本章目录

轨迹跟踪原理与高机动控制

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 3 个教学单元

6.5.1 跟踪与误差补偿
教材对应：第6.1.3.5节（流程第4–5步）

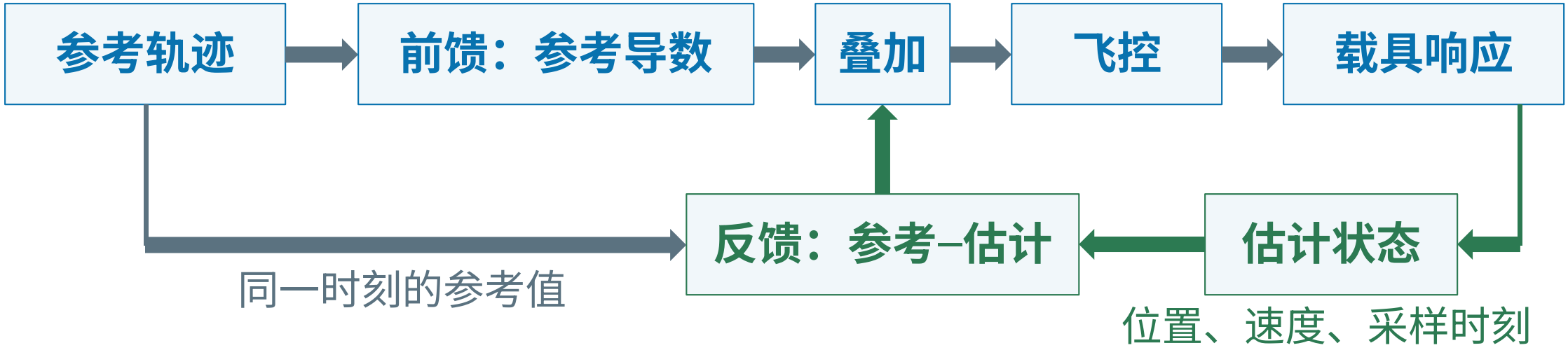
6.5.2 PVA指令与轨迹一致性
教材对应：第6.1.3.6节第1部分

6.5.3 姿态拉力与高机动控制
教材对应：第6.1.3.6节第2–5部分

6.5.1 跟踪与误差补偿：反馈与前馈

运动需求与状态偏差进入不同支路

参考轨迹给出运动需求，反馈报告实际偏差



前馈： 由参考位置的导数预测运动需求，主要补偿已知动态。

反馈： 依据状态误差纠偏，抵御初始误差和外部扰动。

6.5.1 跟踪与误差补偿：跟踪延迟

轨迹偏差同时包含时序与幅值差异

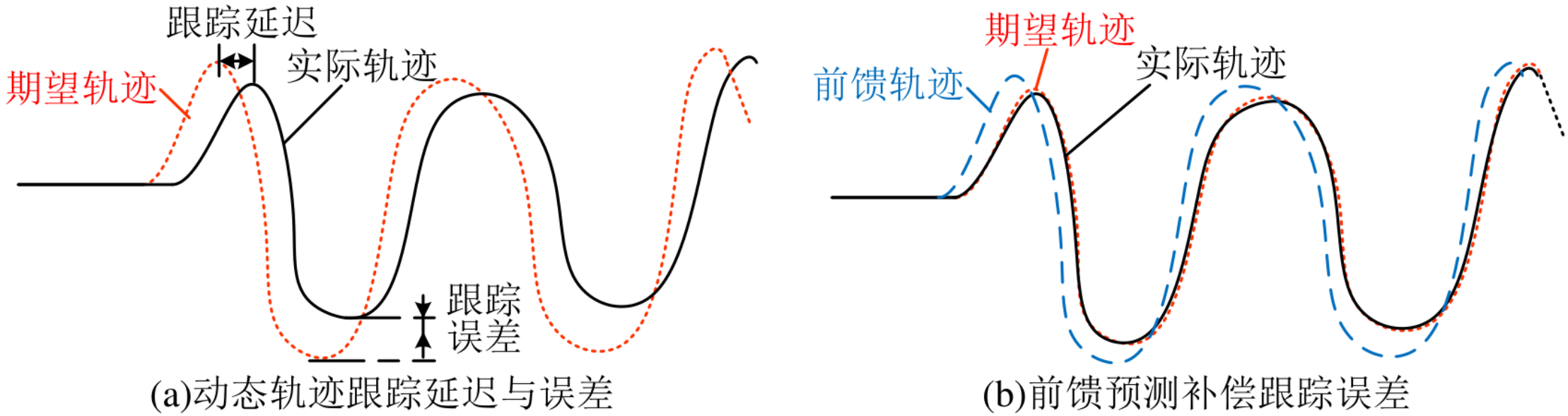


图6.6 轨迹跟踪延迟与误差的前馈修正

红虚线是期望，黑实线是响应，蓝虚线是补偿参考。
补偿参考把期望提前并修正幅值，修正量由辨识结果确定。

6.5.1 跟踪与误差补偿：一步计算

速度前馈补上零误差时仍需的运动

$$\mathbf{e} = \mathbf{p}_d - \hat{\mathbf{p}}, \qquad \mathbf{v}_c = \mathbf{v}_d + K_p\mathbf{e}$$

下标d为参考，帽号为估计，c为指令；位置单位m，速度单位m/s。

北、东二维分量；理想速度执行；R为半径，ω为角速度，K_p为比例增益。

$$R = 5\,\mathrm{m}, \quad \omega = 0.4\,\mathrm{rad/s}, \quad K_p = 1\,\mathrm{s}^{-1}$$

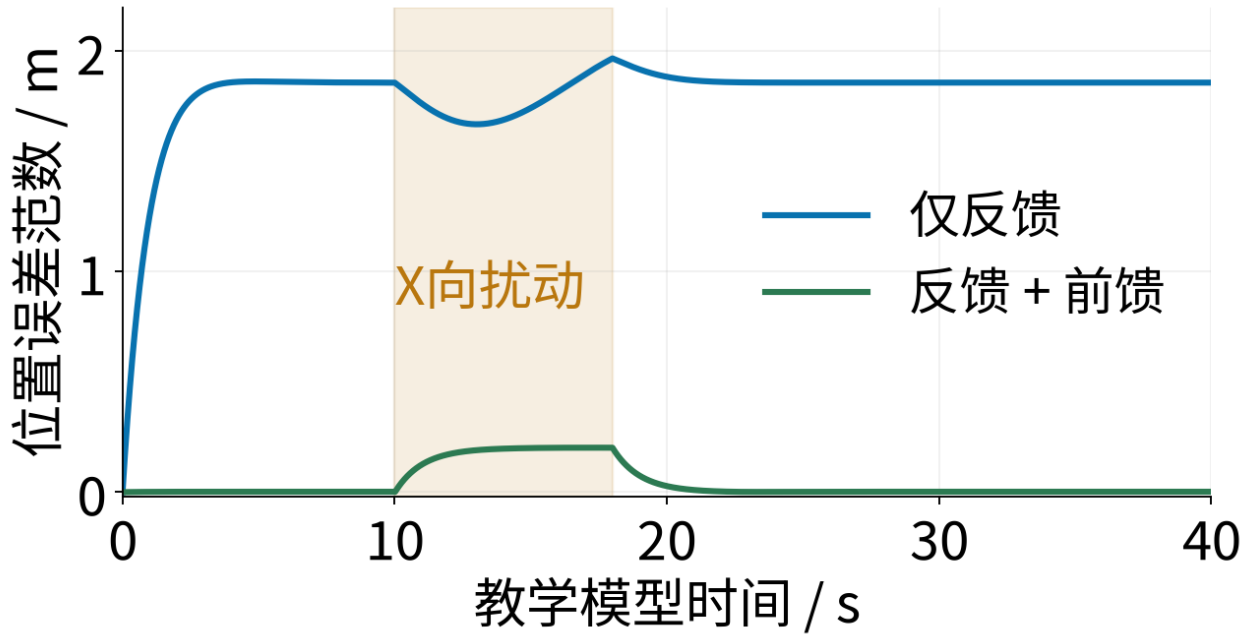
参考点在$(5, 0)$ m，切线朝东：$\mathbf{v}_d = (0,\ R\omega)^{\mathrm{T}} = (0,\ 2)^{\mathrm{T}}$ m/s。

$$\mathbf{p}_d = \begin{bmatrix}5\\0\end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix}4.8\\-0.1\end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_c = \begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix}0.2\\0.1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.2\\2.1\end{bmatrix}\ \mathrm{m/s}$$

前馈维持参考运动，反馈修正实际偏差。

6.5.1 跟踪与误差补偿：完整教学计算

同一圆轨迹中前馈显著减小动态误差



5–40 s统计

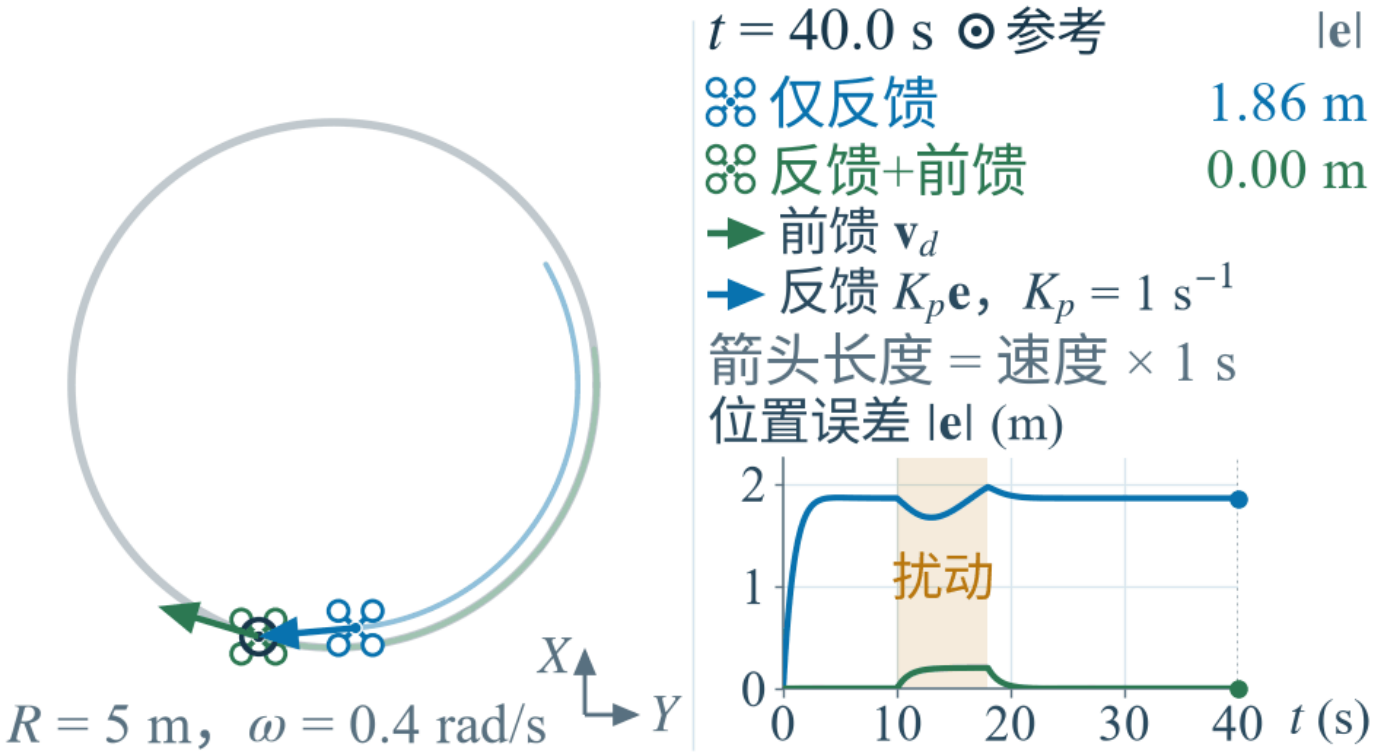
仅反馈
均方根误差 1.843 m

加入速度前馈
均方根误差 0.090 m

教学计算：半径5 m，角速度0.4 rad/s，初值(5,0) m。
理想速度执行；积分步长0.005 s；扰动沿X方向0.2 m/s。

6.5.1 跟踪与误差补偿：跟踪过程对照

仅反馈须持续落后才有速度，前馈消除这段滞后



图：仅反馈与反馈+前馈跟踪圆轨迹（教学计算，非实测）

仅反馈：指令只有$K_p\mathbf{e}$，零误差时指令为零；须持续落后约1.86 m，才有维持圆周运动的速度。

反馈+前馈：零误差时仍有切向速度$\mathbf{v}_d$，扰动前误差接近0。

10–18 s X向扰动：偏离约0.2 m时，反馈$K_p\mathbf{e}$与扰动等大反向而相抵；扰动撤去后偏差回零。

6.5.1 跟踪与误差补偿：误差预测

已知延迟可用未来参考作近似补偿

$$\mathbf{p}_c(t) = \mathbf{p}_d(t+\hat{\tau}) \approx \mathbf{p}_d(t) + \hat{\tau}\mathbf{v}_d(t) + \frac{1}{2}\hat{\tau}^2\mathbf{a}_d(t)$$

纯延迟近似下，提前量由估计延迟给定。速度项补偿一阶位移，加速度项补偿曲率。

$$e_{\text{delay}} = 2R\left|\sin\frac{\omega\tau}{2}\right| \approx R\omega\tau$$

$$R = 5\,\text{m},\ \omega = 0.4\,\text{rad/s},\ \tau = 0.2\,\text{s} \quad \Rightarrow \quad e_{\text{delay}} \approx 0.400\,\text{m}$$

一阶近似下，速度前馈相当于把参考提前$1/K_p$，图6.6还另外修正幅值。

提前补偿依赖延迟估计，反馈仍承担剩余误差修正。

6.5.1 跟踪与误差补偿：误差来源

补偿效果取决于动态模型与执行余量

可观察的现象	主要原因	对应处理
整体晚到	采样、计算、执行滞后	校对时钟并估计动态延迟
幅值过大或过小	模型增益与实际不符	辨识幅频响应后再修正
指令抖动	状态噪声、导数不平滑	滤波与平滑导数，复查相位
转弯突然失准	倾角、拉力或速度饱和	降低需求，保留执行余量

比较时固定参考与约束；补偿后的误差下降应伴随指令仍可执行。

本章目录

轨迹跟踪原理与高机动控制

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 3 个教学单元

6.5.1 跟踪与误差补偿
教材对应：第6.1.3.5节（流程第4–5步）

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性
教材对应：第6.1.3.6节第1部分

6.5.3 姿态拉力与高机动控制
教材对应：第6.1.3.6节第2–5部分

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：接口输入

PVA来自同一个轨迹函数的连续求导

$$\mathbf{v}_d(t) = \dot{\mathbf{p}}_d(t), \qquad \mathbf{a}_d(t) = \ddot{\mathbf{p}}_d(t) \qquad (6.9)$$

$$\mathbf{u}_{\text{ext}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_d(t) \\ \mathbf{v}_d(t) \\ \mathbf{a}_d(t) \end{bmatrix} \qquad (6.10)$$

P：位置，单位m。

V：速度，单位m/s。

A：加速度，单位m/s²。

采用北东地坐标系（NED）：X向北、Y向东、Z向下。
偏航角和偏航角速度另行选择；单位分别为rad和rad/s。

PVA三组量共享时刻、坐标系和导数关系。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：圆形轨迹

用带符号相位统一圆周位置与导数

$$\theta(t) = s\omega t, \quad s \in \{-1,1\}, \quad \omega > 0$$

$$\mathbf{p}_d = \begin{bmatrix} x_c + R\cos\theta \\ y_c + R\sin\theta \\ z_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} -sR\omega\sin\theta \\ sR\omega\cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_d = \begin{bmatrix} -R\omega^2\cos\theta \\ -R\omega^2\sin\theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \|\mathbf{v}_d\| = R\omega, \quad \|\mathbf{a}_d\| = R\omega^2$$

圆心与半径R给定，高度分量为常数；正方向从北向东（俯视顺时针）。
安装例程的X速度多乘了方向因子，与位置的导数相反，见例程阅读页。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：PVA算例

一个采样时刻同时核对位置与运动需求

给定：圆心(0,0) m，半径5 m，角速度0.4 rad/s，Z=-10 m，正方向。

$$t = \frac{\pi}{4\omega} = 1.9635\,\mathrm{s}, \qquad \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\mathbf{p}_d = \begin{bmatrix} 3.5355 \\ 3.5355 \\ -10 \end{bmatrix} \mathrm{m}, \quad \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} -1.4142 \\ 1.4142 \\ 0 \end{bmatrix} \mathrm{m/s}, \quad \mathbf{a}_d = \begin{bmatrix} -0.5657 \\ -0.5657 \\ 0 \end{bmatrix} \mathrm{m/s^2}$$

$$v = 2.0\ \mathrm{m/s}, \quad a = 0.8\ \mathrm{m/s^2}; \qquad \omega \times 2 \Rightarrow v \times 2,\ a \times 4$$

轨迹提速首先受加速度与执行器余量约束。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：安装版SDK

启用PVA时明确掩码和前馈入口

```
mask = PX4MavCtrl.PosTypeMask(ignore_all=True)
mask.enPos_x = mask.enPos_y = mask.enPos_z = True
mask.enVel_x = mask.enVel_y = mask.enVel_z = True
mask.enAcc_x = mask.enAcc_y = mask.enAcc_z = True
mav.SendOffAll(type_mask=mask, coordinate_frame=1,
        pos=p_d, vel=v_d, acc=a_d)
```

适用：已建立位置目标发送流；坐标系1为LOCAL_NED。
组合：P控制位置，V和A作前馈；不用偏航，加速度不按力解释。
语义：MAVLink用type_mask选通道；ROS 2话题以NaN表示不用。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：例程阅读

圆轨迹源码的速度与打印参考存在矛盾

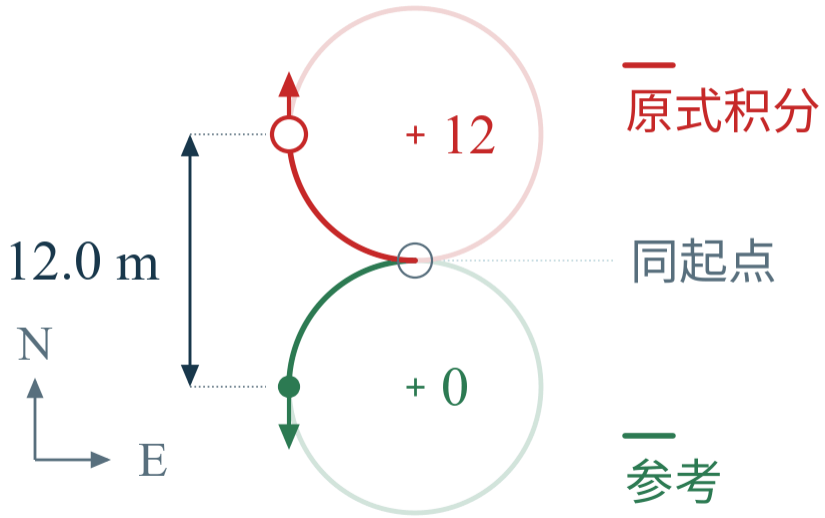
入口：[安装目录]/RflySimAPIs/6.RflySimExtCtrl/
2.AdvExps/e4.TrajPlanExps/3.CirularTrajMotion/UAVCtrl.py

原位置定义	一致的导数	原速度式的问题
$x_d = x_c + R\cos(\omega t)$	$v_x = -R\omega\sin(\omega t)$	X方向额外乘direction
$y_d = y_c + dR\sin(\omega t)$	$v_y = dR\omega\cos(\omega t)$	Y方向与位置定义一致

d即源码direction；clockwise=True时d=−1，按位置式对应本课s=−1（俯视逆时针）。
current_x、current_y是参考值；原循环只发速度，不用位置反馈纠偏。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：源码反例

符号错误使理想积分也偏离目标圆



1/4圈：相差12 m

参数
半径6 m
角速度0.4 rad/s
初值(6,0) m

四分之一圈
参考(0,-6) m
原式(12,-6) m
偏差12 m

解析积分、理想速度执行下的代码一致性反例，数据来自离线计算。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：螺旋轨迹

螺旋上升在NED中对应负竖直速度

入口：6.RflySimExtCtrl/2.AdvExps/e4.TrajPlanExps/4.SpiralTrajMotion/UAVCtrl.py
源码参数：半径5 m，角速度0.6 rad/s，持续40 s。

$$z_d(t) = z_0 + \frac{z_f - z_0}{T}t, \quad v_z = \frac{z_f - z_0}{T}, \quad a_z = 0$$

$$v_z = \frac{-25 - (-10)}{40} = -0.375\ \mathrm{m/s}, \qquad z_d(20) = -17.5\,\mathrm{m}$$

$$v_{xy} = R\omega = 3.0\ \mathrm{m/s}, \quad a_{xy} = R\omega^2 = 1.8\ \mathrm{m/s^2}$$

NED的Z向下为正，负竖直速度表示上升。

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：循环实现

参考更新、后台发送与状态采样各有时钟

单调时钟取时 → 参考与状态配对 → 反馈与限幅 → 更新发送缓存

时间量	本例/源码中的含义	记录方法
参考更新周期	循环睡眠1/30 s，再加运算时间	记录主机单调时钟（只增不减）
SDK后台发送	Full模式约100 Hz，Simple约30 Hz；参考未变时重复发缓存值。	统计真正发包时间与序号
位置源时间戳	消息内位置时间戳	保留消息time_boot_ms

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性：终段参考

轨迹结束前先构造连续减速段

$$\sigma = \frac{t - t_b}{T_b} \in [0,1], \quad \alpha(\sigma) = 1 - 3\sigma^2 + 2\sigma^3$$

$$\mathbf{v}_d(t) = \alpha(\sigma)\mathbf{v}_b, \qquad \mathbf{p}_d(t) = \mathbf{p}_b + \int_{t_b}^{t} \mathbf{v}_d(\xi)\, d\xi$$

终段入口： t_b为入口时刻，$T_b > 0$为减速时长（s）；$\mathbf{p}_b, \mathbf{v}_b$为入口参考位置和速度。

运动约束： 减速距离计入轨迹；核对加速度衔接、运动限幅和障碍物裕量。

终段出口： 持续给零速度或悬停目标，并以实际速度及误差判断是否到达。

本章目录

轨迹跟踪原理与高机动控制

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 3 个教学单元

6.5.1 跟踪与误差补偿
教材对应：第6.1.3.5节（流程第4–5步）

6.5.2 PVA指令与轨迹一致性
教材对应：第6.1.3.6节第1部分

6.5.3 姿态拉力与高机动控制
教材对应：第6.1.3.6节第2–5部分

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：接口分工

姿态＋拉力入口：外部程序求合力与姿态，飞控闭合内环

环节	计算内容	输出（执行方）
误差与前馈	位置速度误差＋参考加速度	期望合力（外部程序）
姿态构造	合力方向与期望偏航角	目标姿态与拉力（外部程序）
姿态内环	姿态与角速度误差反馈	力矩需求（飞控）
控制分配	力矩与拉力分到各电机	电机输出（飞控）

各入口的分工见课件6.2「位置、速度、姿态与力」页，本页展开姿态＋拉力入口。
入口组合取决于固件版本与载具，版本确认见课件5.5「控制输出的版本边界」页。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：控制量表示

姿态与拉力共同定义外部控制输入

$$\mathbf{u}_{\text{ext}} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_d \text{ or } \mathbf{R}_d \\ f_d \text{ or } \mathbf{f}_d \\ {}^{b}\boldsymbol{\omega}_d \text{ (optional)} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

姿态：单位四元数或旋转矩阵。

拉力：物理力，单位N；方向受构型限制。

机体角速度：可选，单位rad/s。

常规四旋翼用姿态规定拉力方向，用标量规定大小。
物理拉力与归一化thrust分别表示，映射取决于标定和固件。

指定位置与姿态时，仍须满足同一套受力约束。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：姿态拉力映射

目标加速度决定所需拉力方向与大小

$$m\ddot{\mathbf{p}} = mg\mathbf{e}_3 - f\mathbf{R}\mathbf{e}_3, \qquad \mathbf{e}_3 = (0,0,1)^T$$

$$\mathbf{a}_c = \mathbf{a}_d + K_p(\mathbf{p}_d - \hat{\mathbf{p}}) + K_v(\mathbf{v}_d - \hat{\mathbf{v}})$$

$$f_d = m\|g\mathbf{e}_3 - \mathbf{a}_c\|, \qquad \mathbf{b}_{3d} = \frac{g\mathbf{e}_3 - \mathbf{a}_c}{\|g\mathbf{e}_3 - \mathbf{a}_c\|}$$

R为机体到NED的旋转，$\mathbf{b}_{3d}$为目标机体下轴；拉力沿其反向。
m为质量，g为重力加速度；忽略阻力，拉力非零，下轴不与偏航方向平行。
给定期望偏航角，按下式构造目标姿态，再换算为单位四元数（w,x,y,z）：

$$\mathbf{b}_{1c} = (\cos\psi_d, \sin\psi_d, 0)^T, \ \mathbf{b}_{2d} = \frac{\mathbf{b}_{3d} \times \mathbf{b}_{1c}}{\|\mathbf{b}_{3d} \times \mathbf{b}_{1c}\|}, \ \mathbf{b}_{1d} = \mathbf{b}_{2d} \times \mathbf{b}_{3d}, \ \mathbf{R}_d = [\mathbf{b}_{1d}\ \mathbf{b}_{2d}\ \mathbf{b}_{3d}]$$

本式K_p, K_v为位置、速度反馈增益，单位分别为s^{-2}、s^{-1}。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：姿态拉力算例

保持高度时水平加速需要增加总拉力

给定：质量1.5 kg，重力加速度9.81 m/s²，保持高度，向北加速2 m/s²。
F_N为北向分量，F_{up}为向上分量；β为拉力相对竖直的倾角。

$$F_N = ma_N = 3.0\,\mathrm{N}, \qquad F_{\mathrm{up}} = mg = 14.715\,\mathrm{N}$$

$$f_d = \sqrt{F_N^2 + F_{\mathrm{up}}^2} = 15.018\,\mathrm{N}$$

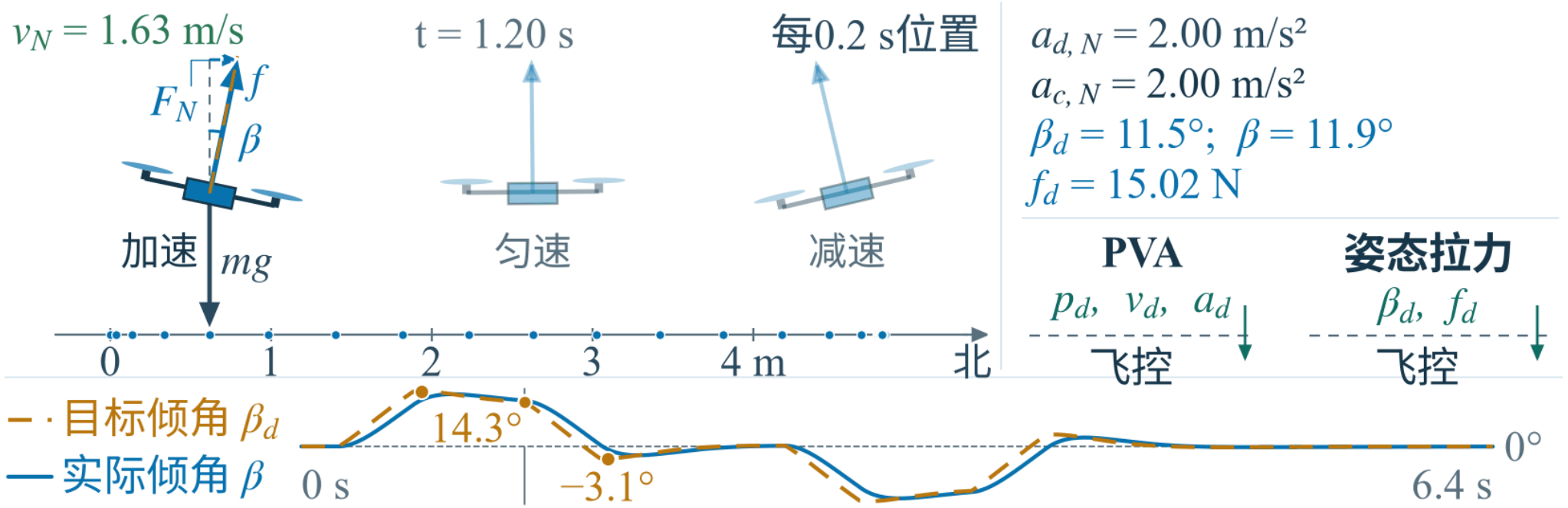
$$\beta = \arctan\frac{F_N}{F_{\mathrm{up}}} = 11.52^\circ$$

倾斜产生水平加速度，也改变维持高度所需的总拉力。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：加减速全过程

换用姿态拉力接口，倾角与拉力改由外部程序计算

同一计算，两种控制接口

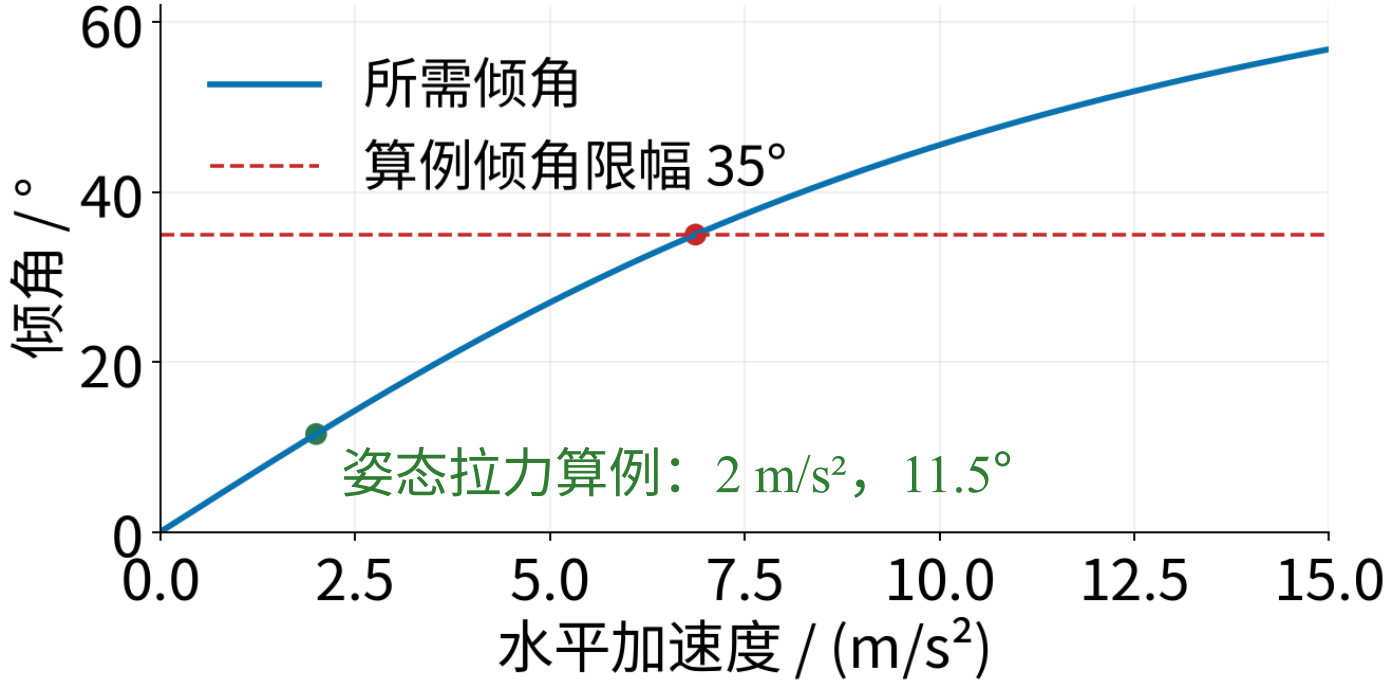


图：PVA参考到倾角与总拉力的加减速过程

姿态环滞后经位置、速度反馈把目标倾角短时推到14.3°；速度超调时目标倾角短暂为−3.1°。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：运动约束计算

倾角限幅把加速度需求变成可行边界



$$a_h = g \tan \beta$$

算例限幅35°
对应6.869 m/s²
还需检查总拉力
以及瞬态动态。

教学参数扫描：保持高度、忽略阻力；具体载具按其飞行包线取值。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：油门映射

物理拉力先标定，再换成归一化指令

$$\eta = \mathcal{F}^{-1}(f_d), \qquad 0 \le \eta \le 1$$

$$\eta \approx \eta_h \frac{f_d}{mg} = 0.5 \times \frac{15.018}{14.715} \approx 0.510$$

```
mav.SendAttPX4(att=q_d, thrust=eta, CtrlFlag=2, AltFlg=0)
```

条件： 已建立有效连接；q_d按(w,x,y,z)排列且归一化；CtrlFlag=2表示直接用四元数。
映射： $\mathcal{F}$把归一化指令η映射为拉力；AltFlg=0时thrust=eta为归一化拉力。
标定： η_h为悬停指令，本例取0.5；实际映射依动力系统与固件。
范围： 悬停附近用线性近似，高动态采用非线性映射。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：微分平坦性

平坦输出把轨迹导数映射到状态与控制量

$$\boldsymbol{\sigma} = (x, y, z, \psi)^T$$

由位置与偏航角ψ及其有限阶导数，可确定全部状态和控制输入。

位置导数	对应运动量	在理想四旋翼映射中的作用
一阶	速度	给出平移状态和速度前馈
二阶	加速度	与重力共同决定拉力和姿态
三阶	加加速度（jerk）	用于机体角速度前馈
四阶	加加加速度（snap）	结合偏航导数求角加速度和力矩

适用条件：模型成立、拉力非零、姿态构造不退化，并满足执行器约束。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：SE(3)控制

几何控制直接比较旋转状态与位置误差

特殊欧氏群SE(3)：同时描述三维位置与姿态。
姿态以旋转矩阵或单位四元数表示，避免欧拉角坐标奇异。

平移误差 + 前馈 → 目标合力与目标姿态 → 姿态 / 角速度误差反馈

姿态误差： $\mathbf{e}_R = \frac{1}{2}(\mathbf{R}_d^T\mathbf{R} - \mathbf{R}^T\mathbf{R}_d)^\vee$，$\vee$把反对称矩阵还原为三维向量。

高阶前馈： jerk提供姿态变化需求，snap进一步支持力矩需求计算。

工程取舍： 运算结构直接；仍需力学参数、估计状态与输入约束。

跟踪评价： 同时观察位置误差、姿态误差、饱和比例和计算耗时。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：非线性模型预测控制（NMPC）

在短时域内同时优化跟踪误差与输入约束

$$\min_{\{\mathbf{u}_j\}} \sum_{j=0}^{H-1} \left(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_{d,j}\|_Q^2 + \|\mathbf{u}_j\|_{R_u}^2 \right)$$

状态$\mathbf{x}$、控制$\mathbf{u}$、预测步数H；Q与R_u为权重矩阵。
约束包括离散动力学，以及拉力、角速度范围。

估计状态作为初值 → **优化短时输入序列** → **执行第一步**

滚动更新：收到新状态后重新求解。
开源库acados可实时求解；算力预算、局部收敛和模型偏差决定实时可用性。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：深度强化学习（DRL）

学习策略也必须落到明确的控制输出



学习机制：根据奖励优化策略参数，部署时由网络计算动作。

Swift：曾胜人类冠军的竞速系统，视觉惯性估计加学习策略，输出拉力与角速度。

实际代价：训练与数据成本较高；对分布变化、模型差距与动作约束敏感。

评价范围：报告任务条件、成功率、误差和失败类型，不作通用性能排名。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：性能分析

控制器比较必须固定任务和执行条件

方法	主要计算结构	影响效果的条件
SE(3)几何控制	几何误差反馈与高阶前馈	动力学参数、内环响应、饱和处理
NMPC	滚动优化状态与输入序列	模型精度、约束、期限内求解成功
DRL	观测到动作的策略推断	训练覆盖、部署分布与动作限制

同一任务、同一约束和完整失败记录，才形成可比结论。

6.5.3 姿态拉力与高机动控制：实时实现

端到端时延按链路各段累加，与控制周期分开计

链路阶段	教学预算	主要影响
采样后估计与可用	6 ms	采样后多久得到可用状态
控制计算	8 ms	算法与实时调度
传输与解码	4 ms	链路、队列与协议
内环与执行器	10 ms	姿态、转速及机械响应

端到端时延从状态采样算到控制作用生效，定义见课件6.1「频率与时延」页。

$$\tau_{\text{total}} = 6 + 8 + 4 + 10 = 28\,\text{ms} \quad \neq \quad T_{\text{loop}} = 20\,\text{ms}$$

本节小结

一致参考、约束内跟踪与实时计算共同决定控制效果

参考一致：位置、速度、加速度由同一轨迹求导，统一坐标、时间和单位。

闭环有效：前馈提供已知运动需求，反馈修正剩余误差；保留执行余量。

接口适配：姿态与拉力相互耦合，归一化指令经标定；算法效果按条件比较。

实时性：控制周期与端到端时延分开记录；按链路各段与最坏计算时间核验。