



6.4 轨迹规划算法与避障



本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层

6.2 外部控制原理与控制模式

6.3 轨迹规划建模与生成

6.4 轨迹规划算法与避障

6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制

6.6 前沿技术与控制方法

6.7 平台框架与通信接口

6.8 外部控制例程与实验验证

6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划

教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障

教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划

教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理

教材对应：第6.1.3.5节（流程第2-3步）



6.4.1 全局路径规划：规划对象

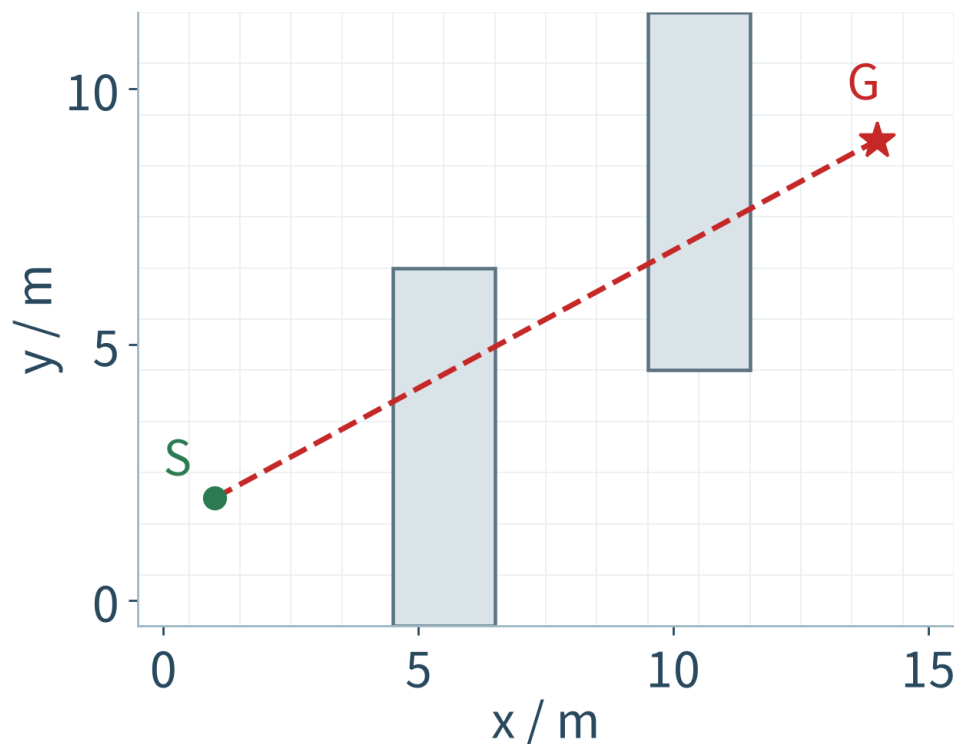
全局路线、局部运动与时间轨迹

任务	输入与输出	本节的判断依据
全局路径规划	地图、起终点 → 几何路线	路线连通；边与障碍不相交
局部运动规划	状态、邻近障碍 → 短时运动	动作可达；可停止或安全转向
轨迹生成	路线、时间与运动限制 → 参考	连续碰撞、速度和加速度检查

规划的输出越接近执行，越需要体现时间和运动限制。

6.4.1 全局路径规划：统一地图

贯穿案例：穿过两段错开的通道



图：灰色为膨胀障碍，点为载具中心，红虚线为直连线

地图： 16×12 个栅格；每格 1 m。
二维平移，忽略高度变化。

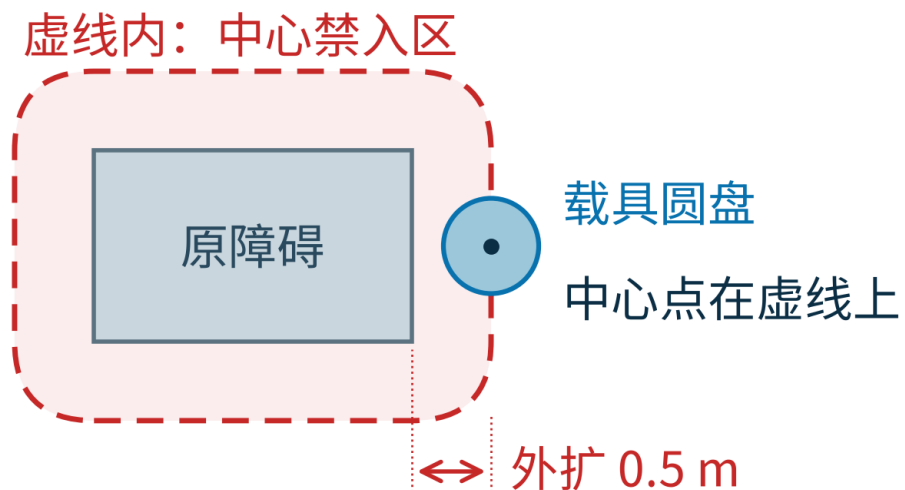
起终点： 起点 (1,2) m；终点 (14,9) m。矩形边界均视为占据。

搜索规则： 先按四邻接栅格搜索，每步 1 m；再比较连续空间采样。

地图轴向： 横轴东，纵轴北。
 $(N, E) = (y, x)$

6.4.1 全局路径规划：配置空间

障碍膨胀把载具变成一个规划点



r_{body} ：机体圆盘包络半径； m ：安全裕量；
 r_{inflate} ：向外膨胀距离，均用米。

配置空间：描述载具所有自由度的空间；本例只取平面位置，规划点代表中心。

$$r_{\text{inflate}} = r_{\text{body}} + m = 0.3 + 0.2 = 0.5 \text{ m}$$

连线检查：两个端点无碰撞，不代表连接它们的线段无碰撞；斜穿角点也算相交。

6.4.1 全局路径规划：启发式搜索

A* 用已付代价加上剩余代价下界

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

$$h(n) = |x_n - 14| + |y_n - 9|$$

n 为节点， (x_n, y_n) 为其坐标 (m)；Dijkstra 取 $h = 0$ 。

量	含义	本例单位
g	起点到当前节点的已知最小代价	m
h	不考虑障碍的曼哈顿距离下界	m
f	选择下一个扩展节点的优先级	m

6.4.1 全局路径规划：一步计算

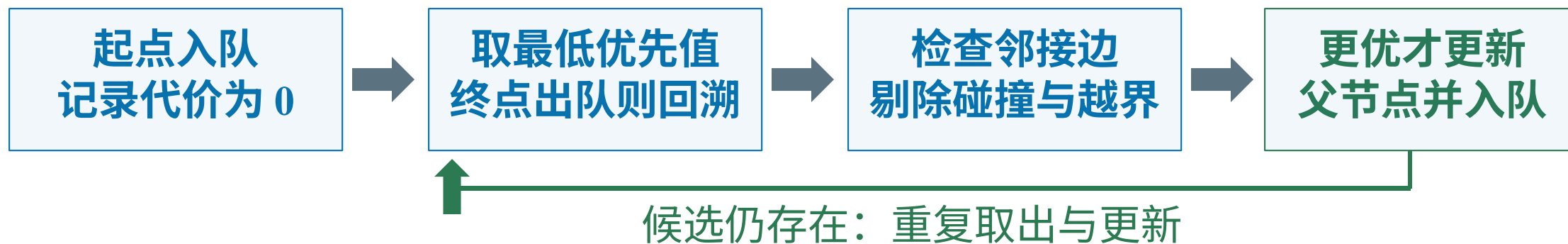
第一次扩展：优先向目标方向搜索

相邻节点 / m	已付 g / m	下界 h / m	优先值 f / m
向东 (2,2)	1	19	20
向北 (1,3)	1	19	20
向西 (0,2)	1	21	22
向南 (1,1)	1	21	22

同分规则：先比较 h，再按东、北、西、南的入队顺序；终点出队时结束。

6.4.1 全局路径规划：搜索流程

搜索循环保留代价与父节点



$$g_{\text{new}}(q) = g(n) + c(n, q)$$

n 为当前节点， q 为邻居； $c(n, q)$ 为边代价（本例 1 m）。

输出：父节点记录来路；从终点沿父节点回溯，再反转得到路径。

失败：待扩展节点的集合耗尽，只能说明当前建图与规则下无路；
换分辨率可能改变结论。

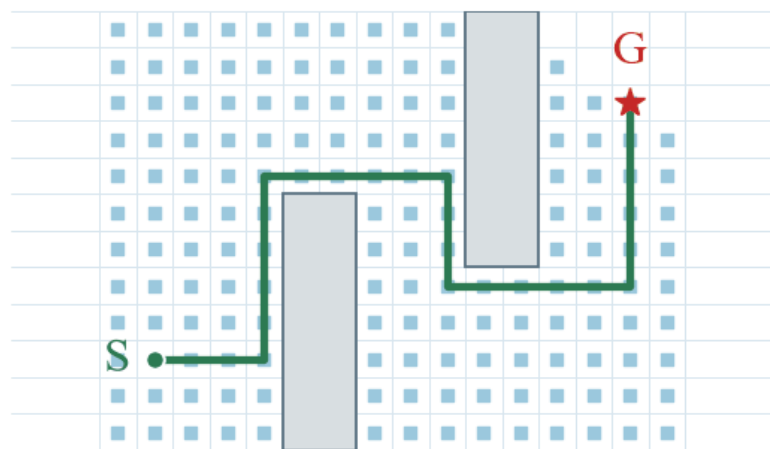
6.4.1 全局路径规划：完整计算结果

同一栅格上，两种搜索都得到 26 m

同图最短路均为 26 m

Dijkstra | 已出队 156 路长 26 m

A* | 已出队 100 路长 26 m

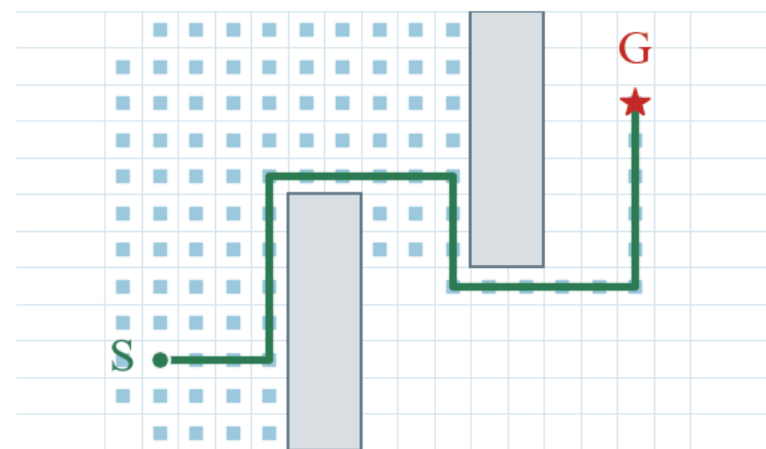


网格 1 m

○ 候选

■ 已扩展

Dijkstra: 156 个扩展节点 (浅蓝方点)



网格 1 m

● 当前

— 路径

A*: 100 个扩展节点; 绿线为返回路径

6.4.1 全局路径规划：最优性边界

最短路径结论有明确的条件

Dijkstra：有限图、非负边代价；按已知最小代价取出节点。

A*：可采纳启发式不高估剩余代价；本例曼哈顿距离还满足一致性。

一致性条件： $h(n) \leq c(n, q) + h(q)$ ， q 为 n 的相邻节点。

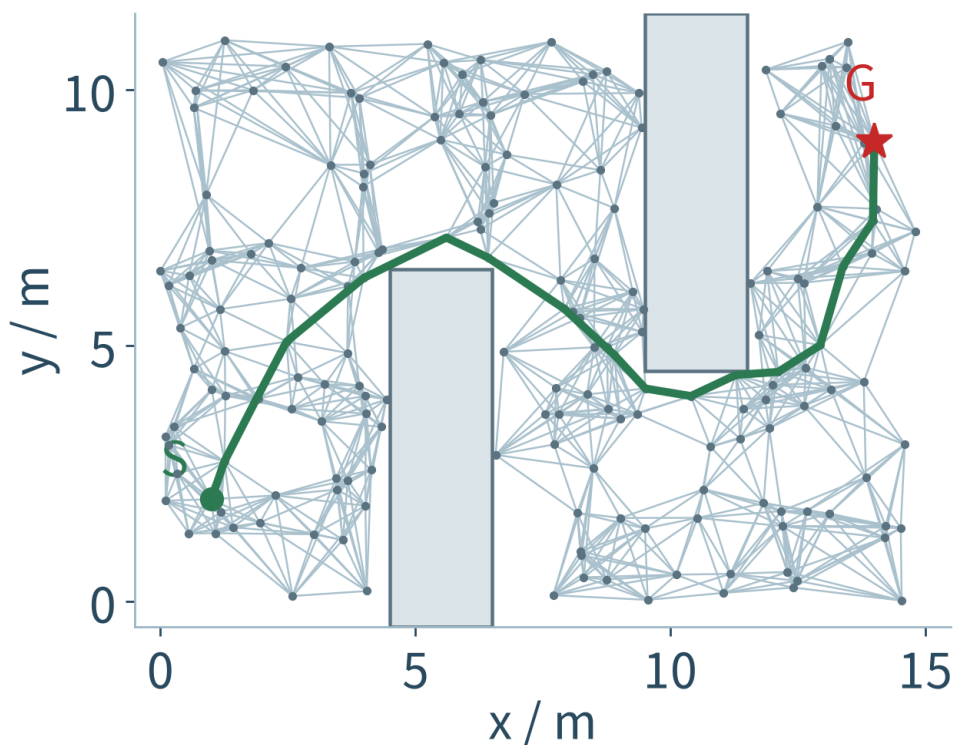
八邻接反例：对角一步从 (0,0) 到 (1,1)；曼哈顿估计为 2 m，会高估。

反例对比： $\sqrt{2} \text{ m} < 2 \text{ m}$ ，估计高于真实代价；应改用欧氏距离或对角距离。

“最短”必须同时说明地图、连边规则和代价。

6.4.1 全局路径规划：概率路图

PRM 先建可复用路图，再接入查询



图：可复用路图与一次查询

建图阶段： 180 个无碰撞样本，每点尝试连 10 个近邻，并检查整条连接边。

查询阶段： 接入起终点后，在已有图上搜索；本次路线 20.034 m。

局限： 窄通道易漏采；地图变化后须重查连接边。

6.4.1 全局路径规划：算法取舍

比较结果时区分可行性与最优性

方法	本次长度	机制与边界
Dijkstra / A*	26.000 m	四邻接图上的最短路（只能横竖走）
普通 RRT	22.682 m	一次随机树可行路线；非最优保证
普通 PRM	20.034 m	固定路图中的最短路；非全空间最优

长度差异：采样法可任意方向连边，网格只能横竖走，三者长度不能直接比优劣。RRT* 选父节点并重连；PRM* 按样本数设置邻域。渐近最优指：在适用假设下，样本无限增加时路径代价趋于最优；有限预算无最优保证。Bi-RRT 双向扩展；Informed RRT* 聚焦可改进区域；Lazy PRM 延迟碰撞检查。



6.4 轨迹规划算法与避障



本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

- 6.1 外部控制基础与控制分层
- 6.2 外部控制原理与控制模式
- 6.3 轨迹规划建模与生成
- 6.4 轨迹规划算法与避障**
- 6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
- 6.6 前沿技术与控制方法
- 6.7 平台框架与通信接口
- 6.8 外部控制例程与实验验证
- 6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划

教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障

教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划

教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理

教材对应：第6.1.3.5节（流程第2-3步）



6.4.2 局部规划与实时避障：人工势场模型

人工势场把目标与障碍合成为引导量

局部场景：左障碍上方新增圆障碍，圆心 (6,9) m、安全半径 1 m；局部目标 (8,9) m。
 $\mathbf{p}$ 为位置， $\mathbf{q}$ 为目标； d 为边界距离， $\mathbf{n}$ 为向外单位向量。

$$\mathbf{F}_a = k_a(\mathbf{q} - \mathbf{p})$$

$$\mathbf{F}_r = k_r \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) \frac{\mathbf{n}}{d^2}, \quad 0 < d < d_0$$

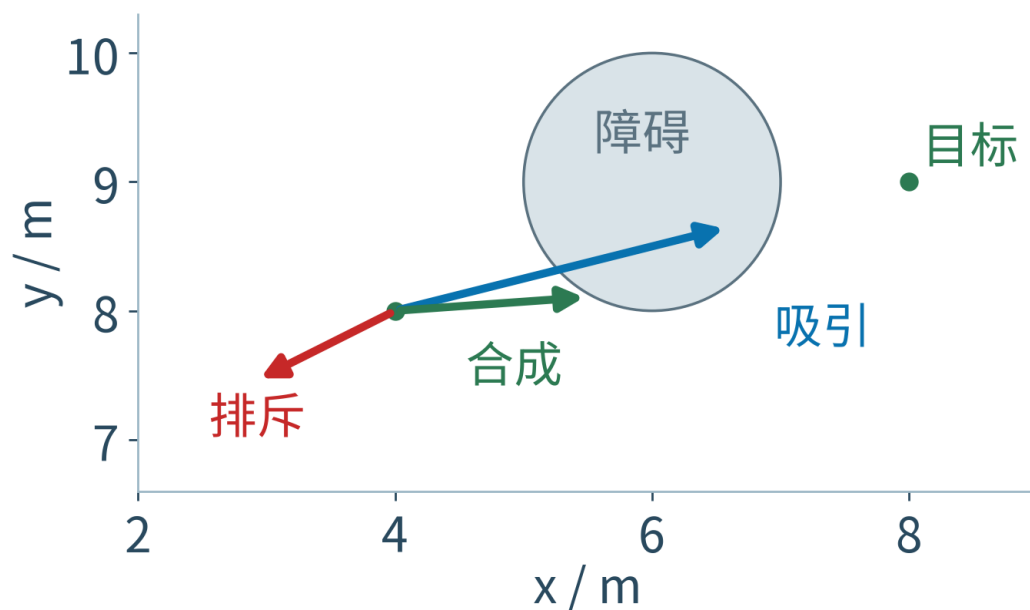
$$\mathbf{v} = \text{sat}_{v_{\max}}(\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_r), \quad \mathbf{p}^+ = \mathbf{p} + \Delta t \mathbf{v}$$

取 $k_a = 1 \text{ s}^{-1}$, $k_r = 6 \text{ m}^4/\text{s}$, $d_0 = 3 \text{ m}$ ；超出作用距离时排斥为零。

吸引与排斥均为速度量 (m/s)；sat 保持方向并限速，时间步长用秒。

6.4.2 局部规划与实时避障：一步计算

势场一步：先相加，再限速更新



图：同一局部状态的一步更新

吸引量： $F_a = (4, 1)$

边界距离： $d = \sqrt{5} - 1 \approx 1.236 \text{ m}$

$F_r \approx (-1.671, -0.835)$

$F \approx (2.329, 0.165)$

$v \approx (0.998, 0.071) \text{ m/s}$

输入位置 (4, 8) m;
速度上限 1 m/s。

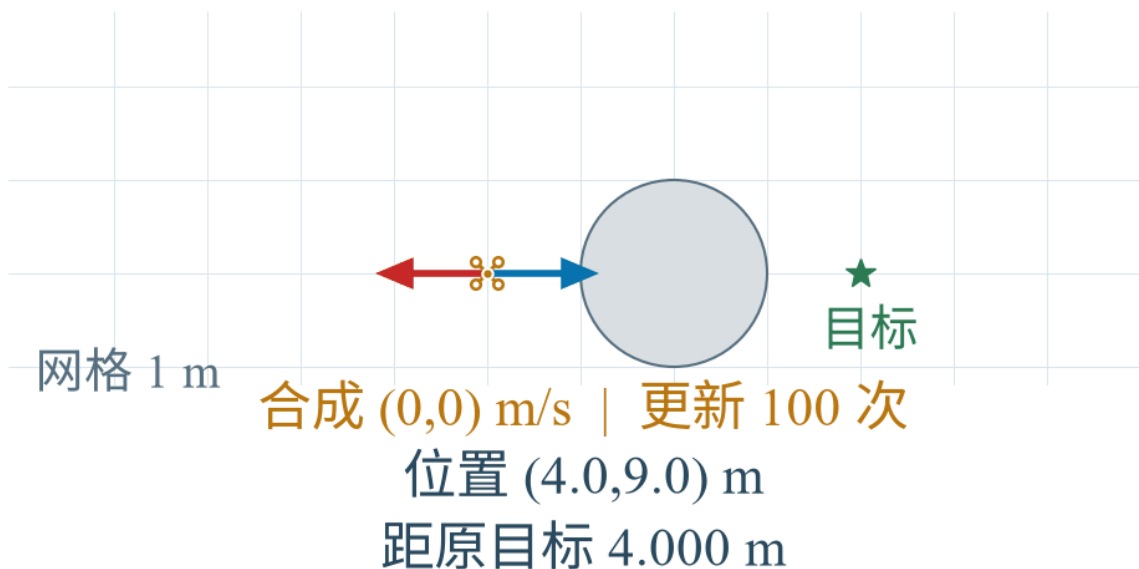
$$\Delta t = 0.2 \text{ s} \Rightarrow \mathbf{p}^+ \approx (4.200, 8.014) \text{ m}$$

6.4.2 局部规划与实时避障：局部极小与停滞

合成引导量为零时，可能仍未到目标

未到目标，合成引导量为零

$$F_a = (4, 0) \quad F_r = (-4, 0) \text{ m/s}$$



图：吸引与排斥抵消导致停滞

另取初值 $(4,9)$ m： 1、10、100
步位置不变；距目标 4 m。

原因： 只依赖当前位置的引导量，没有包含绕到障碍另一侧的搜索过程。

处理： 切换中间目标或触发全局重规划；避免用“小速度”直接判定到达。

6.4.2 局部规划与实时避障：避障例程

安装版避障模型使用过滤坐标

[安装目录]/RflySimAPIs/6.RflySimExtCtrl/1.BasicExps/
e11_Avoidance_Segment/e5.1/sim1.0/

说明：e5.1/Readme.pdf；模型：e5_1_Avoidance_Segment.slx；数据：SIM1.mat

$$\xi = \mathbf{p} + k_0 \mathbf{v}, \quad k_0 = 1 \text{ s}$$

位置、速度反馈 → 过滤坐标 → 避障修正 → 新位置参考。

ξ ：过滤坐标，即按当前速度外推 k_0 秒后的位置；用它计算到障碍的距离，速度越大越早避让。人工势场教学模型直接用当前位置。

模型参数：目标 (25,6) m；障碍中心 (12,0) m；几何半径 2 m，设计安全半径 3 m。

已知问题：初始化脚本调用的旧名 e5_1_Avoidance_Segment_2017b 在目录中不存在；平台修正前，先按「数据阅读」页读取 SIM1.mat。

6.4.2 局部规划与实时避障：例程运行步骤

e11 例程：运行步骤与预期

初始化：在 MATLAB 中进入 e5.1/sim1.0，运行 startSimulation.m。

设目标：打开 e5_1_Avoidance_Segment.slx，在 X 模块中把 P_wp 依次设为 [25;6]、[25;0]、[25;-6]。

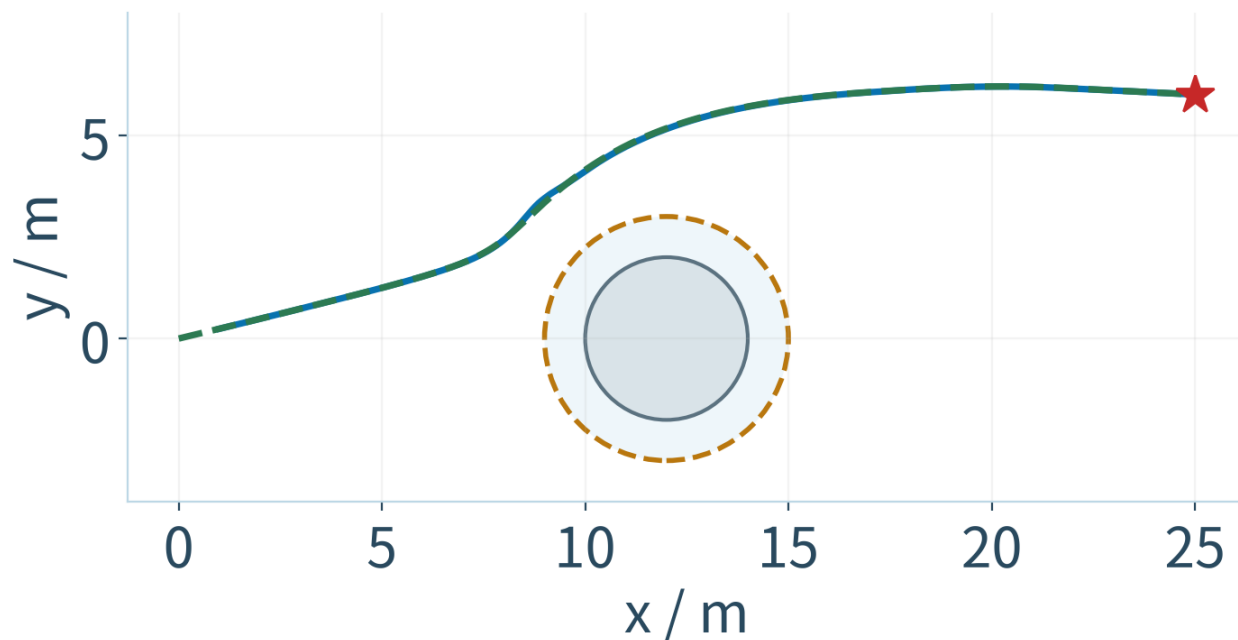
仿真与绘图：每个目标仿真一次，再运行 e5_plot.m，画出期望与实际位置轨迹。

预期：从 (0,0) m 出发，期望与实际轨迹基本重合，绕过障碍到达目标；目标 (25,0) m 与起点、障碍中心三点共线时出现死锁。

常见失败：若初始化因找不到 e5_1_Avoidance_Segment_2017b 而报错，平台修正前改做「数据阅读」页；绕不过障碍时，先核对 P_wp，再查三点是否共线（说明文档常见问题 Q1）。

6.4.2 局部规划与实时避障：数据阅读

历史数据：参考与反馈均从障碍上侧绕行



图：SIM1.mat 样点（蓝实线参考，绿虚线反馈）

读取： load SIM1.mat，参考 $x_desired$ 、 $y_desired$ ，反馈 $x_feedback$ 、 $y_feedback$ 。

判据： 反馈点到障碍中心 (12,0) m 的最小距离 ≈ 4.493 m，比 3 m 安全圆多 1.493 m。

终态： 末值 (24.990,6.001) m，接近目标；灰圆半径 2 m，虚线为 3 m 安全圆。

6.4.2 局部规划与实时避障：动态窗口法

动态窗口只搜索短时间内可达到的速度

动态窗口法（DWA）：本例采用平面小车模型，前进速度上限 1 m/s。

v_0 ：当前速度； $a_{\max}$ ：加速度界； $v_{\max}$ ：速度上限； Δt ：更新周期。

$$v \in [v_0 - a_{\max}\Delta t, v_0 + a_{\max}\Delta t] \cap [0, v_{\max}]$$

$$v_0 = 0.5 \text{ m/s}, a_{\max} = 1 \text{ m/s}^2, \Delta t = 0.5 \text{ s} \Rightarrow v \in [0, 1] \text{ m/s}$$

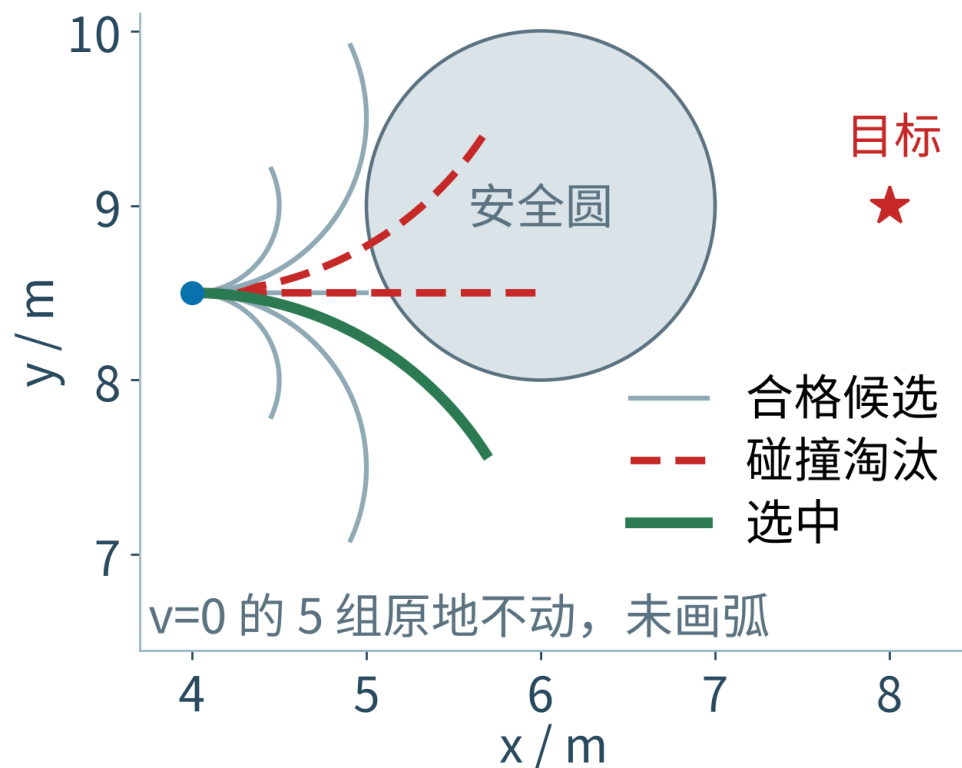
速度候选：前进速度 0、0.5、1 m/s；角速度 -1、-0.5、0、0.5、1 rad/s。

角速度可达：初值 0 rad/s，角加速度上限 2 rad/s²，0.5 s 后允许 ± 1 rad/s。

制动检查：制动减速度 1 m/s²；检查 2 s 预测弧及其制动延长段。

6.4.2 局部规划与实时避障：候选运动结果

动态窗口结果：先筛可行，再比较得分



图：2 s 候选运动与圆障碍检查

输入：位置 (4,8.5) m，朝向正 x；目标 (8,9) m，沿用安全圆。

选中动作：速度 1 m/s，角速度 -0.5 rad/s；最小净间隙 0.202 m。

筛选：15 组中 13 组合格。

评分：合格动作中取最小 J 。

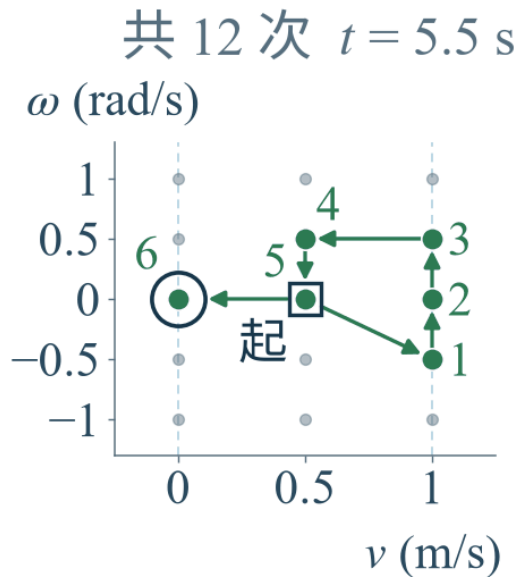
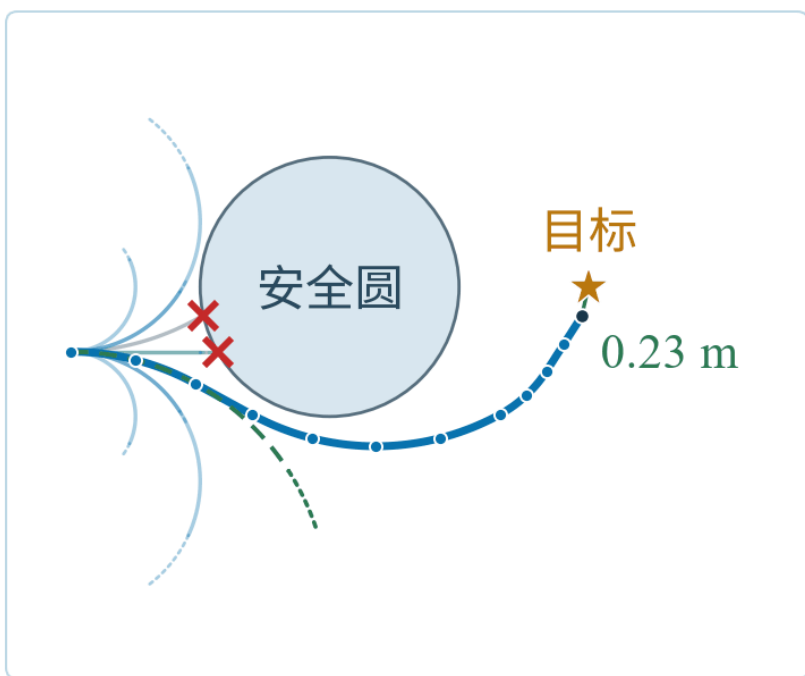
$$J = d_{\text{goal}} + 0.15|\omega| - 0.15v - 0.10 \min(c, 2)$$

d_{goal} ：预测终点距目标； c ：最小净间隙；
 v 、 ω ：速度、角速度；各量按单位量归一化。

6.4.2 局部规划与实时避障：滚动运行

每 0.5 s 重算一次，实际路线不同于首次预测

每 0.5 s 重算，只执行一小段



最小净间隙 0.15 m
停车距目标 0.23 m

动态窗口： 绿点 1-6 依次是选中的速度；虚线框为 0.5 s 内可达的范围，随当前速度移动。

筛选评分： 红叉是碰撞淘汰的候选；在合格候选中取最小的 J ，第 4 次首次选中正角速度。

滚动执行： 蓝色实线由 11 小段拼成，与第 1 次预测的绿虚线不同；停车点距目标 0.23 m。

图：动态窗口的滚动筛选与执行（仿真，非平台实测）

6.4.2 局部规划与实时避障：模型预测控制

MPC 优化未来一段，只执行第一步



$$p_{k+1} = p_k + \Delta t v_k + \frac{1}{2} \Delta t^2 a_k$$
$$v_{k+1} = v_k + \Delta t a_k$$

优化： $J = \sum_{k=0}^{N-1} [(p_{k+1} - p_{\text{ref}})^2 + \lambda a_k^2]$ 最小；约束 $|v_k| \leq v_{\text{max}}, |a_k| \leq a_{\text{max}}$ 与避障。

k 为预测步序号， N 为预测步数（完整结果页取 10）， λ 为加速度权重； p 、 v 、 a 为位置（m）、速度（m/s）、加速度（m/s²），每步内加速度恒定。

滚动求解依赖及时反馈，也依赖可接受的求解时间。

6.4.2 局部规划与实时避障：一步优化

一轴预测：加速度上限改变最优动作

初值：位置 0 m，速度 1 m/s；预测 1 s；目标位置 2 m；加速度限制 $\pm 0.6 \text{ m/s}^2$ 。

$$p_1 = 1 + \frac{1}{2}a, \quad J = (2 - p_1)^2 + 0.25a^2 = 1 - a + 0.5a^2$$

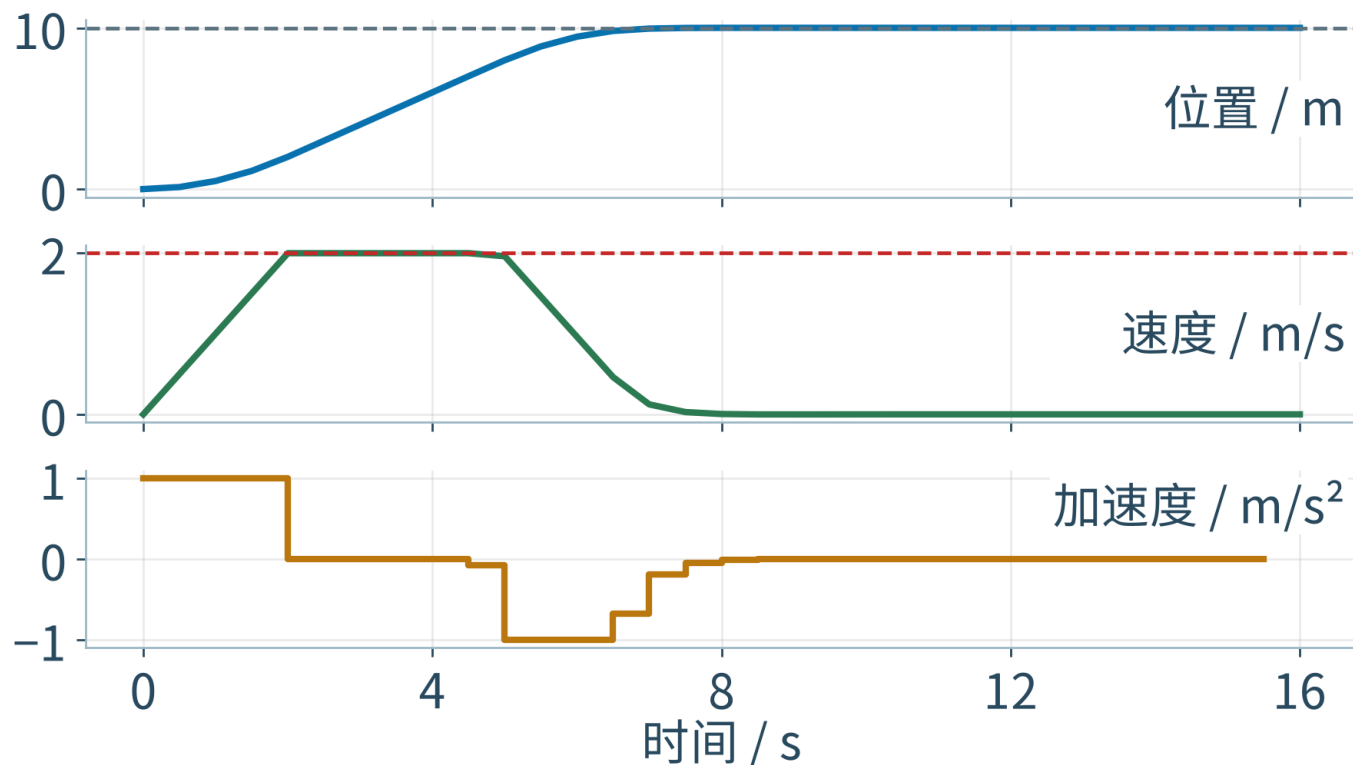
$$\frac{dJ}{da} = -1 + a = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1$$

$$a^* = 0.6 \text{ m/s}^2, \quad p_1 = 1.3 \text{ m}, \quad v_1 = 1.6 \text{ m/s}$$

J 权衡终点误差与加速代价；位置按 1 m、加速度按 1 m/s^2 归一化。

6.4.2 局部规划与实时避障：完整计算结果

滚动预测完整结果：加速、巡航、减速



图：理想一轴 MPC 的闭环计算

初态与目标：从 0 m 静止出发，到 10 m 停止。

参数：更新 0.5 s，窗口 10 步；速度绝对值 ≤ 2 m/s，加速度绝对值 ≤ 1 m/s²。

代价：较前述MPC简化代价增加零速度目标。

前9步位置/速度权重1/0.5；第10步改用5/2；输入0.05。

边界：无障碍一轴计算；避障通常需非凸约束或安全走廊。

6.4.2 局部规划与实时避障：局部算法比较

三种局部方法解决问题的方式不同

方法	核心输出	常见局限与处理
APF 人工势场	局部方向或运动引导	局部极小与停滞； 设置中间目标或脱困
DWA 动态窗口	短时可达的速度候选	窗口短、候选有限； 检查制动并持续重规划
MPC 模型预测	模型约束内的 控制输入序列	模型与求解敏感； 超时执行已验证的策略

全局路线提供绕行方向，局部方法持续处理眼前状态。



6.4 轨迹规划算法与避障



本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

- 6.1 外部控制基础与控制分层
- 6.2 外部控制原理与控制模式
- 6.3 轨迹规划建模与生成
- 6.4 轨迹规划算法与避障**
- 6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
- 6.6 前沿技术与控制方法
- 6.7 平台框架与通信接口
- 6.8 外部控制例程与实验验证
- 6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划

教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障

教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划

教材对应：第6.1.3.4节

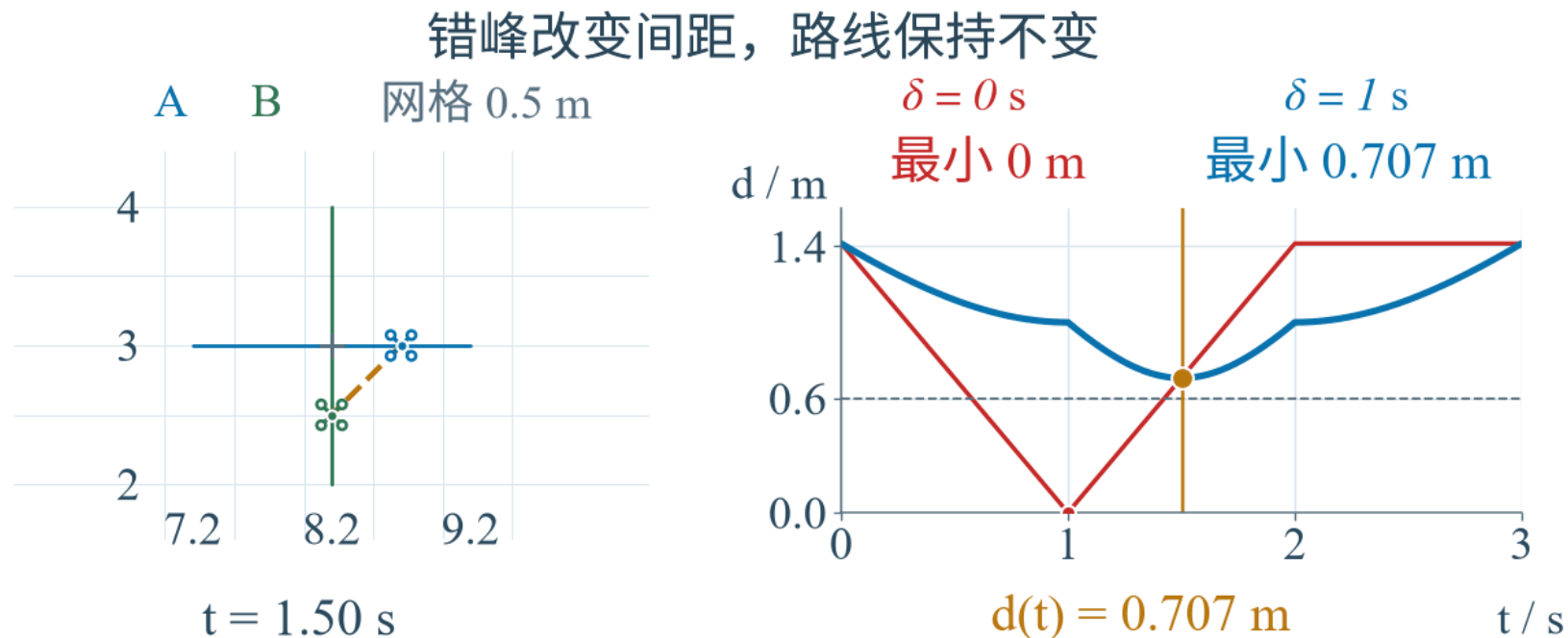
6.4.4 规划流程与后处理

教材对应：第6.1.3.5节（流程第2-3步）



6.4.3 多机轨迹规划：时空冲突

两条单机可行路线可能同时占据交叉点



A: $(7.2, 3) \rightarrow (9.2, 3) \text{ m}$; B: $(8.2, 2) \rightarrow (8.2, 4) \text{ m}$; 两机速度均为 1 m/s 。

结论：灰虚线为基础间距 0.6 m ；同时出发降到 0，B 延迟 1 s 最小 0.707 m 。

6.4.3 多机轨迹规划：连续距离计算

错峰一步计算：最危险时刻在两次经过之间

沿用 1 m/s 匀速； t, δ 用 s， d 用 m； δ 是 B 的出发延迟。

$$d^2(t) = (t - 1)^2 + (t - 1 - \delta)^2, \quad \delta \leq t \leq 2$$

$$t^* = 1 + \frac{\delta}{2}, \quad d_{\min} = \frac{\delta}{\sqrt{2}}$$

B 延迟	最小间距	任务总时间
0 s	0 m：碰撞	2 s
1 s	0.707 m：大于基础间距 0.6 m	3 s
1.3 s	0.919 m：满足含余量的 0.9 m	3.3 s

表中间距已检查等待和停车；上式最小值仅针对同时运动段。

6.4.3 多机轨迹规划：鲁棒性与协调

时钟、定位与延迟会消耗间距余量

$$d_{\text{req}} = d_{\text{base}} + e_A + e_B + v_{\text{rel,max}}\tau$$

$$d_{\text{req}} = 0.6 + 0.05 + 0.05 + 2 \times 0.1 = 0.9 \text{ m}$$

d_{req} : 所需中心间距; d_{base} : 基础安全间距 0.6 m。

e_A 、 e_B : 每机定位误差界 0.05 m; $v_{\text{rel,max}}$: 相对速度界 2 m/s。

τ : 两机共同时间基准的偏差界, 取 0.1 s。

重新排程: B 延迟 1.3 s 得 0.919 m, 满足 0.9 m 要求, 但余量仅 0.019 m。

共享信息: 轨迹与时基、优先级、有效期、重规划触发和失联动作。

检查范围: 等待区、预测窗外和停车阶段; 新障碍出现后重新检查。

6.4.3 多机轨迹规划：协调方法

多机方法既要找路，也要处理规模

方法	协调机制	取舍
采样方法	PRM / RRT 联合空间采样； 或先找单机路径，再协调	维度增长；后续仍需时间协调
优化方法	MPC / 最优控制： 联合优化轨迹与间距	约束清晰；非凸问题 对初值与算力敏感
集群启发式	粒子群、蚁群、遗传算法搜索候选	适合分配与搜索； 有限迭代无最优保证

10 架三维位置规划：30 个位置维度；成对距离约束共 $10(10 - 1)/2 = 45$ 对。

本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

- 6.1 外部控制基础与控制分层
- 6.2 外部控制原理与控制模式
- 6.3 轨迹规划建模与生成
- 6.4 轨迹规划算法与避障**
- 6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
- 6.6 前沿技术与控制方法
- 6.7 平台框架与通信接口
- 6.8 外部控制例程与实验验证
- 6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划

教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障

教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划

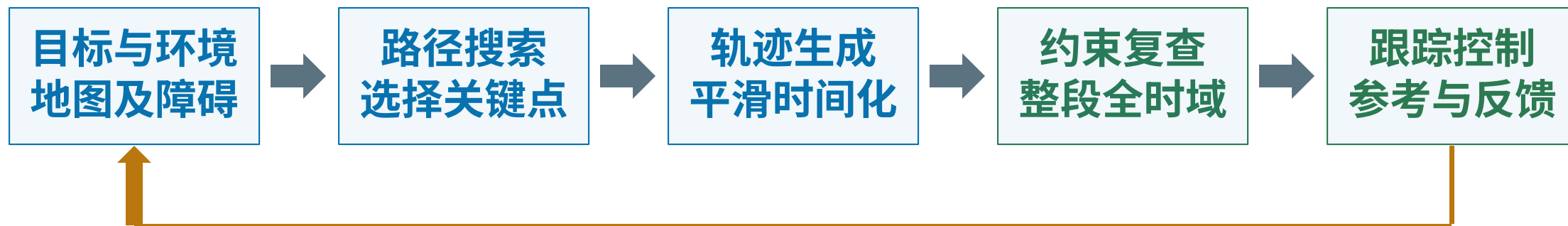
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理

教材对应：第6.1.3.5节（流程第2-3步）

6.4.4 规划流程与后处理：规划流程

完整流程把路线检查接到执行反馈



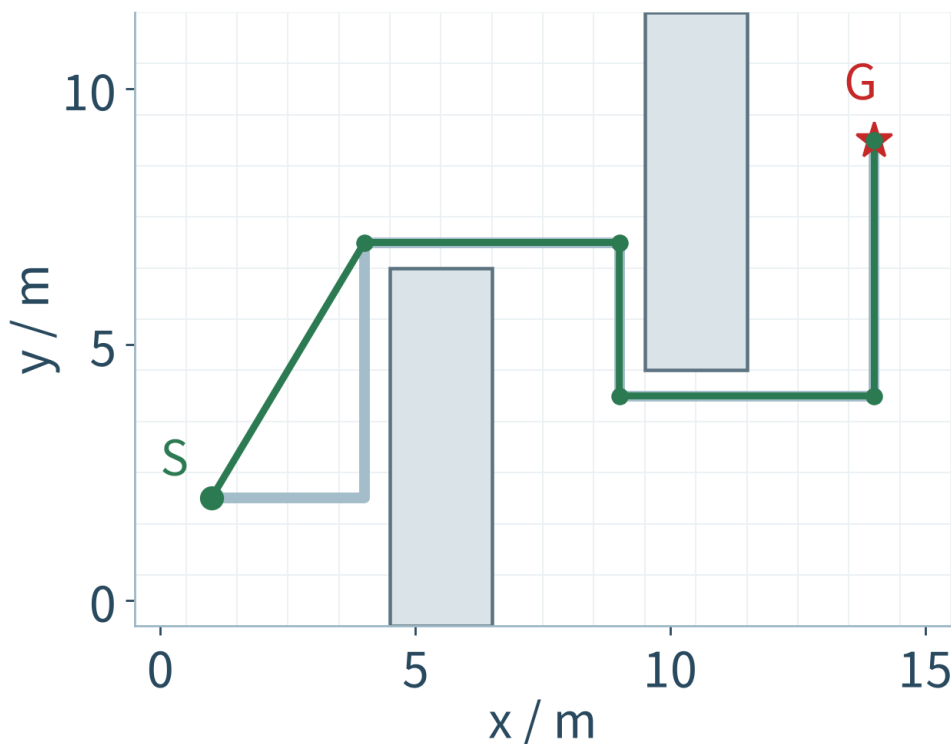
反馈更新状态；环境变化可触发重新搜索

复查失败： 返回关键点、平滑或时间化环节，修正后重新检查。

检查通过： 交付位置、速度、加速度参考；轨迹跟踪和前馈补偿在课件6.5展开。

6.4.4 规划流程与后处理：关键点选取

路径简化：能直连时才删除中间点



图：原始路径与碰撞检查后的捷径

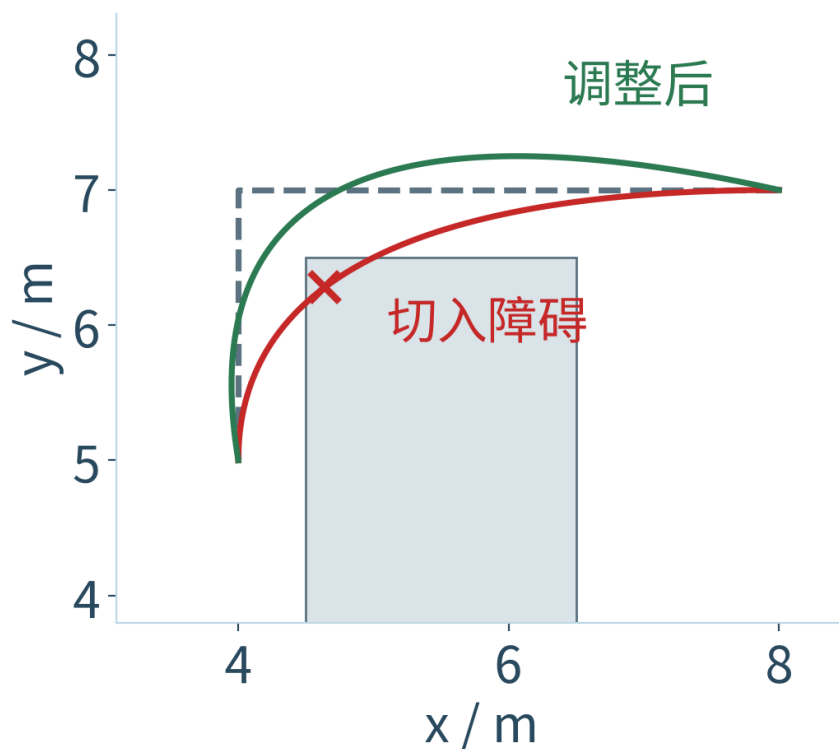
简化规则：从当前点寻找路径中最远的可见后继点；整条连接段必须可通行。

本次结果：27 点 $\rightarrow$ 6 点；
26.000 m $\rightarrow$ 23.831 m。

仍需处理：保留安全间距，再平滑转角、时间化并复查运动约束。

6.4.4 规划流程与后处理：平滑后的反例

平滑曲线会切入原折线绕开的障碍



图：二次贝塞尔曲线的切角与修正

原折线： $(4,5) \rightarrow (4,7) \rightarrow (8,7)$ m。

首末点为 P_0, P_2 ； P_1 为控制点。

参数 $s \in [0,1]$ 。

$$\mathbf{p}(s) = (1-s)^2 \mathbf{P}_0 + 2(1-s)s \mathbf{P}_1 + s^2 \mathbf{P}_2$$

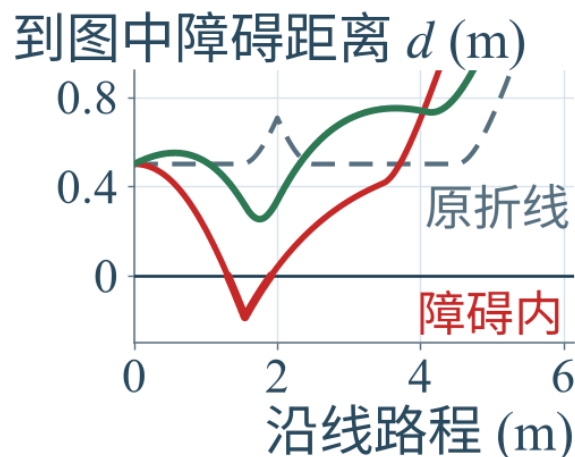
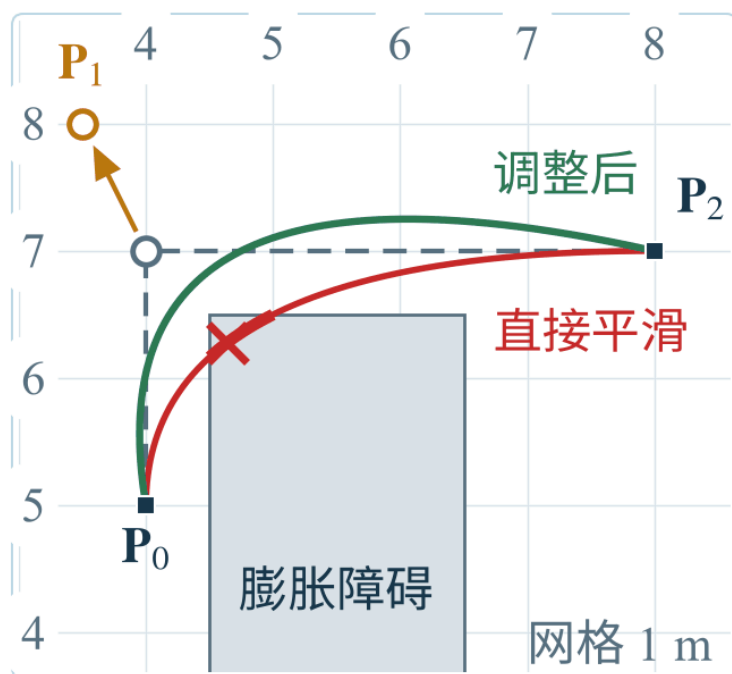
红线：中间控制点 $(4,7)$ m； $s=0.4$ 时进入障碍。

绿线：控制点改为 $(3.5,8)$ m；检查整段，而不只检查控制点。

6.4.4 规划流程与后处理：平滑后整段复查

只查控制点会误判，平滑后要重算整段距离

平滑后须重新检查整段曲线



原折线 最小 0.50 m
 直接平滑 最小 -0.19 m
 调整后 最小 0.25 m

距离曲线：纵轴是到图中障碍的距离 d ， $d < 0$ 即进入障碍；灰色虚线为原折线。

只查控制点：三个控制点都在障碍外，曲线在 $0.35 < s < 0.50$ 时却位于障碍内，最深 0.19 m。

修正后复查：把控制点移到 (3.5, 8) m 后重算整段，最小距离 0.25 m，整段通过。

图：平滑后逐点检查整段距离（解析几何示意）

6.4.4 规划流程与后处理：速度与加速度约束

直线时间律复习：3 m 路程的速度与加速度约束

$$p(t) = L(10s^3 - 15s^4 + 6s^5), \quad s = t/T, \quad L = 3 \text{ m}$$

直线两端速度、加速度为零； p 为沿线位移， T 为完成时间 (s)。

$$v_{\max} = 1.875L/T \leq 2 \text{ m/s}$$

$$a_{\max} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \frac{L}{T^2} \leq 1 \text{ m/s}^2$$

系数来历：速度峰值在 $s = 1/2$ ，加速度峰值在 $s = 1/2 - \sqrt{3}/6$ 。

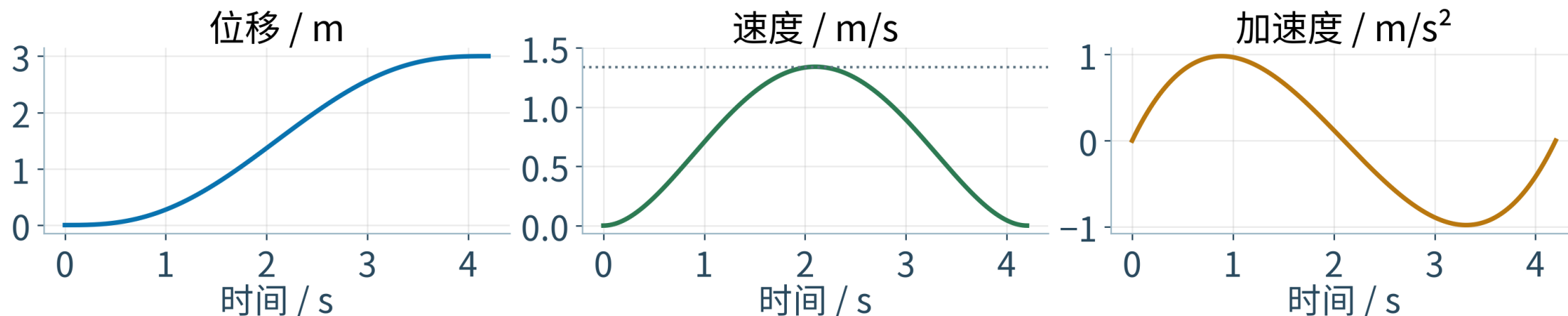
由速度得 $T \geq 2.813 \text{ s}$ ；由加速度得 $T \geq 4.162 \text{ s}$ 。

选择 $T = 4.2 \text{ s}$ ，并保留与实际跟踪性能相匹配的额外余量。

$$\text{曲线路径: } \mathbf{p}(t) = \mathbf{r}(\sigma(t)), \quad \mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(\sigma(t))\dot{\sigma}(t)$$

6.4.4 规划流程与后处理：完整时间轨迹

4.2 s 时间化结果满足所设理想约束



图：同一条直线的位移、速度与加速度

解析结果： 峰值1.339 m/s、0.982 m/s²；两端速度、加速度为零。

曲线路径： 曲率产生法向加速度；固定翼、小车还受最小转弯半径与非全向约束。

后处理： B样条或多项式；最小jerk（加加速度）或snap（四阶导数），仍须显式约束连续性。

撇号对路径参数 σ 求导：
$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{r}''(\sigma(t))\dot{\sigma}(t)^2 + \mathbf{r}'(\sigma(t))\ddot{\sigma}(t)$$

6.4.4 规划流程与后处理：最终验收

连续碰撞检查不能只看几个离散时刻

空间：检查整条线段或整段曲线，包含膨胀障碍、地图边界与动态障碍预测。

时间：动态障碍与多机轨迹使用同一时间基准；等待、停车阶段也检查。

运动：核对速度、加速度、曲率及需要的高阶导数；异常时执行可行停止或重规划。

取速度上界 2 m/s、间隔 0.2 s；额外采样裕量记为 m_{sample} 。

$$m_{\text{sample}} \geq v_{\text{max}} \frac{\Delta t}{2} = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{ m}$$

静态障碍：样点到已膨胀障碍的距离须大于 0.2 m。

前提：已知全时域速度上界，且检查首尾样点。



6.4 轨迹规划算法与避障



学习资源

算法学习与材料阅读入口

离散搜索、配置空间与采样规划

<https://lavalle.pl/planning/>

RRT* 与 PRM* 的渐近最优性条件

<https://arxiv.org/abs/1105.1186>

MPC 的模型、预测窗口与反馈

https://www.do-mpc.com/en/latest/theory_mpc.html

避障例程说明: [安装目录]/RflySimAPIs/6.RflySimExtCtrl/1.BasicExps/
e11_Avoidance_Segment/e5.1/Readme.pdf



课堂练习

练习：启发下界、势场一步与制动距离

问题

八邻接，对角一步 $\sqrt{2}$ m;
(0,0) $\rightarrow$ (3,1)，曼哈顿估计可采纳吗？

参考要点

实际 $2 + \sqrt{2} \approx 3.414$ m，曼哈顿 4 m 会高估；
改用对角距离或欧氏 $\sqrt{10} \approx 3.162$ m。

APF 从 (4,8.5) m 出发，
合成量多大？会限速吗？

吸引 (4,0.5)，排斥 $\approx (-3.144, -0.786)$ ；合成 $\approx (0.856, -0.286)$ m/s，模长 $0.90 < 1$ ，不限速。

速度 1 m/s，减速度 1 m/s^2 ，
最少预留多少制动路程？

匀减速停车： $d = \frac{v_0^2}{2a} = 0.5$ m。
还需计入延迟、模型误差，并检查制动段碰撞。

课堂练习

练习：只改变出发时刻或完成时间会怎样

题一：两机路线不变，间距要求改为 0.8 m。B 至少延迟多久？

参考：同时运动段要求 $\delta/\sqrt{2} \geq 0.8$ ，得 $\delta \geq 1.131$ s。

取 1.2 s 时最小间距 0.849 m；等待与停车段间距不小于 1 m。

题二：同一 3 m 直线，加速度上限降为 0.5 m/s²，速度上限仍为 2 m/s。T 至少取多少？

参考：由加速度得 $T \geq 5.886$ s，由速度只需 2.813 s；取 5.886 s，速度峰值约 0.956 m/s。

课堂练习

练习：例程数据、动态障碍与平滑复查

问题	参考要点
用 SIM1.mat 求反馈到障碍中心 (12,0) m 的最小距离，再求相对 2 m 几何半径的净间隙。	$\min(\text{hypot}(x_feedback-12,y_feedback)) \approx 4.493 \text{ m}$ ；净间隙 $4.493 - 2 = 2.493 \text{ m}$ ，比 3 m 安全圆多 1.493 m。
障碍会移动时，APF、DWA、MPC 各需要补充什么信息？	都需要障碍未来位置的预测或保守包络：APF 用它算排斥；DWA 按弧上各时刻查碰撞；MPC 写成随时间变化的约束。
平滑变式：折线 (4,5)→(4,7.2)→(8,7.2) m，以 (4,7.2) 为控制点；障碍 $x \in [4.5,6.5]$ 、 $y \leq 6.5 \text{ m}$ ，能通过吗？	不能。 $x=4+4s^2$ ， $y=5+4.4s-2.2s^2$ ； s 在 0.35 到 0.44 之间进入障碍，最深约 0.11 m。三个控制点都在障碍外，只查控制点会误判。

本节小结

路线找到之后，还要让轨迹可执行

全局： Dijkstra / A* 在图上搜索；RRT / PRM 用采样建立连接。
结论依赖建图规则与代价。

局部与多机： APF、DWA、MPC 根据状态更新运动；
多机还要协调时间、间距和异常动作。

后处理： 删点、平滑、时间化均可能改变可行性；检查整段曲线、全时域与运动限制。

易错点： 找到路线、得到光滑曲线、满足理想约束、实际准确执行，
是四项不同的验证。