{ \text{直径 } D_p, \text{ 螺距 } H_p, \text{ 桨叶数 } B_p, \text{ 叶片平均气动弦长 } c_p, \text{ 重量 } G_p \}$
电机	$\Theta_m = \{ \text{标称空载电流 } I_{m0}, \text{ 标称空载电压 } U_{m0}, \text{ 标称空载 KV 值 } K_{v0}, \text{ 最大电流 } I_{mMax}, \text{ 内阻 } R_m, \text{ 重量 } G_m \}$
电调	$\Theta_e = \{ \text{最大电流 } I_{eMax}, \text{ 内阻 } R_e, \text{ 重量 } G_e \}$
电池	$\Theta_b = \{ \text{总容量 } C_b, \text{ 内阻 } R_b, \text{ 总电压 } U_b, \text{ 最大放电倍率 } K_b, \text{ 重量 } G_b \}$

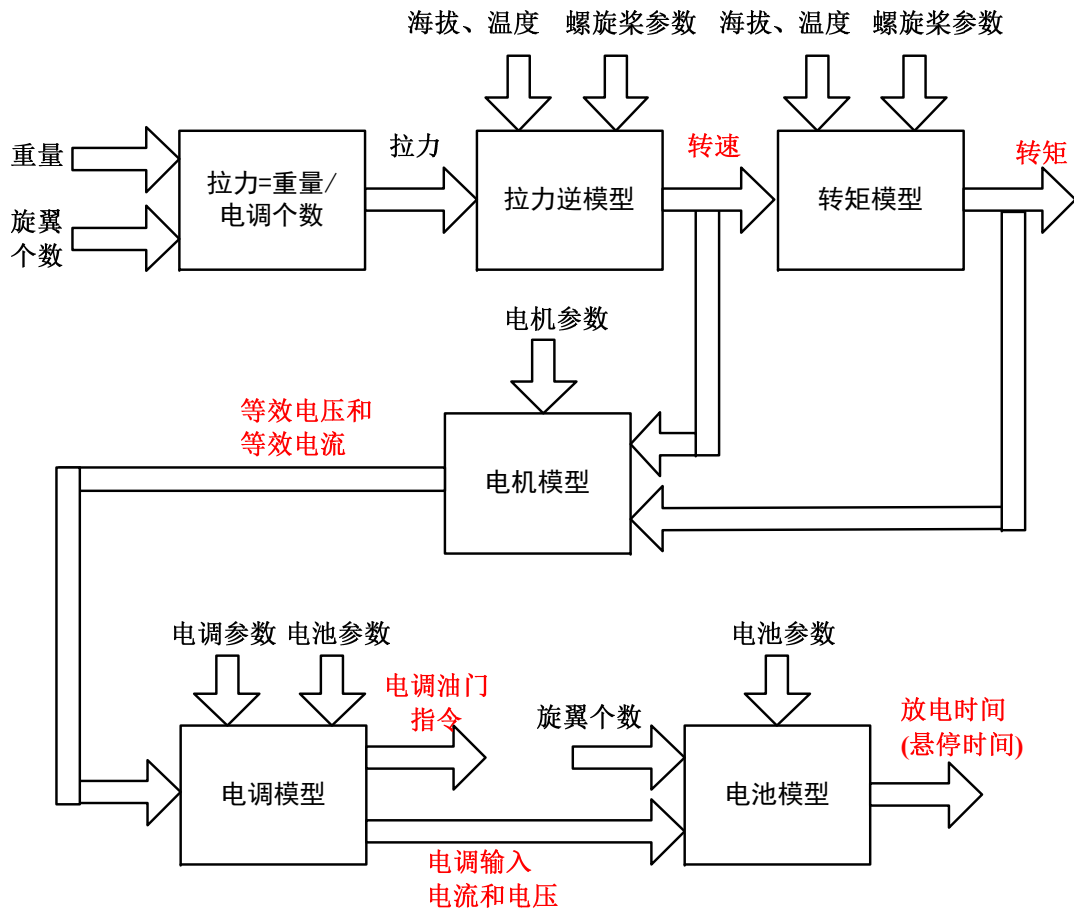
螺旋桨的
拉力系数
和转矩系数

C_T C_M



1.总体描述

□ 求解悬停时间的总体思路



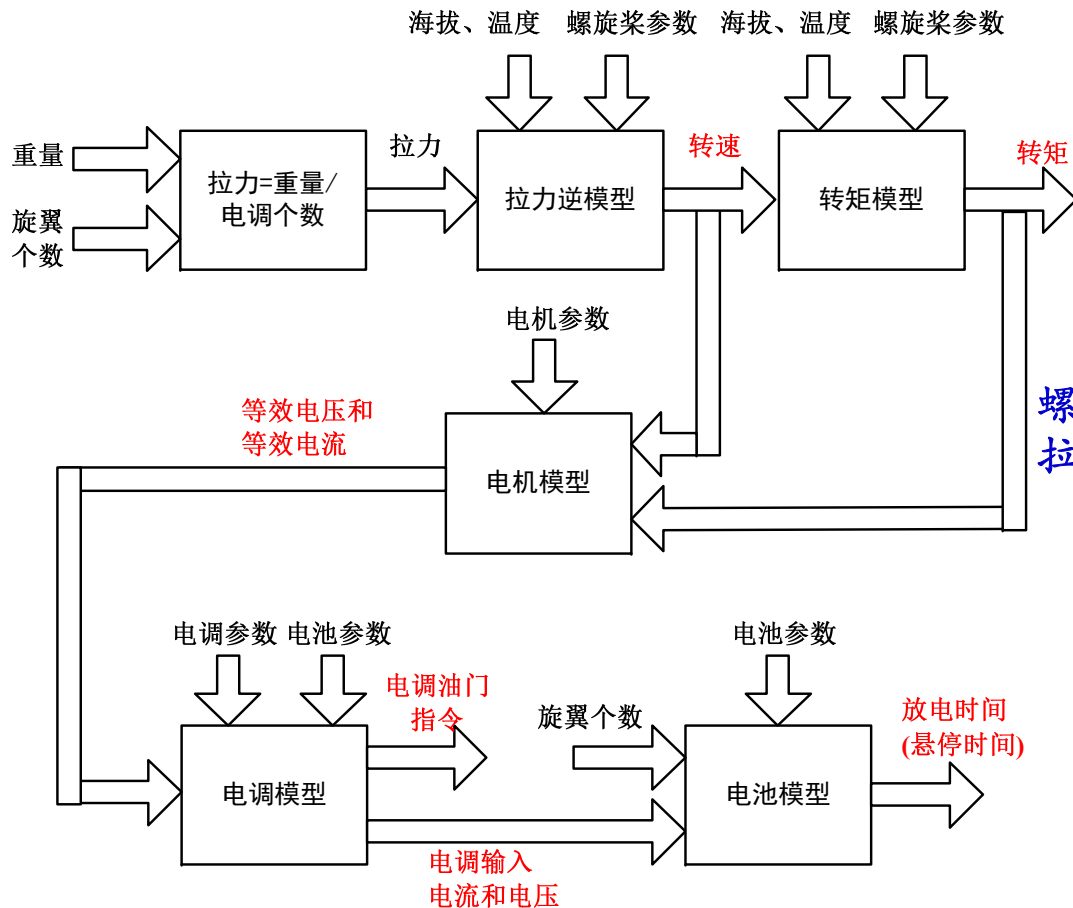
- 螺旋桨模型：
拉力和转矩
- 电机模型
- 电调模型
- 电池模型



2.动力系统模型



螺旋桨模型



(1) 拉力模型

拉力(N)

$$T = C_T \rho \left(\frac{N}{60} \right)^2 D_p^4$$

螺旋桨拉力系数
空气密度(kg/m³)
转速(RPM)
螺旋桨直径(m)

$$\rho = \frac{273 P_a}{101325(273 + T_t)} \rho_0$$

温度(°C)

$$P_a = 101325 \left(1 - 0.0065 \frac{h}{273 + T_t} \right)^{5.2561}$$

海拔(m)

$$\rho_0 = 1.293 \text{ kg/m}^3$$



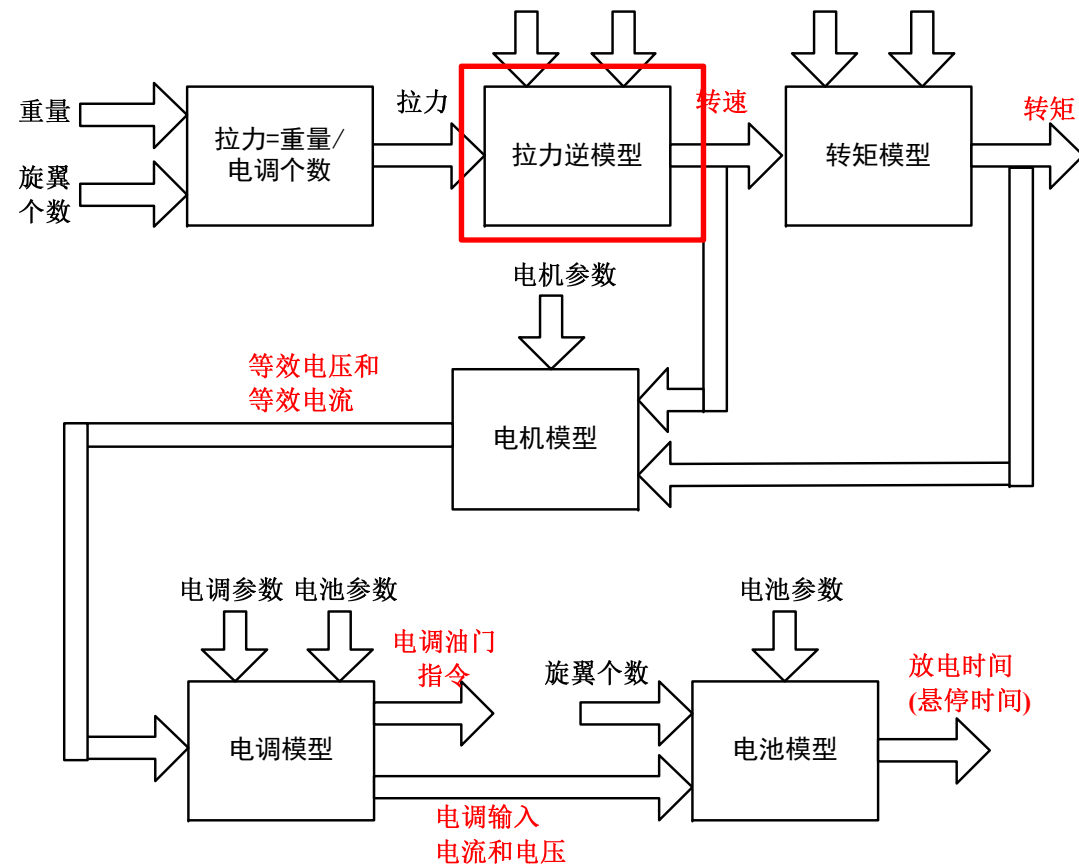
2.动力系统模型



螺旋桨模型

海拔、温度 螺旋桨参数 海拔、温度 螺旋桨参数

(2) 拉力逆模型



$$N = 60 \sqrt{\frac{T}{D_p^4 C_T \rho}}$$

单个螺旋桨拉力(N)

$$T = \frac{G}{n_r}$$

螺旋桨个数

飞机重量(N)

$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{n_r D_p^4 C_T \rho}}$$

转速 (RPM)



2.动力系统模型

螺旋桨模型

海拔、温度 螺旋桨参数 海拔、温度 螺旋桨参数



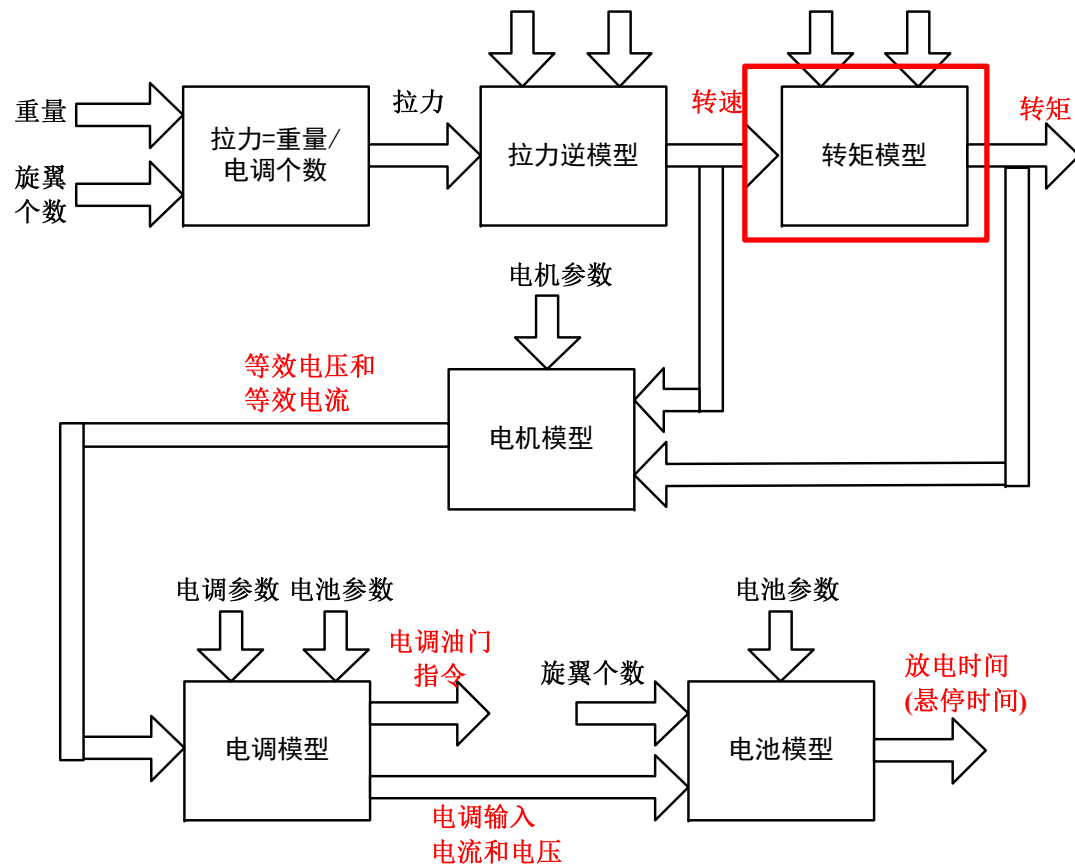
(3) 转矩模型

螺旋桨
转矩系数

$$M = C_M \rho \left(\frac{N}{60} \right)^2 D_p^5$$

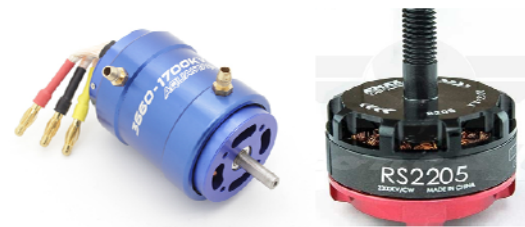
$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{n_r D_p^4 C_T \rho}}$$

$$M = C_M \frac{G}{n_r C_T} D_p$$





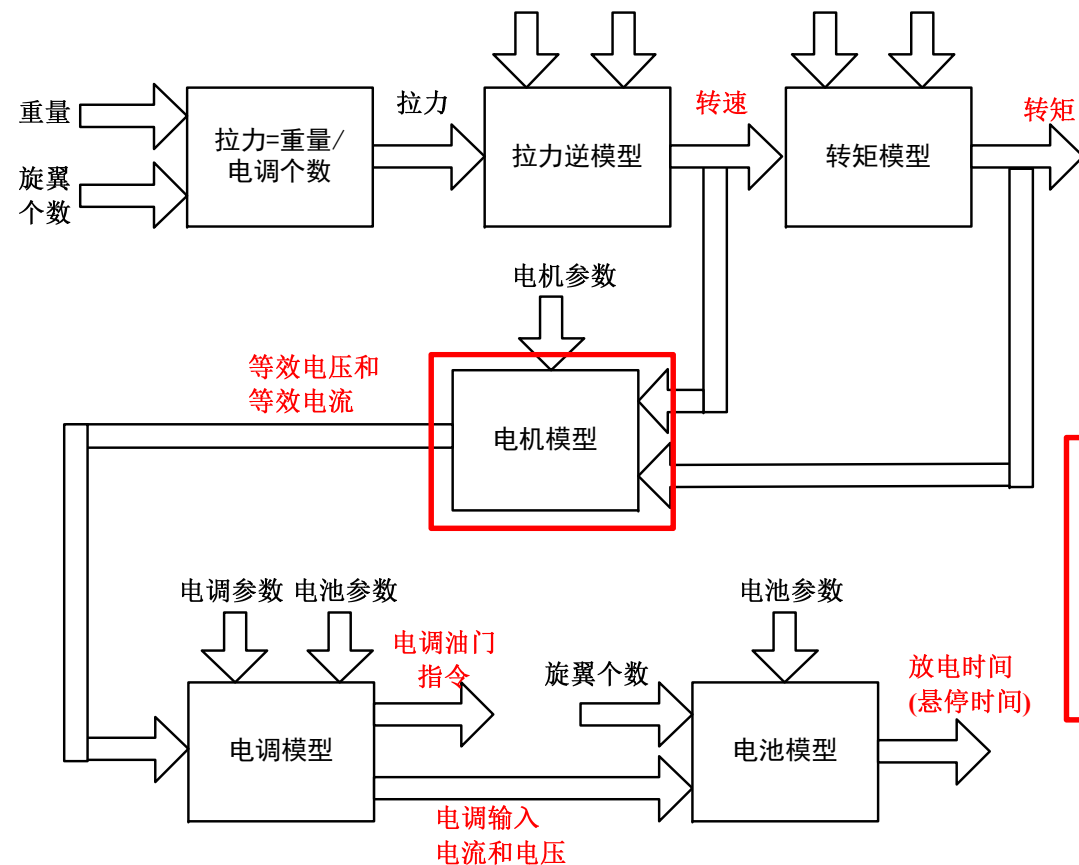
2.动力系统模型



电机模型

海拔、温度 螺旋桨参数 海拔、温度 螺旋桨参数

(1) 电磁转矩



$$T_e = K_T I_m$$

电磁
转矩

电机
转矩常数

电枢
电流

$$K_T = \frac{60}{2\pi} K_E = 9.55 K_E$$

$$K_E = \frac{U_{m0} - I_{m0} R_m}{K_{v0} U_{m0}}$$

↑

器件参数
厂商可提供



2.动力系统模型

电机模型

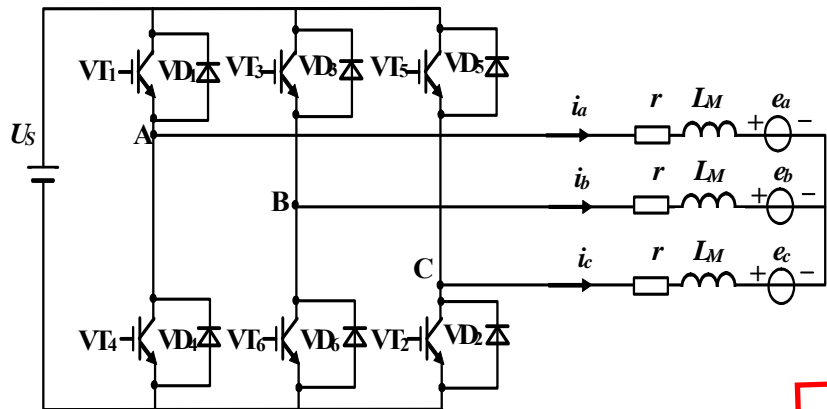


图4.1 三相无刷电机电路

不考虑开关器件动作的过渡过程，并忽略电枢绕组的电感。这样，无刷直流电动机的模型可以简化为右图。

方波驱动—梯形波反电势与方波电流

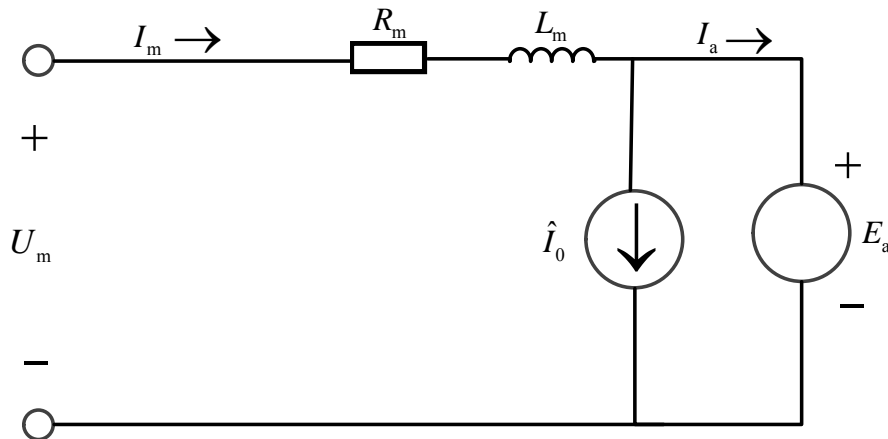


图4.2 电机等价电路



2.动力系统模型

电机模型

(2) 输出转矩

$$M = K_T (I_m - I_{m0})$$

空载电流
(已知)

拉力逆模型得到转矩

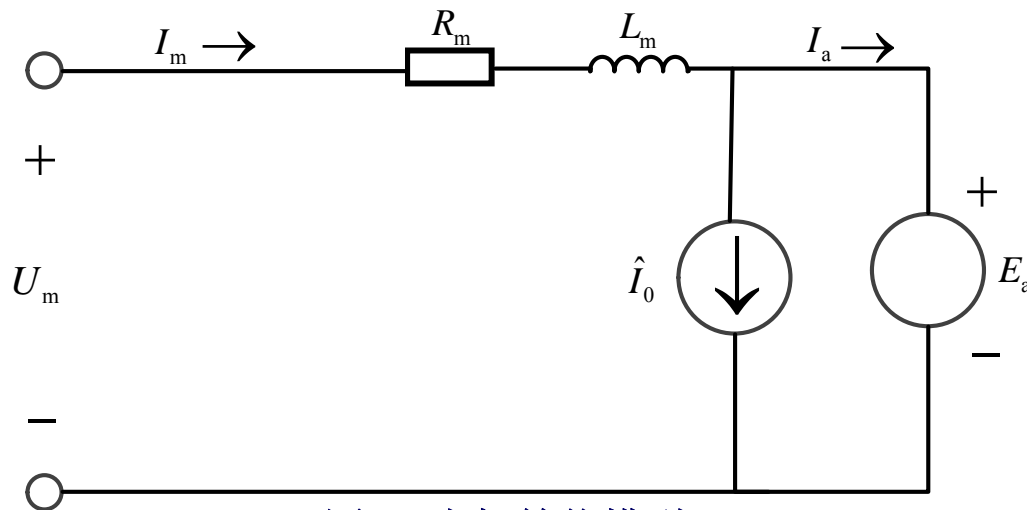


图4.3 电机等价模型

(3) 等效电流

$$I_m = \frac{M}{K_T} + I_{m0}$$

(4) 等效电压

$$U_m = K_E N + R_m I_m$$

拉力逆模型
得到的转速

在无刷直流电机中，电机转速正比于反电动势



2.动力系统模型

电调模型

海拔、温度 螺旋桨参数 海拔、温度 螺旋桨参数

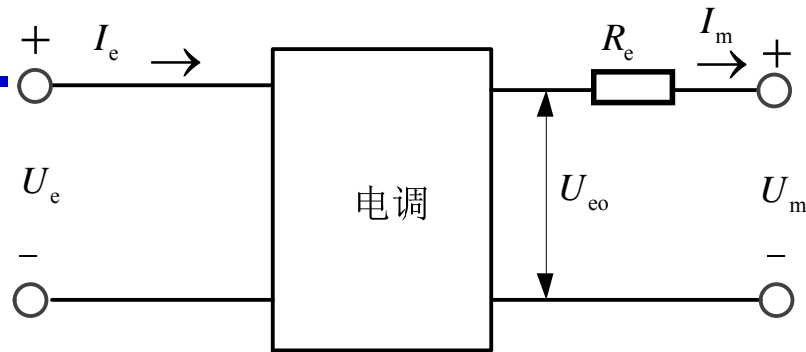
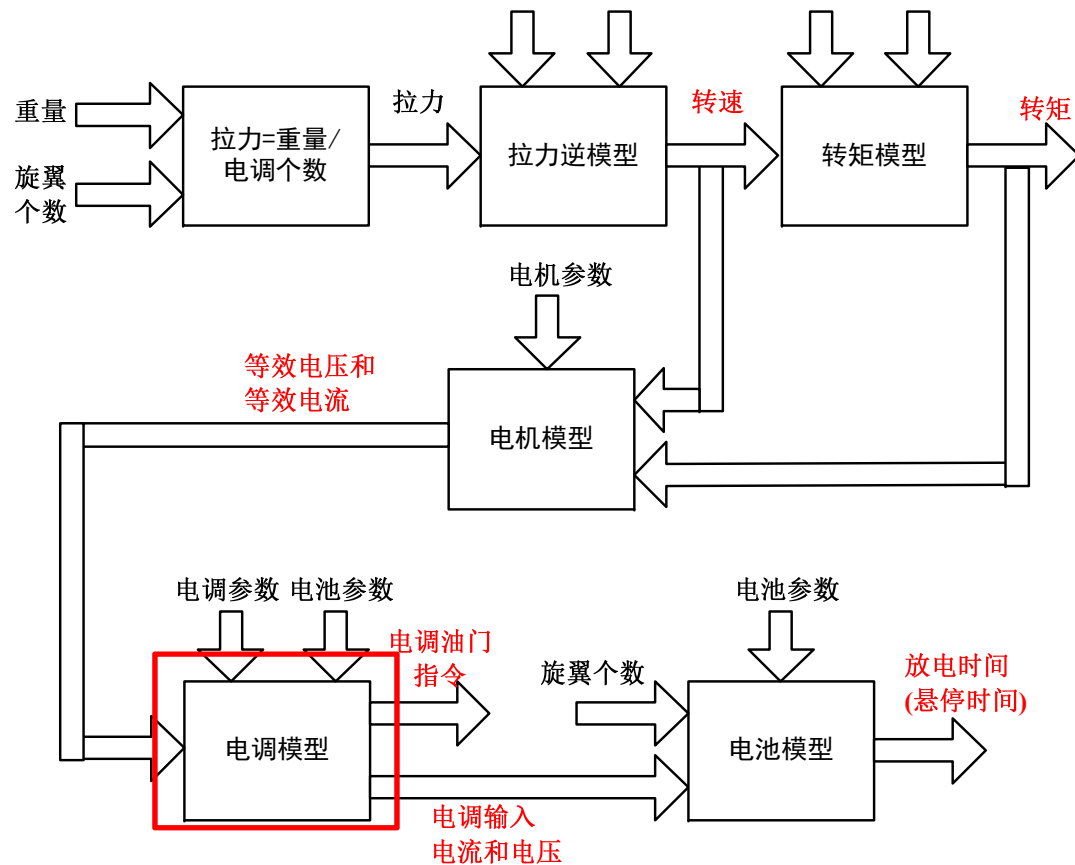


图4.4 电调模型

U_{eo} 为电调调制后的等效直流电压，可表示为

$$U_{eo} = U_m + I_m R_e$$

电调输出电压满足

$$\sigma = \frac{U_{eo}}{U_e} \approx \frac{U_{eo}}{U_b}$$

输入油门指令 电池电压



2.动力系统模型

电调模型

海拔、温度 螺旋桨参数 海拔、温度 螺旋桨参数

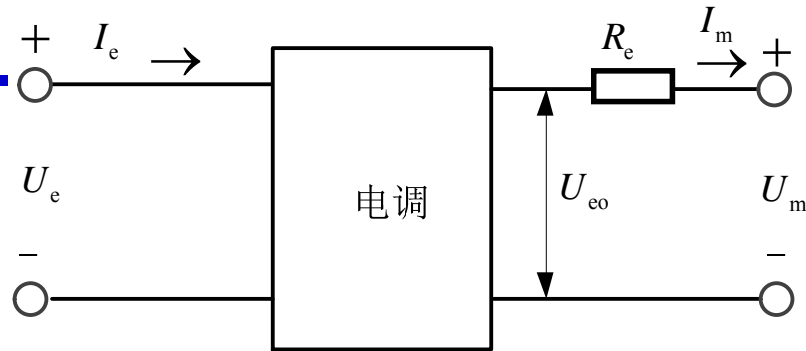
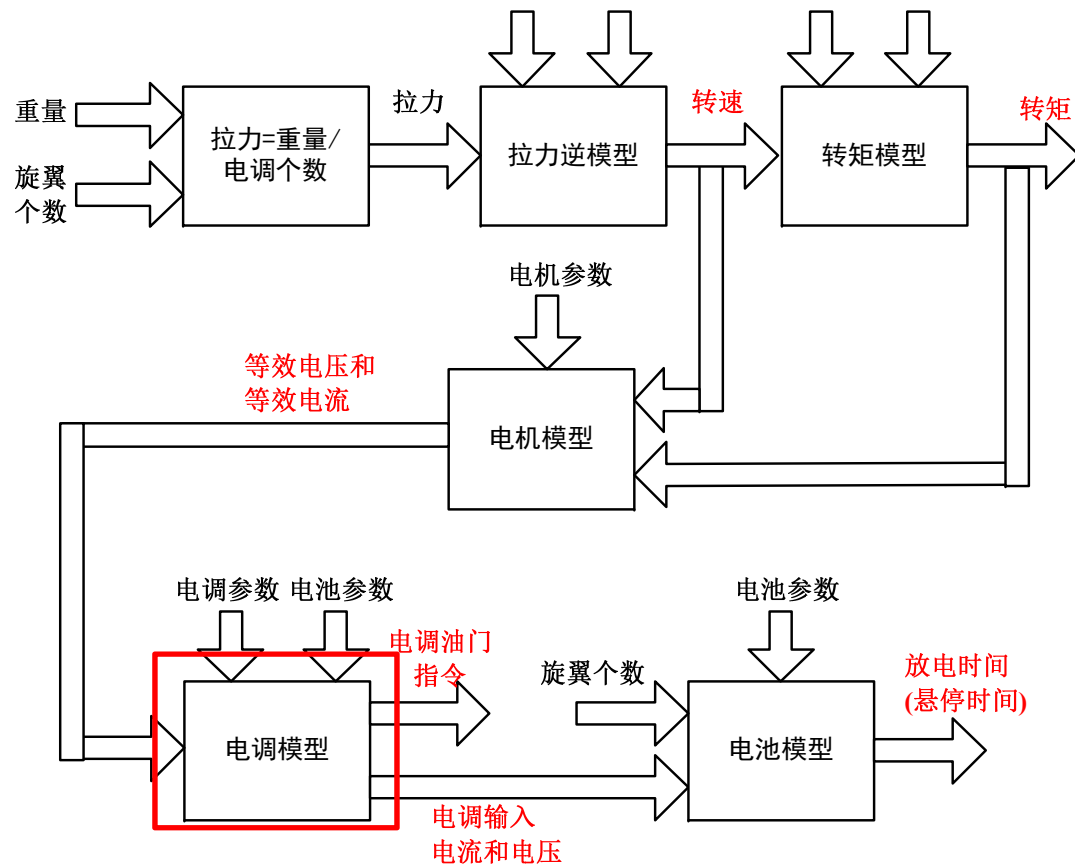


图4.4 电调模型

电调输入电流为

$$I_e = \sigma I_m$$

而电调输入电压（电池输出电压）为

$$U_e = U_b - n_r I_e R_b$$

电调
个数

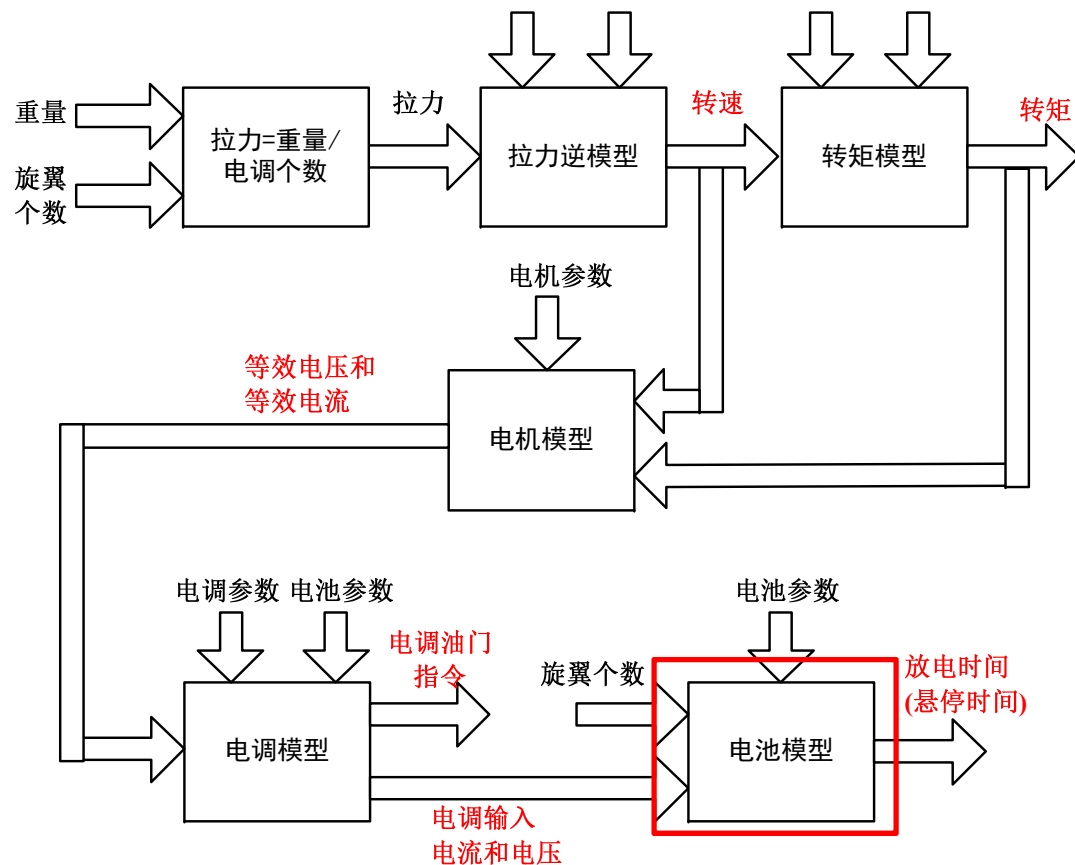
电池
内阻



2.动力系统模型

□ 电池模型

海拔、温度 螺旋桨参数 海拔、温度 螺旋桨参数



电池建模对电池实际放电过程进行简化，假设放电过程中电压保持不变，悬停电流为定值，电池的放电能力呈线性变化

电池电流 $I_b = n_r I_e + I_{\text{other}}$ (自 驾 仪 云 台 等 其 他 设 备 电 流 消 耗)

电池实际电 剩余容量 $C_{\text{real}} = C_b - I_b T_{\text{real}}$ (电 池 使 用 时 间)

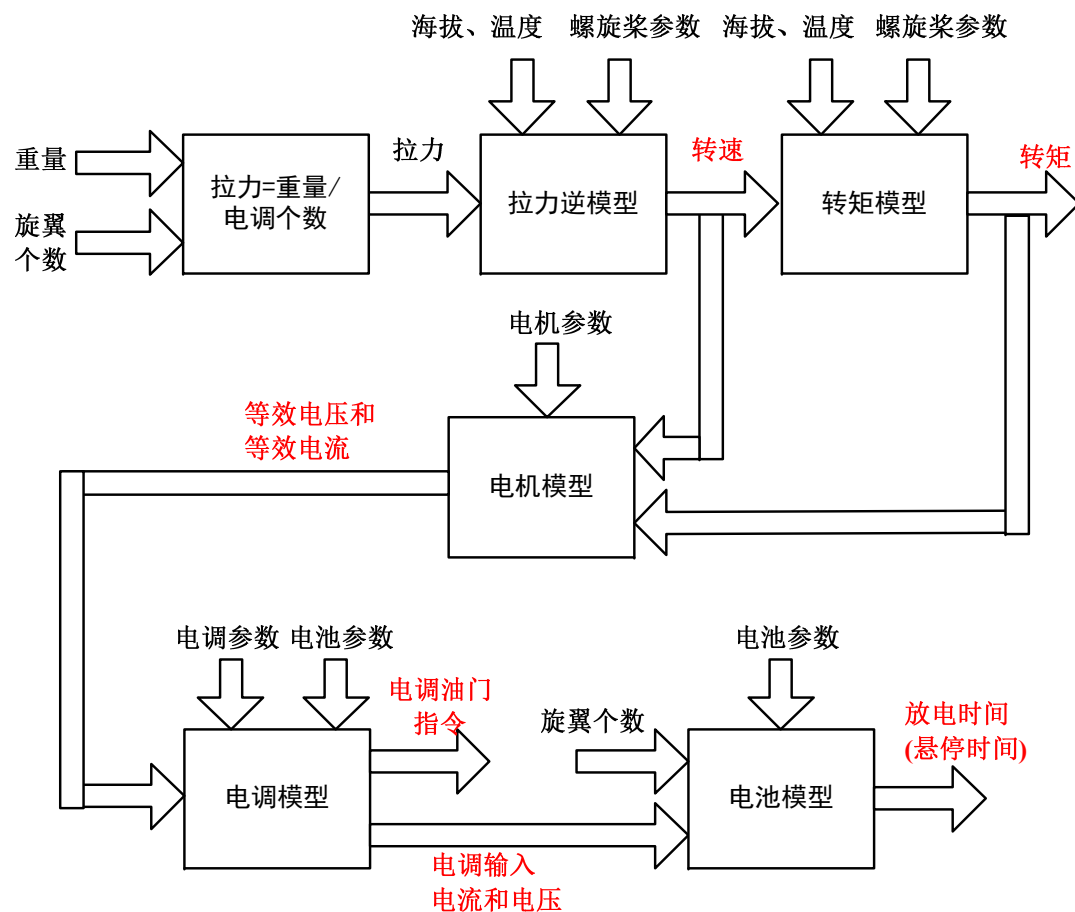
• 放电时间 (min)

$$T_b = \frac{C_b - C_{\text{min}}}{I_b} \cdot \frac{60}{1000} \text{ (mAh)}$$

最小放 电容量



3.性能计算和实验验证



- 螺旋桨模型

$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{\rho D_p^4 C_T (\Theta_p) n_r}}, M = \rho D_p^5 C_M \left(\frac{N}{60} \right)^2$$

- 电机模型

$$U_m = f_{U_m}(\Theta_m, M, N), I_m = f_{I_m}(\Theta_m, M, N)$$

- 电调模型

$$\sigma = f_{\sigma}(\Theta_e, U_m, I_m, U_b)$$

$$I_e = f_{I_e}(\sigma, I_m)$$

$$U_e = f_{U_e}(\Theta_b, I_e)$$

- 电池模型

$$T_b = f_{T_b}(\Theta_b, I_b)$$



3.性能计算和实验验证

问题1: 给定总重量 G , 求解悬停时间 T_{hover} , 电调输入油门指令 σ , 电调输入电流 I_e , 电调输入电压 U_e , 电池电流 I_b , 转速 N , 螺旋桨转矩 M 。

螺旋桨模型

$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{\rho D_p^4 C_T n_r}}, M = \rho D_p^5 C_M \left(\frac{N}{60}\right)^2$$

电机模型

$$U_m = f_{U_m}(\Theta_m, M, N)$$
$$I_m = f_{I_m}(\Theta_m, M, N)$$

电调模型

$$\sigma = f_{\sigma}(\Theta_e, U_m, I_m, U_b)$$
$$I_e = f_{I_e}(\sigma, I_m)$$
$$U_e = f_{U_e}(\Theta_b, I_e)$$

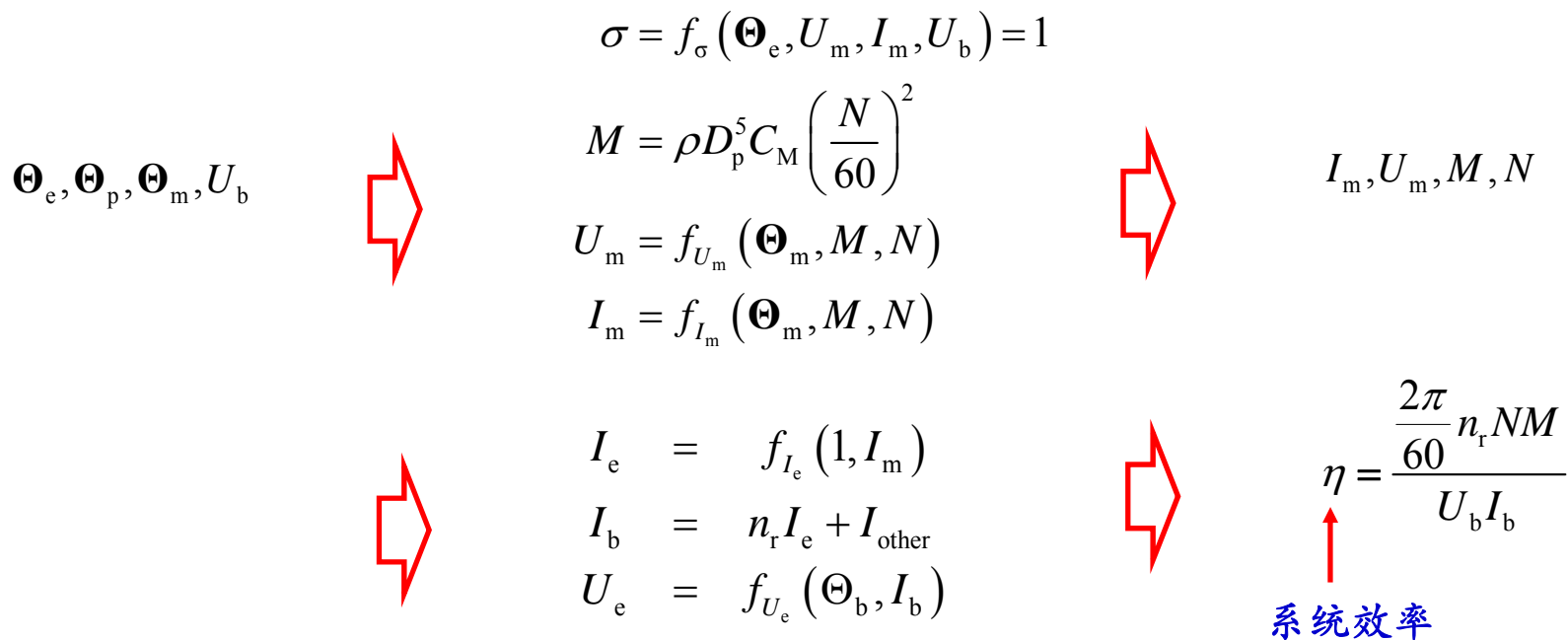
电池模型

$$I_b = n_r I_e + I_{\text{other}}$$
$$T_{\text{hover}} = f_{T_b}(\Theta_b, I_b)$$



3.性能计算和实验验证

问题2. 给定总重量 G ，电调输入油门指令 $\sigma=1$ ，求解飞行器的极限情况下电调输入电流 I_e ，电调输入电压 U_e ，电池电流 I_b ，转速 N ，系统效率 η （系统效率是指在满油门状态下螺旋桨输出功率与电池输出功率的比值）。





3.性能计算和实验验证

问题3. 给定总重量 G ，电调输入油门指令 $\sigma = 0.8$ ，求解飞行器的最大载重和最大倾斜角。

$$\sigma = f_{\sigma}(\Theta_e, U_m, I_m, U_b) = 0.8$$

$$M = \rho D_p^5 C_M \left(\frac{N}{60}\right)^2$$

$$U_m = f_{U_m}(\Theta_m, M, N)$$

$$I_m = f_{I_m}(\Theta_m, M, N)$$

I_m, U_m, M, N

$$T = C_T \rho D_p^4 \left(\frac{N}{60}\right)^2$$

单旋翼最大拉力

$$G_{\max\text{load}} = n_r T - G$$

最大载重

$$\theta_{\max} = \arccos \frac{G}{n_r T}$$

最大俯仰角

最大负载下，多旋翼的极限。之所以取占空比 0.8 而不是 1，是为了给予控制的一定裕度。



3.性能计算和实验验证

问题4：给定总重量 G ，求解飞行器的最大飞行速度，最远飞行距离以及综合飞行时间（指飞行器飞行距离达到最远时的飞行时间）。

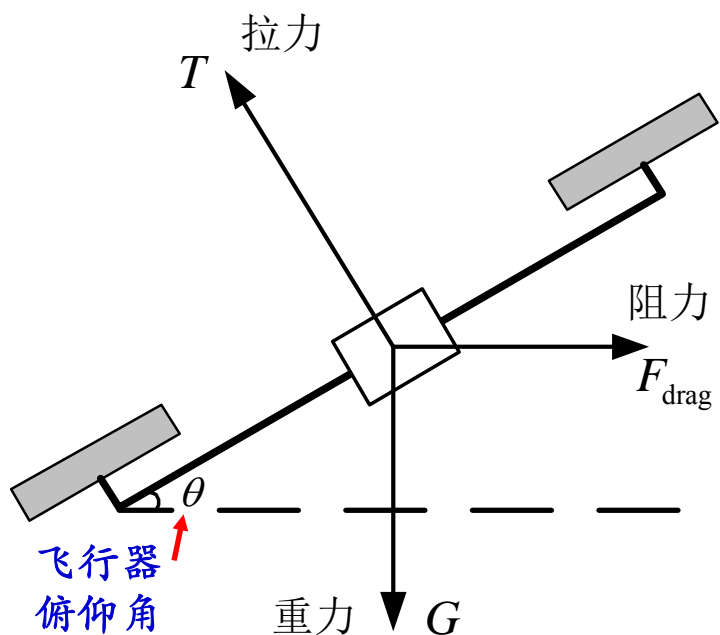


图 4.5 多旋翼前飞受力图

□ 飞行器前飞速度

- 阻力跟拉力的关系

$$F_{drag} = G \tan \theta$$

$$T = \frac{G}{n_r \cos \theta}$$

- 阻力跟速度的关系

$$F_{drag} = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 S$$

$$C_D = C_{D_1} \cdot (1 - \sin^3 \theta) + C_{D_2} \cdot (1 - \cos^3 \theta)$$

$$V(\theta) = \sqrt{\frac{2G \tan \theta}{\rho S [C_{D_1} \cdot (1 - \sin^3 \theta) + C_{D_2} \cdot (1 - \cos^3 \theta)]}}$$

飞行器前飞速度
由俯仰角决定

行控制研究组



3.性能计算和实验验证

问题4: 给定总重量 G , 求解飞行器的最大飞行速度, 最远飞行距离以及综合飞行时间 (指飞行器飞行距离达到最远时的飞行时间)。

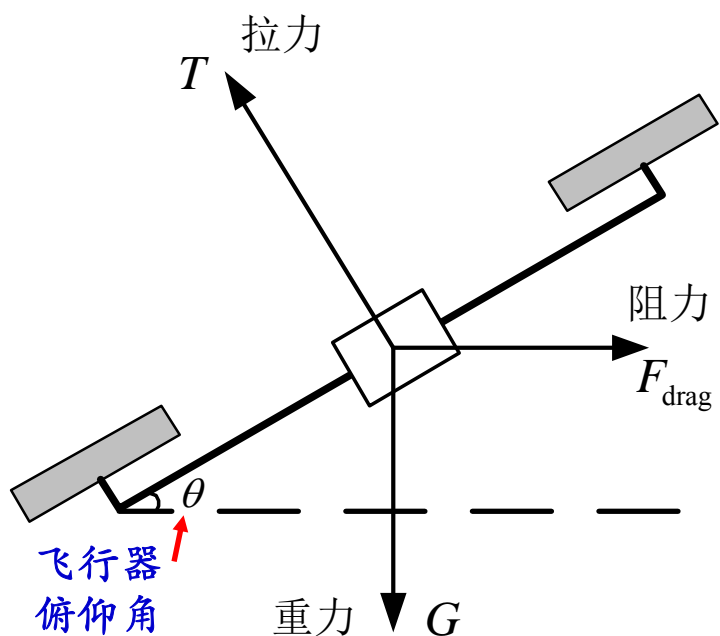


图 4.5 多旋翼前飞受力图

□ 飞行器前飞距离

- 螺旋桨转速 $N = 60 \sqrt{\frac{G}{\rho C_T D_p^4 n_r \cos \theta}}$
- 螺旋桨转矩 $M = \frac{G C_M D_p}{C_T n_r \cos \theta}$
- 飞行时间 (见第一问) $T_{\text{fly}}(\theta)$ (飞行时间, min)
- 飞行距离 $Z(\theta) = 60V(\theta) T_{\text{fly}}(\theta)$
- 最远飞行距离 $\max_{\theta \in [0, \theta_{\text{max}}]} Z(\theta) \rightarrow$ 找到某俯仰角使飞行距离最远



3.性能计算和实验验证

□ 约束问题

约束1：电调输入油门在 $[0,1]$ 之间；一般我们希望，合理的油门在**50%**左右，也就是说油门在中间的时候（上下控制余量都足够），恰好多旋翼能够悬停。

约束2：**电机电枢电流不超限**，否则电机会烧掉。

约束3：**电调输入电流不超限**，否则电调会烧掉。

约束4：**电池输出电流不超限**，否则发热损坏电池。



3.性能计算和实验验证



图片 4.6 实验验证设备

- 1.验证在不同转速下，模型算出的**拉力**大小与**电调电流**大小是否与实际相符
- 2.验证**悬停时间**这一代表性性能指标



3.性能计算和实验验证

表.实验参数表

环境参数	$h=50\text{m}, T_t=25^\circ\text{C}$
螺旋桨参数	APC 10x45MR ($D_p=10\text{inch}, H_p=4.5\text{inch}, B_p=2$)
电机参数	Sunnysky Angel A2212 ($K_{V0}=980\text{RPM/V}, R_m=0.12\Omega, U_{m0}=20\text{V}, I_{m0}=0.5\text{A}, I_{m\text{Max}}=20\text{A}$)
电调参数	$I_{e\text{Max}}=30\text{A}, R_e=0.008\Omega$
电池参数	ACE ($C_b=4000\text{mAh}, U_b=12\text{V}, R_b=0.016\Omega, K_b=25\text{C}$)

□ 验证在不同转速下，模型算出的拉力大小与电调电流大小是否与实际相符

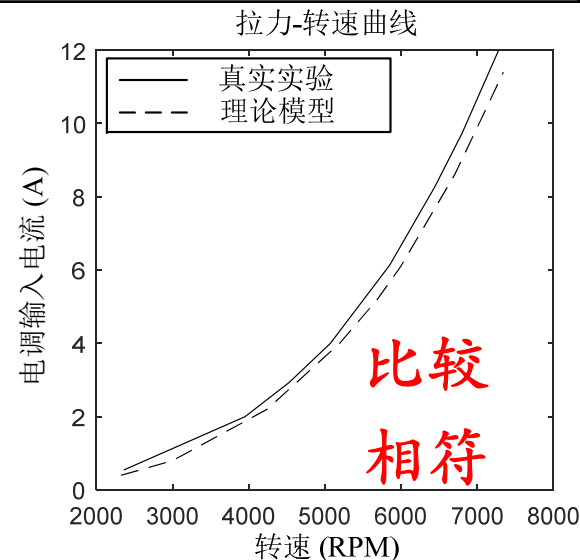
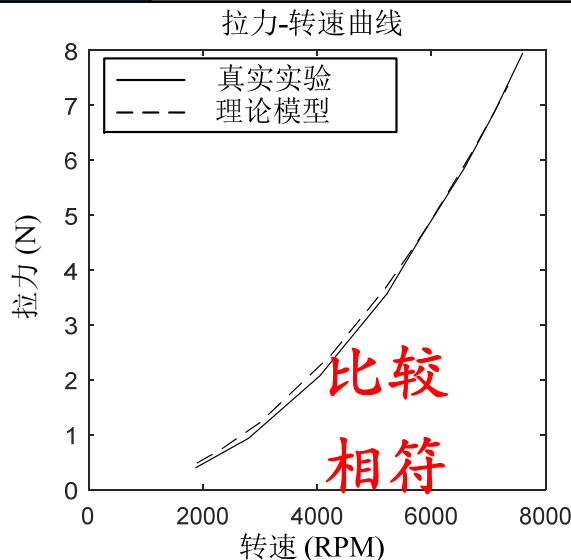


图 4.7 油门-速度与电流-速度曲线



3.性能计算和实验验证

□ 验证悬停时间

- 为了模拟飞行器悬停状态，实验中产生的拉力可以当做飞行器悬停时单个旋翼产生的拉力
- 悬停时间与电池安全放电时间等效
- 实验结果：

虚拟飞行器参数	$G=14.7N, n_r=4$	
环境参数和动力系统参数	见上页的实验参数表	
悬停时间	实验结果	12.5min
	估算结果	12.2min

比较相符



4. 评估网站Flyeval.com介绍

Fe 飞行评测
Flying Evaluation

首页 **设计 (Beta)** 反馈&联系 关于我们 语言 ▼

整机重量: 1.5 kg | 机架轴距: 450 mm | 飞行海拔: 200 m | 空气温度: 25 °C | 外形气动: 一般 ▼

电池放电下限: 15% | 安全起飞油门上限: 85% | 飞控最大倾角: 无限制 | 飞控附件电流: 0.5 A

电机品牌: T-MOTOR (老虎电机) | 型号: MNZ212 V2.0 KV920

螺旋桨品牌: APC | 型号: 10x4.5MR

电调品牌: Hobbywing (好盈) | 型号: XRotor 40A

电池品牌: ACE (格氏电池) | 型号: LiPo 3S-11.1V-30C-5300mAh | 电池串联+并联组合: 1 | S | 1 | P

计算!

基本信息

悬停时间: 17.1 min. ≥ 44.9% 多旋翼

剩余负载: 1.28 kg ≥ 56.1% 多旋翼

详细信息

悬停性能:

悬停时间	: 17.1 min.
油门百分比	: 57.4 %
电机电流	: 3.83 A
电机转速	: 5282.7 rpm
电机输出功率	: 35.5 W
电池输出电压	: 11.8 V
电池输出电流	: 15.9 A
能量效率	: 74.9 %

最大油门性能:

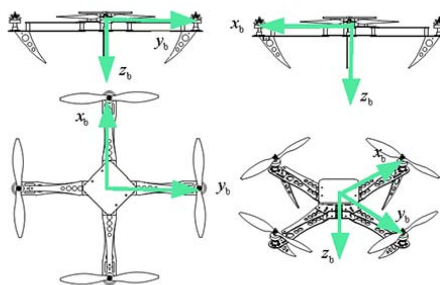
飞行时间	: 4.4 min.
总升力	: 34.7 N
电机电流	: 15.2 A
电机转速	: 6121.1 rpm
电机输出功率	: 129.1 W
电池输出电压	: 11.4 V
电池输出电流	: 60.9 A
能量效率	: 70.7 %

整体性能:

正常使用	: 13.2 min.
整机重量	: 1.5 kg
剩余载重	: 1.28 kg
最大起飞海拔	: 5.08 km
最大倾斜角度	: 57.3 °
最大平飞速度	: 12 m/s
单程飞行距离	: 5.3 km
抗风等级	: 4 级

🔗 结果不准? 点此校正

控制模型 (说明文档)(课件)



多旋翼总质量	: $m = 1.5 \text{ kg}$
重力加速度	: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
转动惯量矩阵	: $J = \text{diag}(J_{xx}, J_{yy}, J_{zz})$
	: $J_{xx} = 1.372e-2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
	: $J_{yy} = 1.372e-2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
	: $J_{zz} = 2.465e-2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
多旋翼机身半径(l_1 =轴距)	: $d = 0.225 \text{ m}$
螺旋桨推力系数(T_p/ω^2)	: $C_T = 1.201e-5 \text{ N}/(\text{rad/s}^2)$
螺旋桨力矩系数(M_p/ω^2)	: $C_M = 2.100e-7 \text{ N}\cdot\text{m}/(\text{rad/s}^2)$
油门(σ)到电机稳态转速(ω_{ss})	: $C_R = 708.7 \text{ rad/s}$
($\omega_{ss} = C_R \cdot \sigma + \omega_b$)	: $\omega_b = 146.07 \text{ rad/s}$
电机螺旋桨转动惯量	: $J_m = 1.16e-4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
电机响应时间常数	: $T_m = 0.0673 \text{ s}$
多旋翼空气阻力系数(D/v^2)	: $C_d = 0.222 \text{ N}/(\text{m/s}^2)$

基于本讲的理论，我们建立了一个在线性能估算网站flyeval.com.用户在网站上输入机架布局参数、环境参数和动力系统参数后，可以方便地得到性能估算结果。



4. 评估网站Flyeval.com介绍

Fe Flying Evaluation

HOME DESIGN(Beta) BUGS&CONTACT ABOUT US LANGUAGE ▼

Frame Type: QuadCopter Total Weight: 1.5 kg Hovering Time: 15 min. Flying Altitude: 50 m Design Application: Aerial Photography Battery Density (*Optional): Wh/kg

Reverse Solution!

Num.	Motor	ESC	Propeller	Battery	Frame Size	Hovering Time	Remaining Load	Weight
1	JFRC U2212 KV750	Hobbywing XRotor 20A	APC 10x4.7	Lipo 3S-11.1V-20C-6000mAh	450mm	26.6min.	0.3kg	1.5kg
2	JFRC U2208 KV1500	Hobbywing XRotor 20A	APC 10x4.7	Lipo 2S-7.4V-20C-9900mAh	450mm	24.7min.	0.3kg	1.5kg
3	JFRC U2206 KV1500	Hobbywing XRotor 20A	Carbon 8x3.8	Lipo 3S-11.1V-20C-7900mAh	360mm	22.6min.	0.3kg	1.5kg
4	EMAX MT2216-810KV	EMAX Simonk 12A	1055 Carbon Fiber	Lipo 3S-11.1V-20C-7100mAh	450mm	23.6min.	0.3kg	1.5kg
5	JFRC U2212 KV980	Hobbywing XRotor 20A	APC 9x4.7	Lipo 3S-11.1V-20C-6600mAh	400mm	23.6min.	0.3kg	1.5kg
6	T-MOTOR MT2208 KV1100	T-MOTOR AIR 15A	T-MOTOR 10*3.3CF	Lipo 3S-11.1V-20C-6900mAh	450mm	23min.	0.3kg	1.5kg
7	EMAX MT2208II-2000KV	EMAX Simonk 25A	HQ 6x4.5	Lipo 3S-11.1V-25C-7900mAh	270mm	20.9min.	0.3kg	1.5kg
8	T-MOTOR MT2212 KV980	T-MOTOR AIR 15A	T-MOTOR 10*3.3CF	Lipo 3S-11.1V-20C-6500mAh	450mm	23.1min.	0.3kg	1.5kg

除了性能估算的功能，该网站还提供辅助设计功能。用户简单地输入多旋翼需要达到的飞行性能指标，网站自动推荐最优的多旋翼配置方案。



5.本讲小结

- 动力系统性能是飞行总体性能的核心
- 多旋翼性能评估网站 www.flyeval.com (评估+设计)
- 设计就是寻求最佳的配置，即给定一架多旋翼飞行器的悬停时间、最大负载重量和飞行距离等飞行性能给出最佳的动力系统配置。
- 未来工作：增加动态的飞行指标。



资源

(1) 可靠飞行控制研究组主页课程中心(全部课件下载)

<http://rfly.buaa.edu.cn/course>

(2) 关注可靠飞行控制研究组公众号 buaarfly(文章、资讯等)

(3) 多旋翼设计与控制交流QQ群:183613048

(4) 视频课程(MOOC)同步发布, 网易云课堂搜索 “多旋翼”

<http://study.163.com/course/introduction/1003715005.htm>

(5) 同名中文书本教材《多旋翼飞行器设计与控制》即将在电子工业出版社出版, 敬请期待

(6) 有疑问可联系课程总助教戴训华, 邮箱: dai@buaa.edu.cn

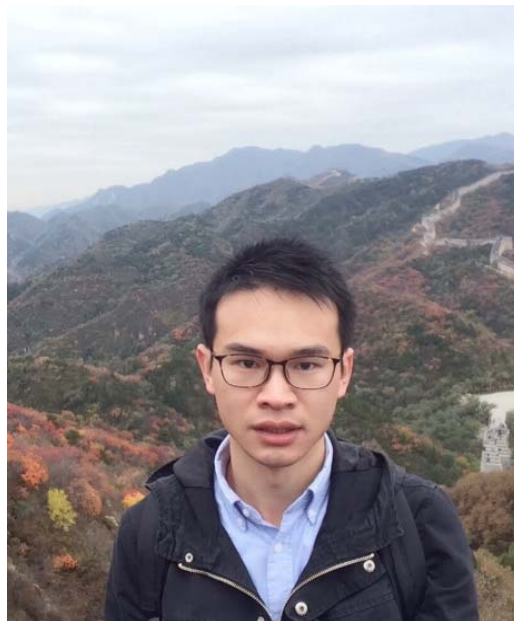


致谢

感谢控制组同学



史东杰



戴训华

为本节课程准备作出的贡献。



谢谢

更详细的内容可以参考我们的教材：《多旋翼飞行器设计与控制》，电子工业出版社。

中文版目前在亚马逊、当当、京东、天猫（电子工业出版社旗舰店）等网站有售。

英文版本 *Introduction to Multicopter Design and Control*，在Springer出版，在亚马逊有售。