本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障
教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理
教材对应：第6.1.3.5节（流程第2–3步）

6.4.1 全局路径规划：规划对象

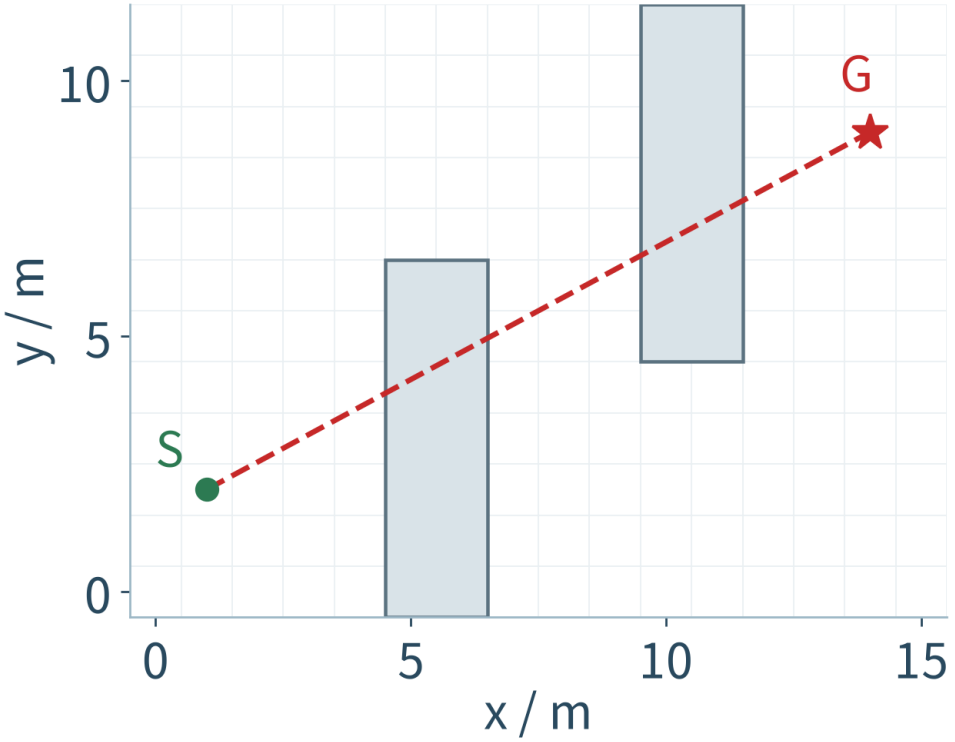
全局路线、局部运动与时间轨迹

任务	输入与输出	本节的判断依据
全局路径规划	地图、起终点 → 几何路线	路线连通；边与障碍不相交
局部运动规划	状态、邻近障碍 → 短时运动	动作可达；可停止或安全转向
轨迹生成	路线、时间与运动限制 → 参考	连续碰撞、速度和加速度检查

规划的输出越接近执行，越需要体现时间和运动限制。

6.4.1 全局路径规划：统一地图

贯穿案例：穿过两段错开的通道



图：灰色为膨胀障碍，点为载具中心，红虚线为直连线

地图： 16×12 个栅格；每格 1 m。二维平移，忽略高度变化。

起终点： 起点 (1,2) m；终点 (14,9) m。矩形边界均视为占据。

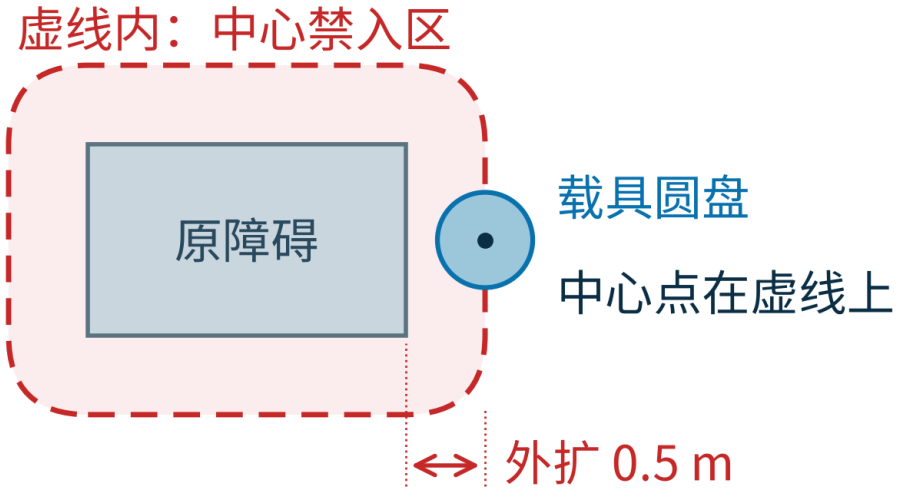
搜索规则： 先按四邻接栅格搜索，每步 1 m；再比较连续空间采样。

地图轴向： 横轴东，纵轴北。

$$(N, E) = (y, x)$$

6.4.1 全局路径规划：配置空间

障碍膨胀把载具变成一个规划点



r_{body}：机体圆盘包络半径；m：安全裕量；
r_{inflate}：向外膨胀距离，均用米。

配置空间：描述载具所有自由度的空间；本例只取平面位置，规划点代表中心。

$$r_{\text{inflate}} = r_{\text{body}} + m = 0.3 + 0.2 = 0.5\ \text{m}$$

连线检查：两个端点无碰撞，不代表连接它们的线段无碰撞；斜穿角点也算相交。

6.4.1 全局路径规划：启发式搜索

A* 用已付代价加上剩余代价下界

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

$$h(n) = |x_n - 14| + |y_n - 9|$$

n 为节点，(x_n, y_n) 为其坐标（m）；Dijkstra 取 $h = 0$。

量	含义	本例单位
g	起点到当前节点的已知最小代价	m
h	不考虑障碍的曼哈顿距离下界	m
f	选择下一个扩展节点的优先级	m

6.4.1 全局路径规划：一步计算

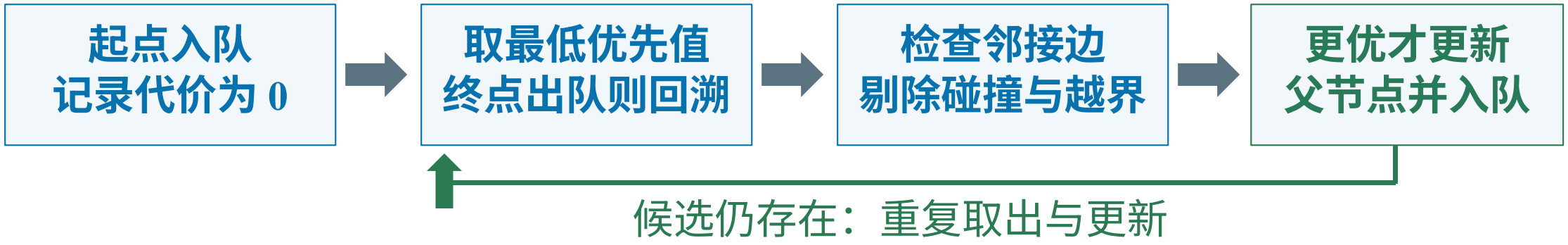
第一次扩展：优先向目标方向搜索

相邻节点 / m	已付 g / m	下界 h / m	优先值 f / m
向东 (2,2)	1	19	20
向北 (1,3)	1	19	20
向西 (0,2)	1	21	22
向南 (1,1)	1	21	22

同分规则：先比较 h，再按东、北、西、南的入队顺序；终点出队时结束。

6.4.1 全局路径规划：搜索流程

搜索循环保留代价与父节点



$$g_{\text{new}}(q) = g(n) + c(n, q)$$

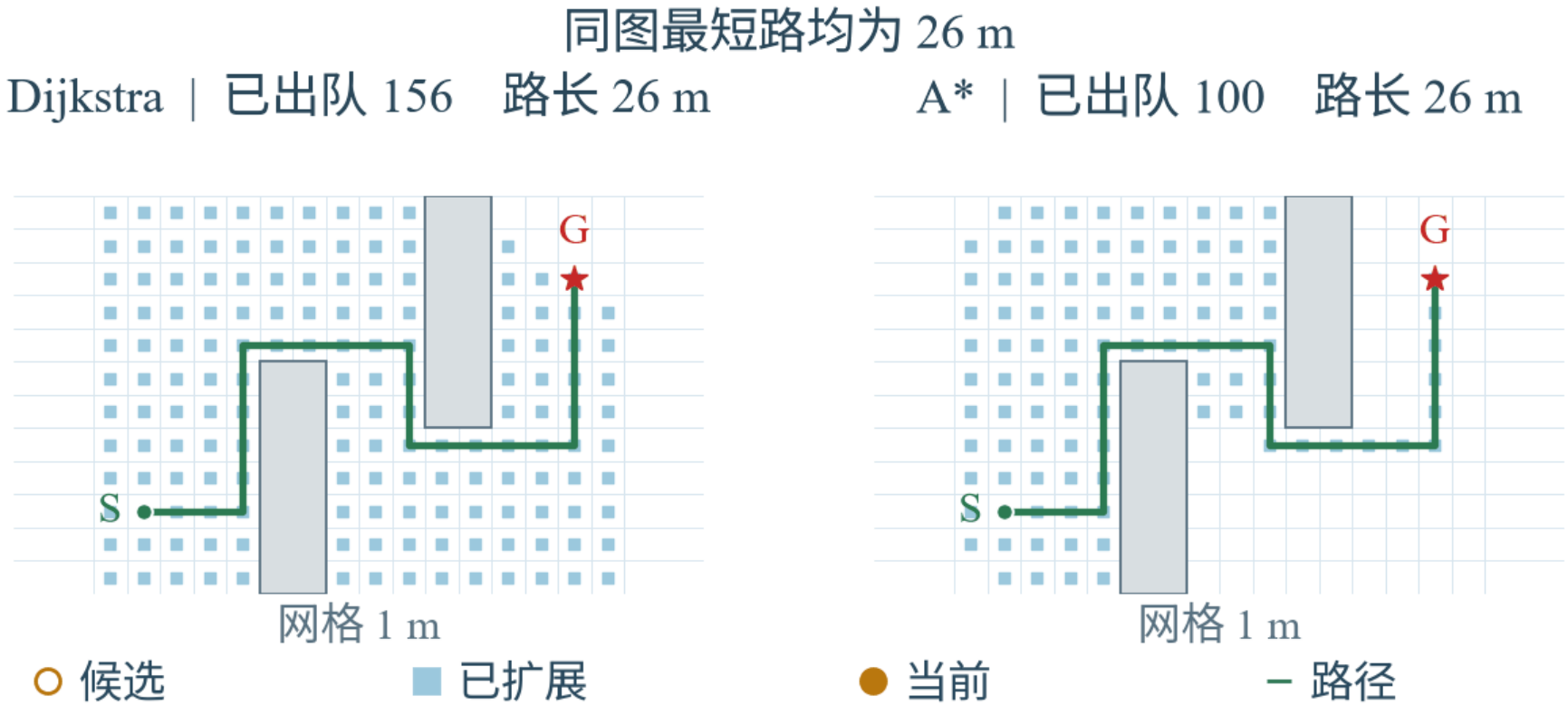
n 为当前节点，q 为邻居；$c(n, q)$ 为边代价（本例 1 m）。

输出：父节点记录来路；从终点沿父节点回溯，再反转得到路径。

失败：待扩展节点的集合耗尽，只能说明当前建图与规则下无路；换分辨率可能改变结论。

6.4.1 全局路径规划：完整计算结果

同一栅格上，两种搜索都得到 26 m



Dijkstra：156 个扩展节点（浅蓝方点）

A*：100 个扩展节点；绿线为返回路径

6.4.1 全局路径规划：最优性边界

最短路径结论有明确的条件

Dijkstra：有限图、非负边代价；按已知最小代价取出节点。

A*：可采纳启发式不高估剩余代价；本例曼哈顿距离还满足一致性。

一致性条件：$h(n) \le c(n,q) + h(q)$，q 为 n 的相邻节点。

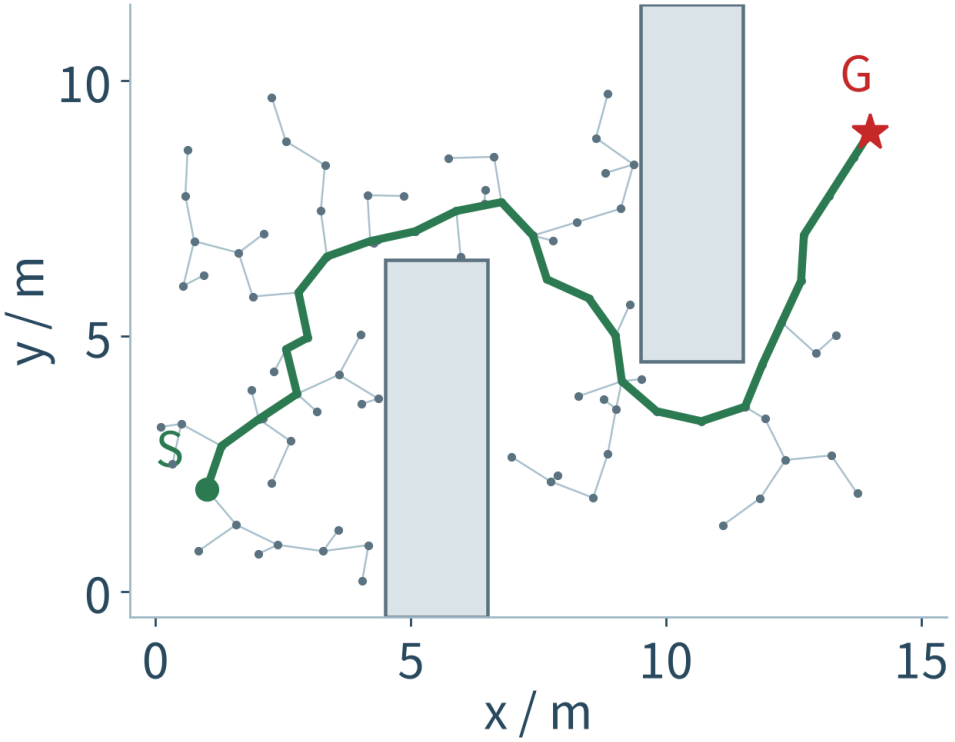
八邻接反例：对角一步从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$；曼哈顿估计为 $2\ \mathrm{m}$，会高估。

反例对比：$\sqrt{2}\ \mathrm{m} < 2\ \mathrm{m}$，估计高于真实代价；应改用欧氏距离或对角距离。

“最短”必须同时说明地图、连边规则和代价。

6.4.1 全局路径规划：快速探索随机树

RRT 从已有树向随机样本扩展



图：随机树与一次返回路线

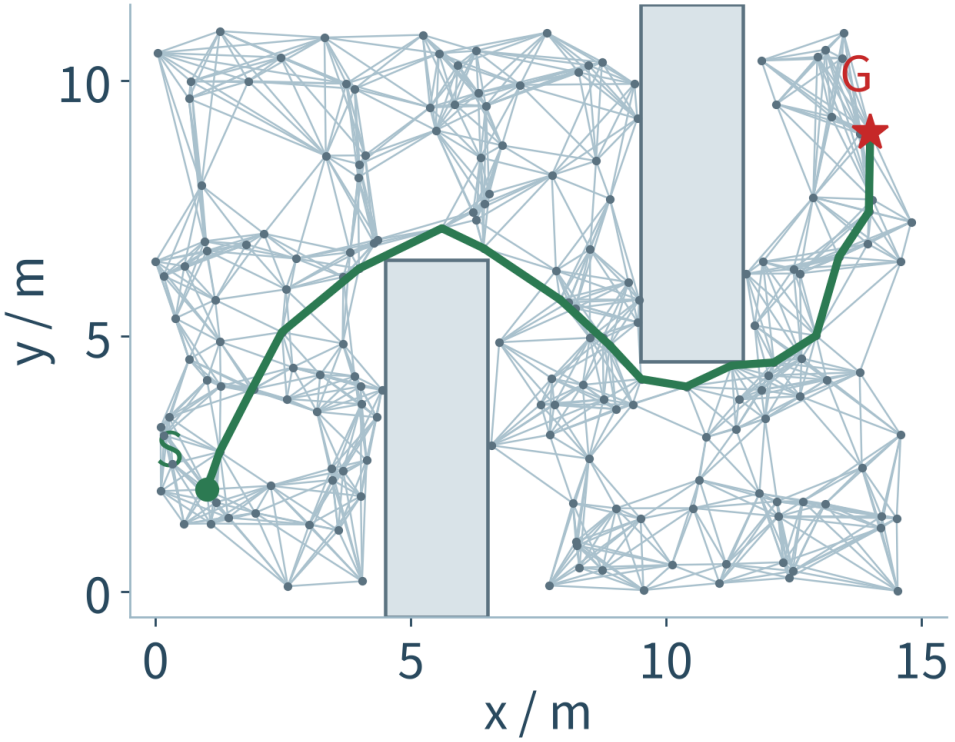
循环：采样 → 最近节点 → 限步长扩展 → 整段碰撞检查。

参数与结果：步长 0.9 m，目标偏置 0.1，种子 17；94 个树节点，路线 22.682 m。

使用条件：单次连续空间查询；窄通道难采样；换种子或实现，树形与长度会变。

6.4.1 全局路径规划：概率路图

PRM 先建可复用路图，再接入查询



图：可复用路图与一次查询

建图阶段： 180 个无碰撞样本，每点尝试连 10 个近邻，并检查整条连接边。

查询阶段： 接入起终点后，在已有图上搜索；本次路线 20.034 m。

局限： 窄通道易漏采；地图变化后须重查连接边。

6.4.1 全局路径规划：算法取舍

比较结果时区分可行性与最优性

方法	本次长度	机制与边界
Dijkstra / A*	26.000 m	四邻接图上的最短路（只能横竖走）
普通 RRT	22.682 m	一次随机树可行路线；非最优保证
普通 PRM	20.034 m	固定路图中的最短路；非全空间最优

长度差异：采样法可任意方向连边，网格只能横竖走，三者长度不能直接比优劣。
RRT* 选父节点并重连；PRM* 按样本数设置邻域。渐近最优指：在适用假设下，样本无限增加时路径代价趋于最优；有限预算无最优保证。
Bi-RRT 双向扩展；Informed RRT* 聚焦可改进区域；Lazy PRM 延迟碰撞检查。

本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障
教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理
教材对应：第6.1.3.5节（流程第2–3步）

6.4.2 局部规划与实时避障：人工势场模型

人工势场把目标与障碍合成为引导量

局部场景：左障碍上方新增圆障碍，圆心 (6,9) m、安全半径 1 m；局部目标 (8,9) m。

p 为位置，**q** 为目标；d 为边界距离，**n** 为向外单位向量。

$$\mathbf{F}_a = k_a(\mathbf{q} - \mathbf{p})$$

$$\mathbf{F}_r = k_r\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0}\right)\frac{\mathbf{n}}{d^2}, \quad 0 < d < d_0$$

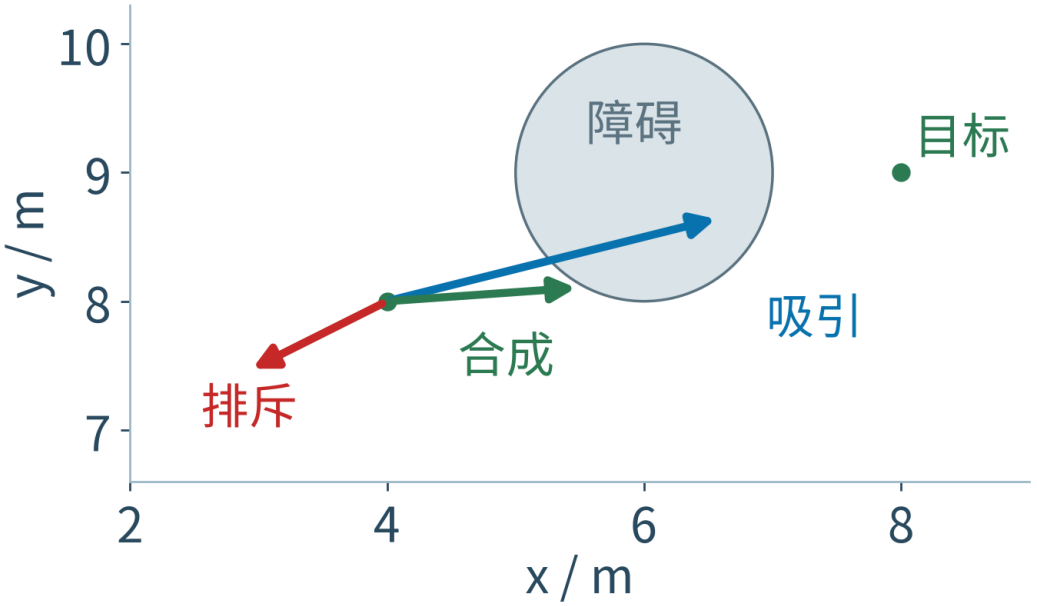
$$\mathbf{v} = \mathrm{sat}_{v_{\max}}(\mathbf{F}_a + \mathbf{F}_r), \quad \mathbf{p}^+ = \mathbf{p} + \Delta t\,\mathbf{v}$$

取 $k_a = 1\ \mathrm{s}^{-1}$, $k_r = 6\ \mathrm{m}^4/\mathrm{s}$, $d_0 = 3\ \mathrm{m}$；超出作用距离时排斥为零。

吸引与排斥均为速度量（m/s）；sat 保持方向并限速，时间步长用秒。

6.4.2 局部规划与实时避障：一步计算

势场一步：先相加，再限速更新



图：同一局部状态的一步更新

吸引量： $\mathbf{F}_a = (4,1)$

边界距离： $d = \sqrt{5} - 1 \approx 1.236\ \mathrm{m}$

$$\mathbf{F}_r \approx (-1.671, -0.835)$$

$$\mathbf{F} \approx (2.329, 0.165)$$

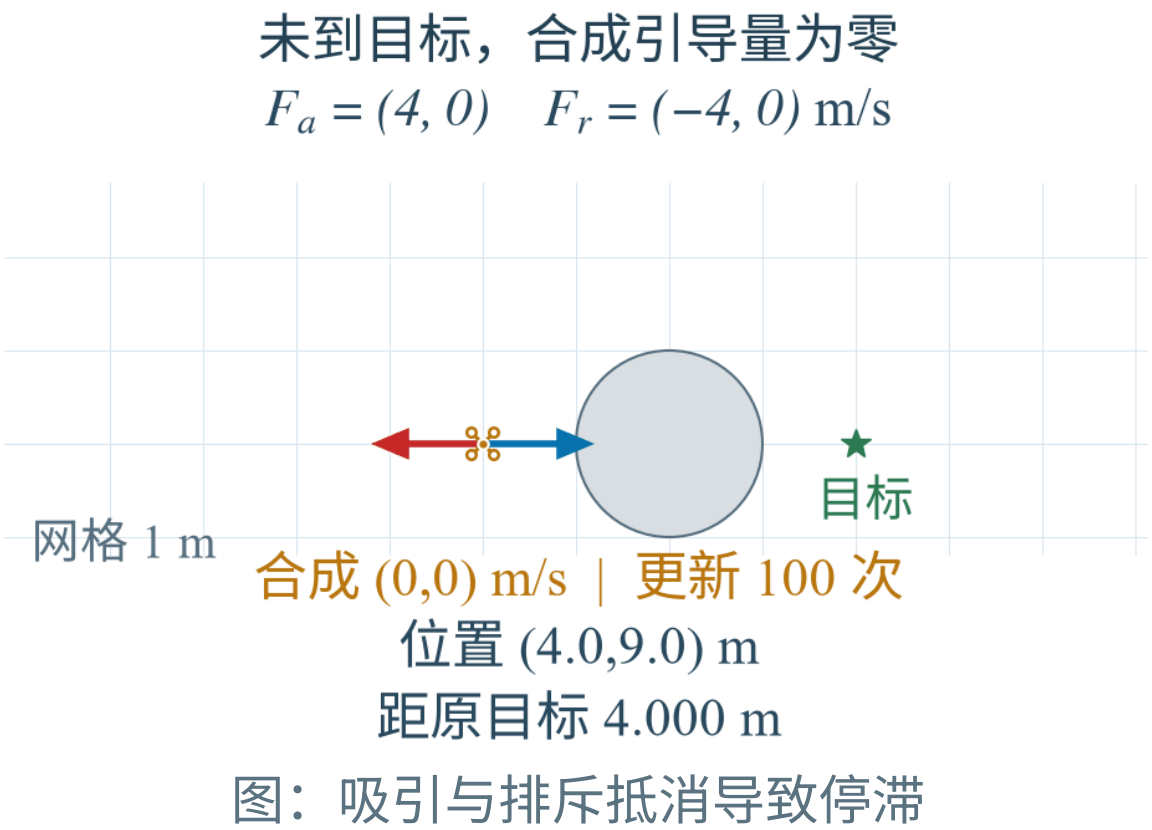
$$\mathbf{v} \approx (0.998, 0.071)\ \mathrm{m/s}$$

输入位置 $(4,8)$ m；
速度上限 1 m/s。

$$\Delta t = 0.2\ \mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}^{+} \approx (4.200, 8.014)\ \mathrm{m}$$

6.4.2 局部规划与实时避障：局部极小与停滞

合成引导量为零时，可能仍未到目标



图：吸引与排斥抵消导致停滞

另取初值 (4,9) m： 1、10、100 步位置不变；距目标 4 m。

原因： 只依赖当前位置的引导量，没有包含绕到障碍另一侧的搜索过程。

处理： 切换中间目标或触发全局重规划；避免用“小速度”直接判定到达。

6.4.2 局部规划与实时避障：避障例程

安装版避障模型使用过滤坐标

[安装目录]/RflySimAPIs/6.RflySimExtCtrl/1.BasicExps/
e11_Avoidance_Segment/e5.1/sim1.0/

说明：e5.1/Readme.pdf；模型：e5_1_Avoidance_Segment.slx；数据：SIM1.mat

$$\xi = \mathbf{p} + k_0\mathbf{v}, \qquad k_0 = 1\ \mathrm{s}$$

位置、速度反馈 → 过滤坐标 → 避障修正 → 新位置参考。

ξ：过滤坐标，即按当前速度外推 k_0 秒后的位置；用它计算到障碍的距离，速度越大越早避让。人工势场教学模型直接用当前位置。

模型参数： 目标 (25,6) m；障碍中心 (12,0) m；几何半径 2 m，设计安全半径 3 m。

已知问题： 初始化脚本调用的旧名 e5_1_Avoidance_Segment_2017b 在目录中不存在；平台修正前，先按「数据阅读」页读取 SIM1.mat。

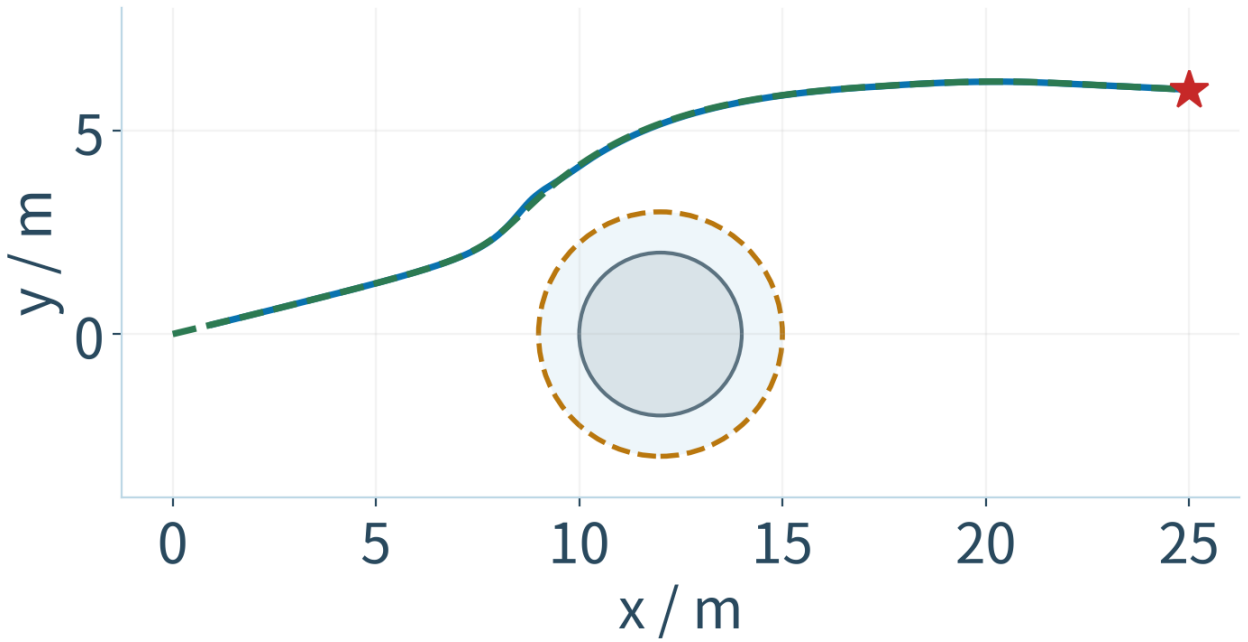
6.4.2 局部规划与实时避障：例程运行步骤

e11 例程：运行步骤与预期

初始化：在 MATLAB 中进入 e5.1/sim1.0，运行 startSimulation.m。
设目标：打开 e5_1_Avoidance_Segment.slx，在 X 模块中把 P_wp 依次设为 [25;6]、[25;0]、[25;-6]。
仿真与绘图：每个目标仿真一次，再运行 e5_plot.m，画出期望与实际位置轨迹。
预期：从 (0,0) m 出发，期望与实际轨迹基本重合，绕过障碍到达目标；目标 (25,0) m 与起点、障碍中心三点共线时出现死锁。
常见失败：若初始化因找不到 e5_1_Avoidance_Segment_2017b 而报错，平台修正前改做「数据阅读」页；绕不过障碍时，先核对 P_wp，再查三点是否共线（说明文档常见问题 Q1）。

6.4.2 局部规划与实时避障：数据阅读

历史数据：参考与反馈均从障碍上侧绕行



图：SIM1.mat 样点（蓝实线参考，绿虚线反馈）

读取： load SIM1.mat，参考 x_desired、y_desired，反馈 x_feedback、y_feedback。

判据： 反馈点到障碍中心 (12,0) m 的最小距离 ≈ 4.493 m，比 3 m 安全圆多 1.493 m。

终态： 末值 (24.990,6.001) m，接近目标；灰圆半径 2 m，虚线为 3 m 安全圆。

6.4.2 局部规划与实时避障：动态窗口法

动态窗口只搜索短时间内可达到的速度

动态窗口法（DWA）：本例采用平面小车模型，前进速度上限 1 m/s。

v_0：当前速度；$a_{\max}$：加速度界；$v_{\max}$：速度上限；Δt：更新周期。

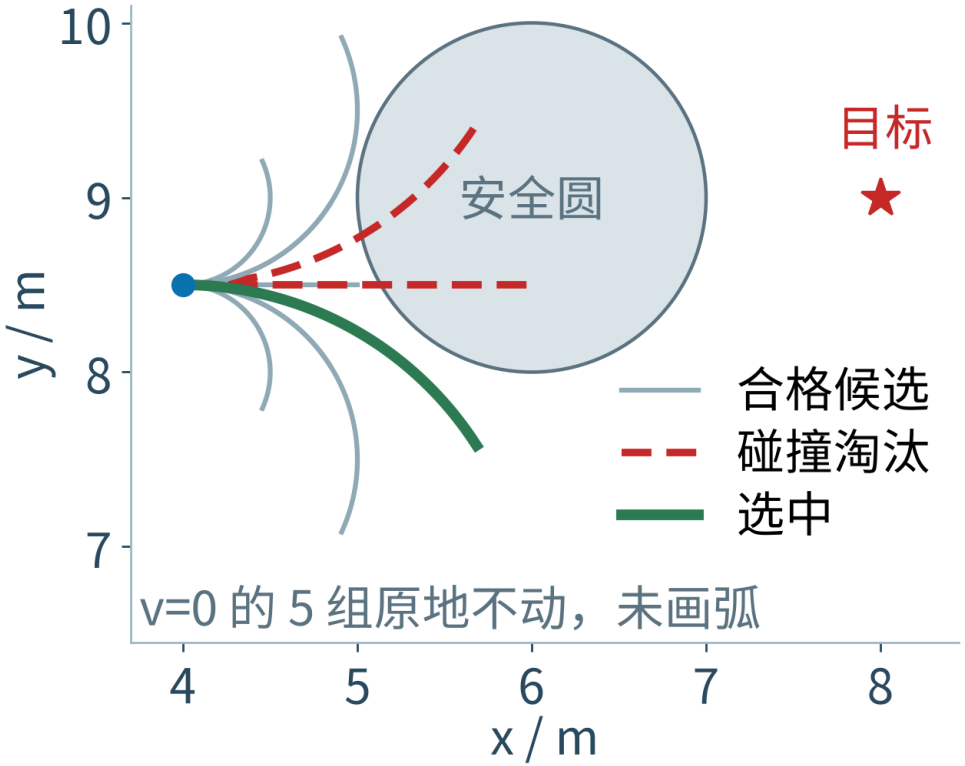
$$v \in [v_0 - a_{\max}\Delta t,\ v_0 + a_{\max}\Delta t] \cap [0, v_{\max}]$$

$$v_0 = 0.5\ \mathrm{m/s},\ a_{\max} = 1\ \mathrm{m/s^2},\ \Delta t = 0.5\,\mathrm{s} \Rightarrow v \in [0,1]\ \mathrm{m/s}$$

速度候选：前进速度 0、0.5、1 m/s；角速度 −1、−0.5、0、0.5、1 rad/s。
角速度可达：初值 0 rad/s，角加速度上限 2 rad/s²，0.5 s 后允许 ±1 rad/s。
制动检查：制动减速度 1 m/s²；检查 2 s 预测弧及其制动延长段。

6.4.2 局部规划与实时避障：候选运动结果

动态窗口结果：先筛可行，再比较得分



图：2 s 候选运动与圆障碍检查

输入：位置 (4,8.5) m，朝向正 x；目标 (8,9) m，沿用安全圆。

选中动作：速度 1 m/s，角速度 −0.5 rad/s；最小净间隙 0.202 m。

筛选：15 组中 13 组合格。

评分：合格动作中取最小 J。

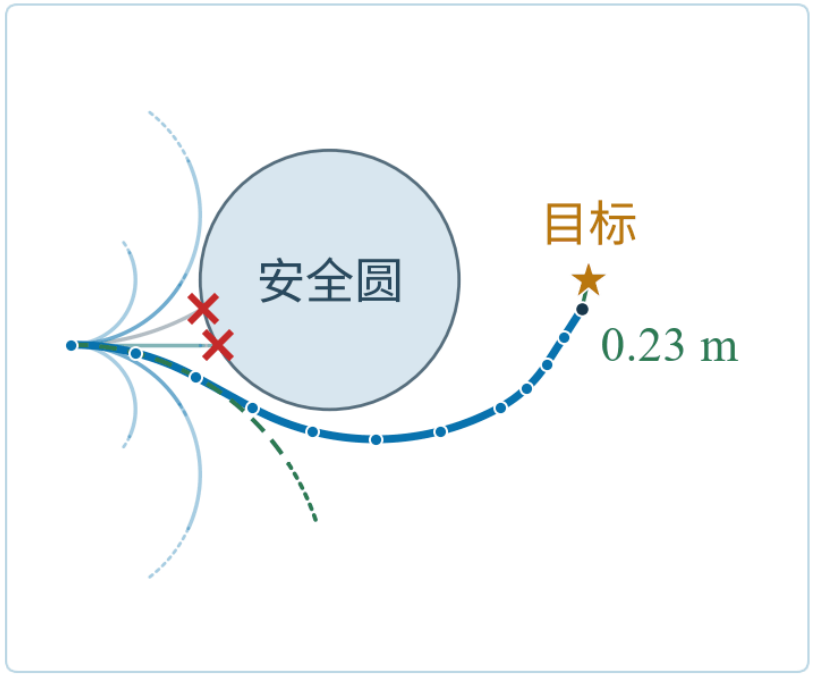
$$J = d_{\text{goal}} + 0.15|\omega| - 0.15v - 0.10\min(c, 2)$$

d_{goal}：预测终点距目标；c：最小净间隙；v、ω：速度、角速度；各量按单位量归一化。

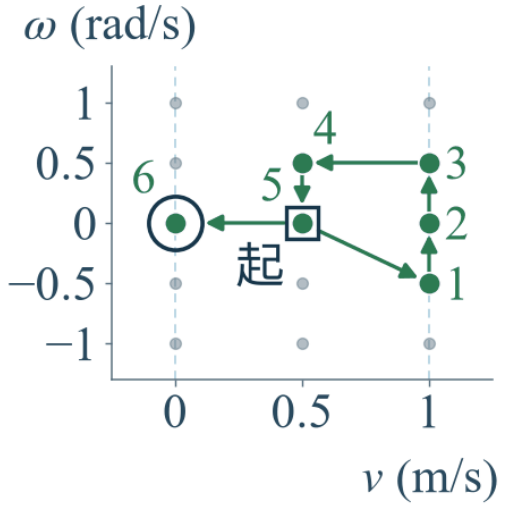
6.4.2 局部规划与实时避障：滚动运行

每 0.5 s 重算一次，实际路线不同于首次预测

每 0.5 s 重算，只执行一小段



共 12 次 $t = 5.5$ s



最小净间隙 0.15 m
停车距目标 0.23 m

动态窗口：绿点 1–6 依次是选中的速度；虚线框为 0.5 s 内可达的范围，随当前速度移动。

筛选评分：红叉是碰撞淘汰的候选；在合格候选中取最小的 J，第 4 次首次选中正角速度。

滚动执行：蓝色实线由 11 小段拼成，与第 1 次预测的绿虚线不同；停车点距目标 0.23 m。

图：动态窗口的滚动筛选与执行（仿真，非平台实测）

6.4.2 局部规划与实时避障：模型预测控制

MPC 优化未来一段，只执行第一步

当前状态
局部目标 → 预测 N 步并优化输入 → 只执行第一步，再取新状态

$$p_{k+1} = p_k + \Delta t\, v_k + \frac{1}{2}\Delta t^2 a_k$$

$$v_{k+1} = v_k + \Delta t\, a_k$$

优化： $J = \sum_{k=0}^{N-1}\left[(p_{k+1} - p_{\text{ref}})^2 + \lambda a_k^2\right]$ 最小；约束 $|v_k| \le v_{\max}$，$|a_k| \le a_{\max}$ 与避障。

k 为预测步序号，N 为预测步数（完整结果页取 10），λ 为加速度权重；p、v、a 为位置（m）、速度（m/s）、加速度（m/s²），每步内加速度恒定。

滚动求解依赖及时反馈，也依赖可接受的求解时间。

6.4.2 局部规划与实时避障：一步优化

一轴预测：加速度上限改变最优动作

初值：位置 0 m，速度 1 m/s；预测 1 s；目标位置 2 m；加速度限制 ±0.6 m/s²。

$$p_1 = 1 + \frac{1}{2}a, \quad J = (2 - p_1)^2 + 0.25a^2 = 1 - a + 0.5a^2$$

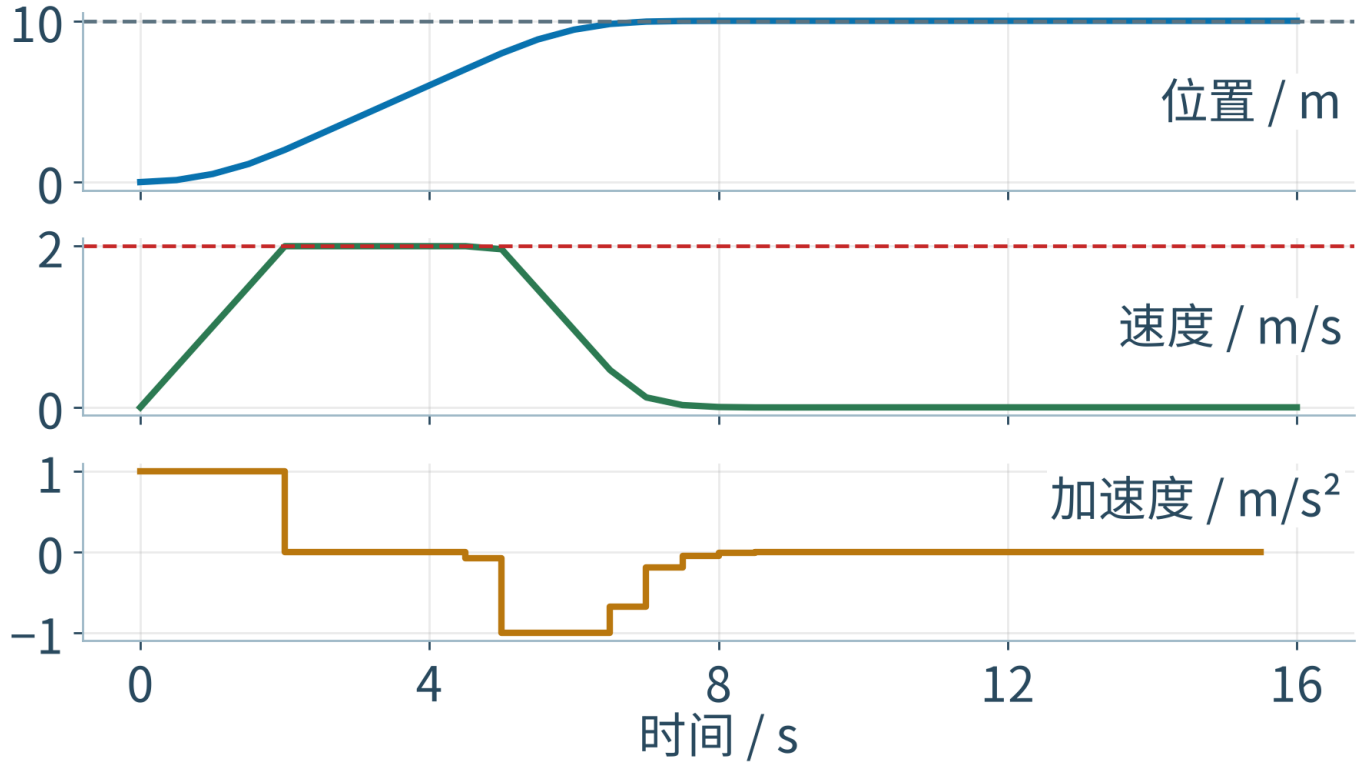
$$\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}a} = -1 + a = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 1$$

$$a^* = 0.6\ \mathrm{m/s^2}, \quad p_1 = 1.3\ \mathrm{m}, \quad v_1 = 1.6\ \mathrm{m/s}$$

J 权衡终点误差与加速代价；位置按 1 m、加速度按 1 m/s² 归一化。

6.4.2 局部规划与实时避障：完整计算结果

滚动预测完整结果：加速、巡航、减速



图：理想一轴 MPC 的闭环计算

初态与目标：从 0 m 静止出发，到 10 m 停止。

参数：更新 0.5 s，窗口 10 步；速度绝对值 ≤2 m/s，加速度绝对值 ≤1 m/s²。

代价：较前述MPC简化代价增加零速度目标。
前9步位置/速度权重1/0.5；
第10步改用5/2；输入0.05。

边界：无障碍一轴计算；避障通常需非凸约束或安全走廊。

6.4.2 局部规划与实时避障：局部算法比较

三种局部方法解决问题的方式不同

方法	核心输出	常见局限与处理
APF 人工势场	局部方向或运动引导	局部极小与停滞； 设置中间目标或脱困
DWA 动态窗口	短时可达的速度候选	窗口短、候选有限； 检查制动并持续重规划
MPC 模型预测	模型约束内的 控制输入序列	模型与求解敏感； 超时执行已验证的策略

全局路线提供绕行方向，局部方法持续处理眼前状态。

本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划
教材对应：第6.1.3.4节

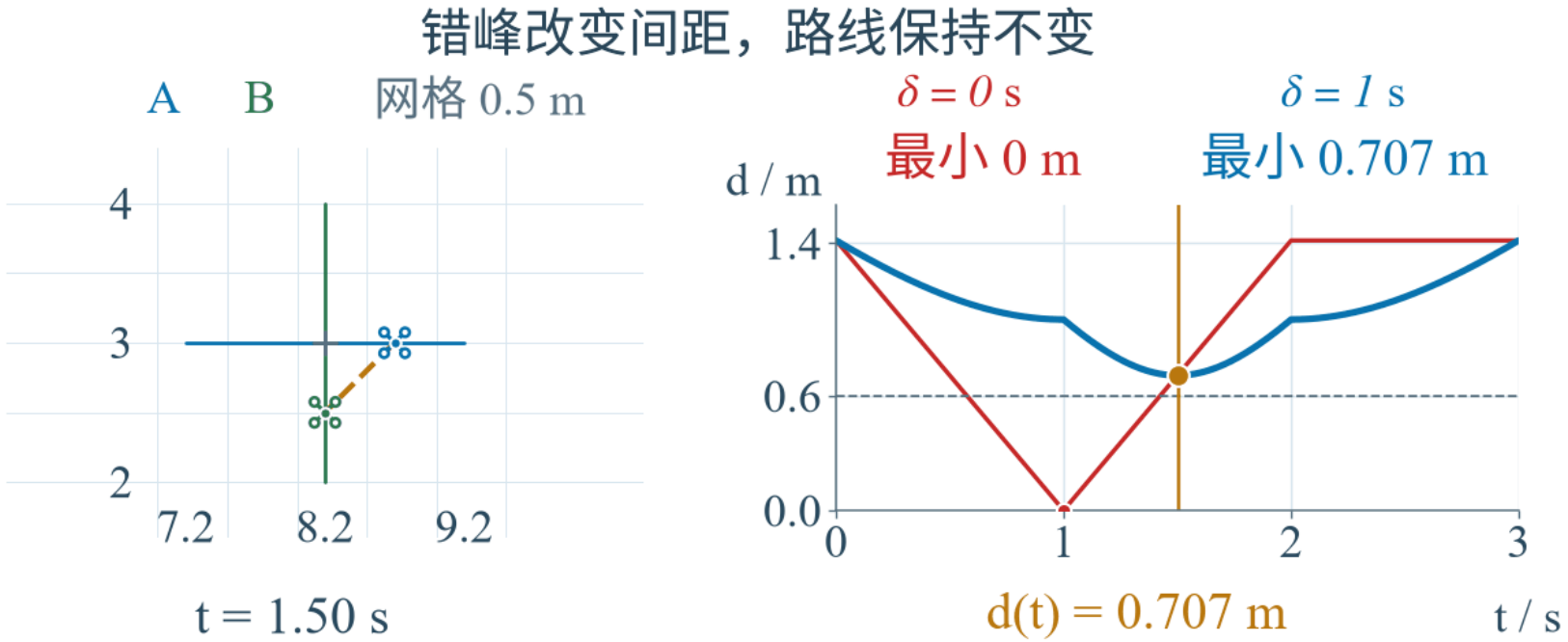
6.4.2 局部规划与实时避障
教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理
教材对应：第6.1.3.5节（流程第2–3步）

6.4.3 多机轨迹规划：时空冲突

两条单机可行路线可能同时占据交叉点



A：(7.2,3) → (9.2,3) m；B：(8.2,2) → (8.2,4) m；两机速度均为 1 m/s。

结论：灰虚线为基础间距 0.6 m；同时出发降到 0，B 延迟 1 s 最小 0.707 m。

6.4.3 多机轨迹规划：连续距离计算

错峰一步计算：最危险时刻在两次经过之间

沿用 1 m/s 匀速；t,δ 用 s，d 用 m；δ 是 B 的出发延迟。

$$d^2(t) = (t-1)^2 + (t-1-\delta)^2, \quad \delta \le t \le 2$$

$$t^* = 1 + \frac{\delta}{2}, \qquad d_{\min} = \frac{\delta}{\sqrt{2}}$$

B 延迟	最小间距	任务总时间
0 s	0 m：碰撞	2 s
1 s	0.707 m：大于基础间距 0.6 m	3 s
1.3 s	0.919 m：满足含余量的 0.9 m	3.3 s

表中间距已检查等待和停车；上式最小值仅针对同时运动段。

6.4.3 多机轨迹规划：鲁棒性与协调

时钟、定位与延迟会消耗间距余量

$$d_{\mathrm{req}} = d_{\mathrm{base}} + e_A + e_B + v_{\mathrm{rel,max}}\tau$$

$$d_{\mathrm{req}} = 0.6 + 0.05 + 0.05 + 2 \times 0.1 = 0.9\ \mathrm{m}$$

d_{req}：所需中心间距；d_{base}：基础安全间距 0.6 m。
e_A、e_B：每机定位误差界 0.05 m；$v_{\mathrm{rel,max}}$：相对速度界 2 m/s。
τ：两机共同时间基准的偏差界，取 0.1 s。

重新排程： B 延迟 1.3 s 得 0.919 m，满足 0.9 m 要求，但余量仅 0.019 m。

共享信息： 轨迹与时基、优先级、有效期、重规划触发和失联动作。

检查范围： 等待区、预测窗外和停车阶段；新障碍出现后重新检查。

6.4.3 多机轨迹规划：协调方法

多机方法既要找路，也要处理规模

方法	协调机制	取舍
采样方法	PRM / RRT 联合空间采样； 或先找单机路径，再协调	维度增长；后续仍需时间协调
优化方法	MPC / 最优控制： 联合优化轨迹与间距	约束清晰；非凸问题 对初值与算力敏感
集群启发式	粒子群、蚁群、遗传算法搜索候选	适合分配与搜索； 有限迭代无最优保证

10 架三维位置规划：30 个位置维度；成对距离约束共 $10(10-1)/2=45$ 对。

本章目录

轨迹规划算法与避障

第六章 外部控制与轨迹规划

6.1 外部控制基础与控制分层
6.2 外部控制原理与控制模式
6.3 轨迹规划建模与生成
6.4 轨迹规划算法与避障
6.5 轨迹跟踪原理与高机动控制
6.6 前沿技术与控制方法
6.7 平台框架与通信接口
6.8 外部控制例程与实验验证
6.9 习题与课堂讨论

本节 4 个教学单元

6.4.1 全局路径规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.2 局部规划与实时避障
教材对应：第6.1.3.4、6.3.1节

6.4.3 多机轨迹规划
教材对应：第6.1.3.4节

6.4.4 规划流程与后处理
教材对应：第6.1.3.5节（流程第2–3步）

6.4.4 规划流程与后处理：规划流程

完整流程把路线检查接到执行反馈

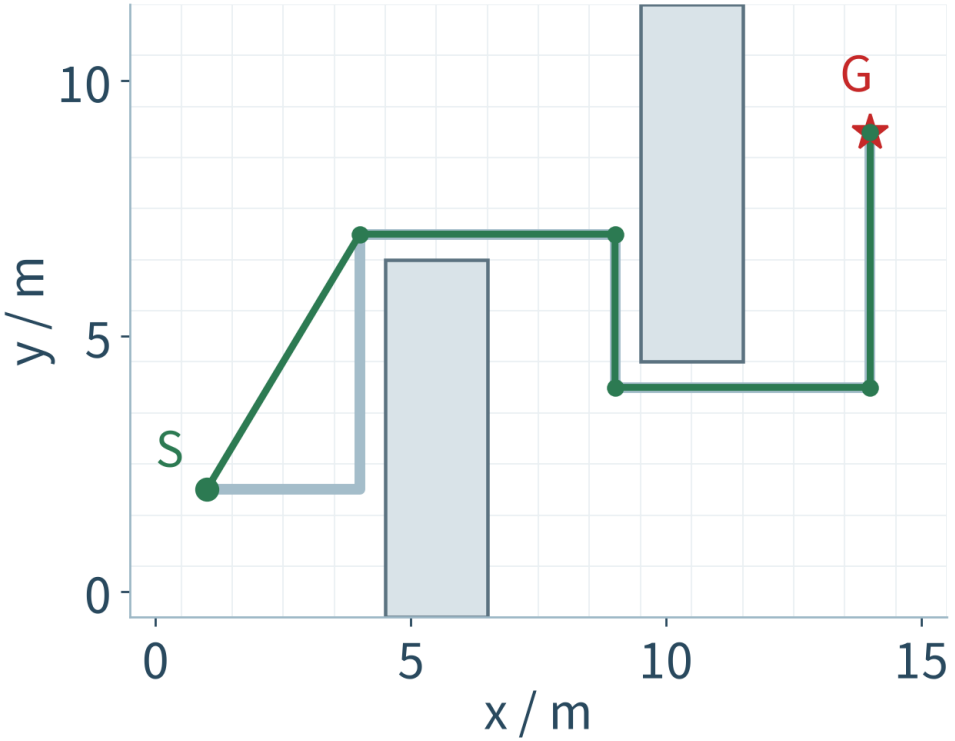


复查失败：返回关键点、平滑或时间化环节，修正后重新检查。

检查通过：交付位置、速度、加速度参考；轨迹跟踪和前馈补偿在课件6.5展开。

6.4.4 规划流程与后处理：关键点选取

路径简化：能直连时才删除中间点



图：原始路径与碰撞检查后的捷径

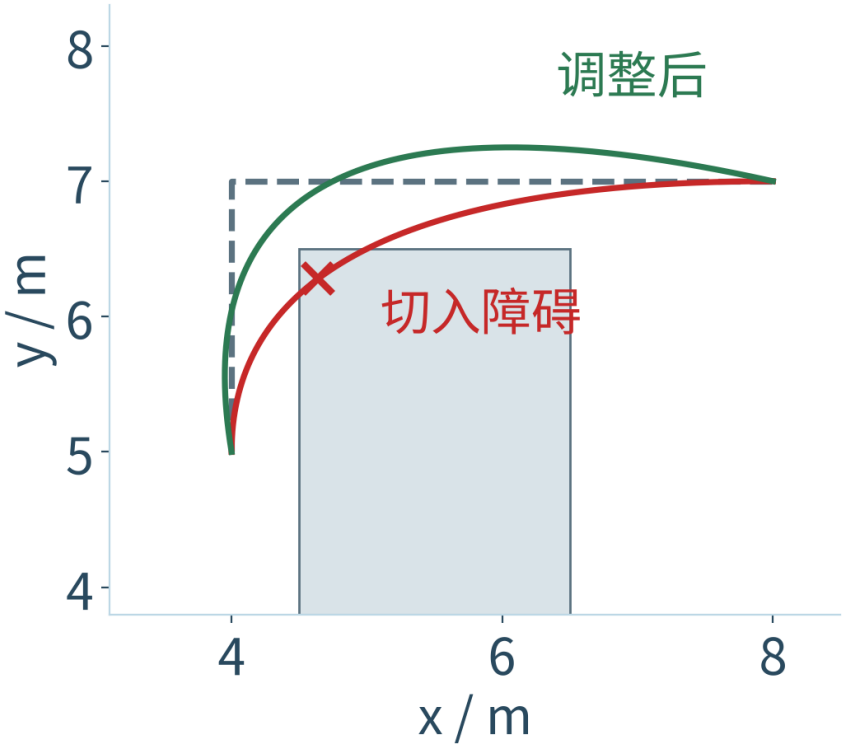
简化规则：从当前点寻找路径中最远的可见后继点；整条连接段必须可通行。

本次结果：27 点 → 6 点；26.000 m → 23.831 m。

仍需处理：保留安全间距，再平滑转角、时间化并复查运动约束。

6.4.4 规划流程与后处理：平滑后的反例

平滑曲线会切入原折线绕开的障碍



图：二次贝塞尔曲线的切角与修正

原折线：(4,5) → (4,7) → (8,7) m。
首末点为 $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_2$；$\mathbf{P}_1$ 为控制点。
参数 $s \in [0,1]$。

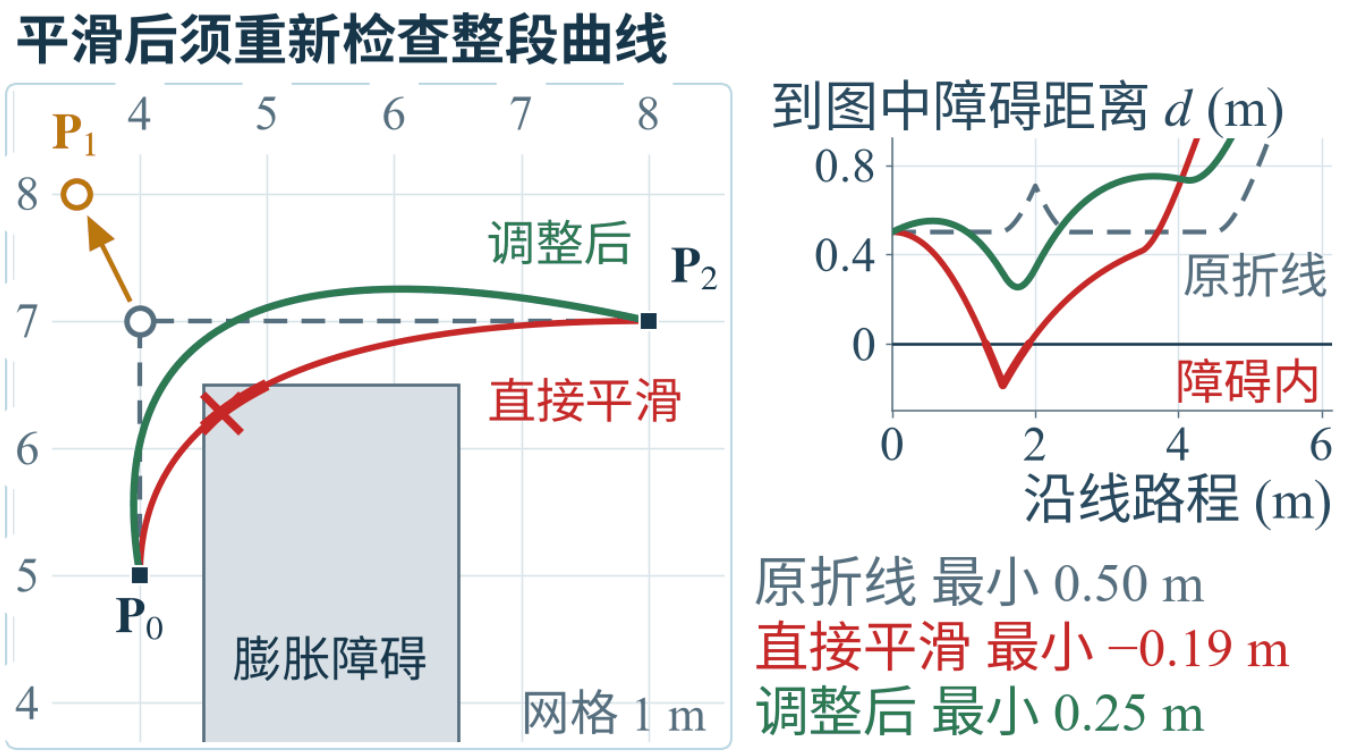
$$\mathbf{p}(s) = (1-s)^2\mathbf{P}_0 + 2(1-s)s\mathbf{P}_1 + s^2\mathbf{P}_2$$

红线：中间控制点 (4,7) m；s=0.4 时进入障碍。

绿线：控制点改为 (3.5,8) m；检查整段，而不只检查控制点。

6.4.4 规划流程与后处理：平滑后整段复查

只查控制点会误判，平滑后要重算整段距离



图：平滑后逐点检查整段距离（解析几何示意）

距离曲线：纵轴是到图中障碍的距离 d，$d<0$ 即进入障碍；灰色虚线为原折线。

只查控制点：三个控制点都在障碍外，曲线在 $0.35<s<0.50$ 时却位于障碍内，最深 0.19 m。

修正后复查：把控制点移到 (3.5,8) m 后重算整段，最小距离 0.25 m，整段通过。

6.4.4 规划流程与后处理：速度与加速度约束

直线时间律复习：3 m 路程的速度与加速度约束

$$p(t) = L(10s^3 - 15s^4 + 6s^5), \quad s = t/T, \quad L = 3\ \mathrm{m}$$

直线两端速度、加速度为零；p 为沿线位移，T 为完成时间（s）。

$$v_{\max} = 1.875L/T \le 2\ \mathrm{m/s}$$

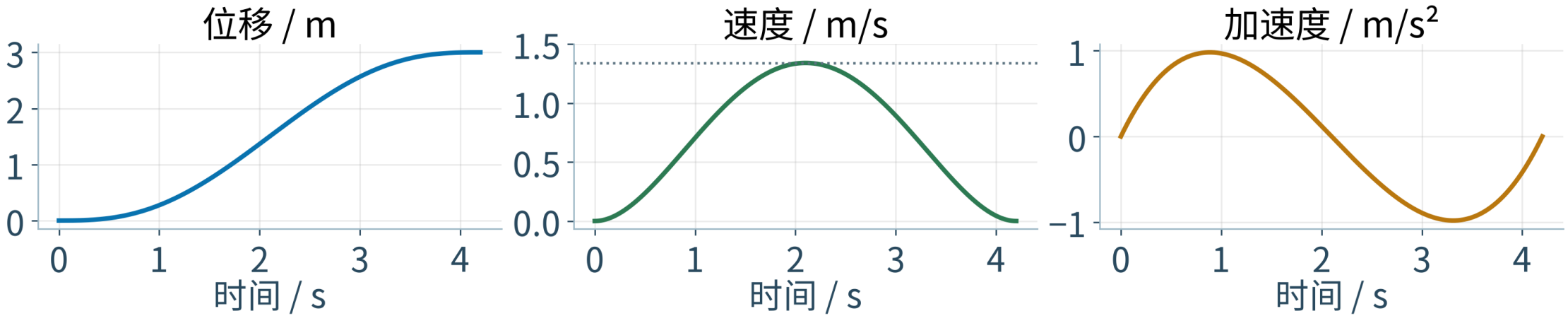
$$a_{\max} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\frac{L}{T^2} \le 1\ \mathrm{m/s^2}$$

系数来历：速度峰值在 $s = 1/2$，加速度峰值在 $s = 1/2 - \sqrt{3}/6$。
由速度得 $T \ge 2.813$ s；由加速度得 $T \ge 4.162$ s。
选择 $T = 4.2$ s，并保留与实际跟踪性能相匹配的额外余量。

曲线路径：　$\mathbf{p}(t) = \mathbf{r}(\sigma(t)), \quad \mathbf{v}(t) = \mathbf{r}'(\sigma(t))\dot{\sigma}(t)$

6.4.4 规划流程与后处理：完整时间轨迹

4.2 s 时间化结果满足所设理想约束



图：同一条直线的位移、速度与加速度

解析结果：峰值1.339 m/s、0.982 m/s²；两端速度、加速度为零。

曲线路径：曲率产生法向加速度；固定翼、小车还受最小转弯半径与非全向约束。

后处理：B样条或多项式；最小jerk（加加速度）或snap（四阶导数），仍须显式约束连续性。

撇号对路径参数 σ 求导：$\mathbf{a}(t) = \mathbf{r}''(\sigma(t))\dot{\sigma}(t)^2 + \mathbf{r}'(\sigma(t))\ddot{\sigma}(t)$

6.4.4 规划流程与后处理：最终验收

连续碰撞检查不能只看几个离散时刻

空间：检查整条线段或整段曲线，包含膨胀障碍、地图边界与动态障碍预测。

时间：动态障碍与多机轨迹使用同一时间基准；等待、停车阶段也检查。

运动：核对速度、加速度、曲率及需要的高阶导数；异常时执行可行停止或重规划。

取速度上界 2 m/s、间隔 0.2 s；额外采样裕量记为 m_{sample}。

$$m_{\text{sample}} \geq v_{\max}\frac{\Delta t}{2} = 2 \times 0.1 = 0.2\ \text{m}$$

静态障碍：样点到已膨胀障碍的距离须大于 0.2 m。
前提：已知全时域速度上界，且检查首尾样点。

学习资源

算法学习与材料阅读入口

离散搜索、配置空间与采样规划

https://lavalle.pl/planning/

RRT* 与 PRM* 的渐近最优性条件

https://arxiv.org/abs/1105.1186

MPC 的模型、预测窗口与反馈

https://www.do-mpc.com/en/latest/theory_mpc.html

避障例程说明：[安装目录]/RflySimAPIs/6.RflySimExtCtrl/1.BasicExps/e11_Avoidance_Segment/e5.1/Readme.pdf

课堂练习

练习：启发下界、势场一步与制动距离

问题	参考要点
八邻接，对角一步 $\sqrt{2}$ m；(0,0) → (3,1)，曼哈顿估计可采纳吗？	实际 $2+\sqrt{2}\approx 3.414$ m，曼哈顿 4 m 会高估；改用对角距离或欧氏 $\sqrt{10}\approx 3.162$ m。
APF 从 (4,8.5) m 出发，合成量多大？会限速吗？	吸引 (4,0.5)，排斥 $\approx(-3.144,-0.786)$；合成 $\approx$ (0.856,−0.286) m/s，模长 $0.90<1$，不限速。
速度 1 m/s，减速度 1 m/s²，最少预留多少制动路程？	匀减速停车：$d=\frac{v_0^2}{2a}=0.5$ m。 还需计入延迟、模型误差，并检查制动段碰撞。

课堂练习

练习：只改变出发时刻或完成时间会怎样

题一： 两机路线不变，间距要求改为 0.8 m。B 至少延迟多久？

参考： 同时运动段要求 $\delta/\sqrt{2} \geq 0.8$，得 $\delta \geq 1.131$ s。
取 1.2 s 时最小间距 0.849 m；等待与停车段间距不小于 1 m。

题二： 同一 3 m 直线，加速度上限降为 0.5 m/s²，速度上限仍为 2 m/s。T 至少取多少？

参考： 由加速度得 $T \geq 5.886$ s，由速度只需 2.813 s；取 5.886 s，速度峰值约 0.956 m/s。

课堂练习

练习：例程数据、动态障碍与平滑复查

问题	参考要点
用 SIM1.mat 求反馈到障碍中心 (12,0) m 的最小距离，再求相对 2 m 几何半径的净间隙。	min(hypot(x_feedback-12,y_feedback)) ≈ 4.493 m；净间隙 4.493 − 2 = 2.493 m，比 3 m 安全圆多 1.493 m。
障碍会移动时，APF、DWA、MPC 各需要补充什么信息？	都需要障碍未来位置的预测或保守包络：APF 用它算排斥；DWA 按弧上各时刻查碰撞；MPC 写成随时间变化的约束。
平滑变式：折线 (4,5)→(4,7.2)→(8,7.2) m，以 (4,7.2) 为控制点；障碍 x∈[4.5,6.5]、y≤6.5 m，能通过吗？	不能。$x=4+4s^2$，$y=5+4.4s-2.2s^2$；s 在 0.35 到 0.44 之间进入障碍，最深约 0.11 m。三个控制点都在障碍外，只查控制点会误判。

本节小结

路线找到之后，还要让轨迹可执行

全局： Dijkstra / A* 在图上搜索；RRT / PRM 用采样建立连接。
结论依赖建图规则与代价。

局部与多机： APF、DWA、MPC 根据状态更新运动；
多机还要协调时间、间距和异常动作。

后处理： 删点、平滑、时间化均可能改变可行性；检查整段曲线、全时域与运动限制。

易错点： 找到路线、得到光滑曲线、满足理想约束、实际准确执行，
是四项不同的验证。