



4.7 动态系统辨识、验证与模型修正



本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正**
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正

教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

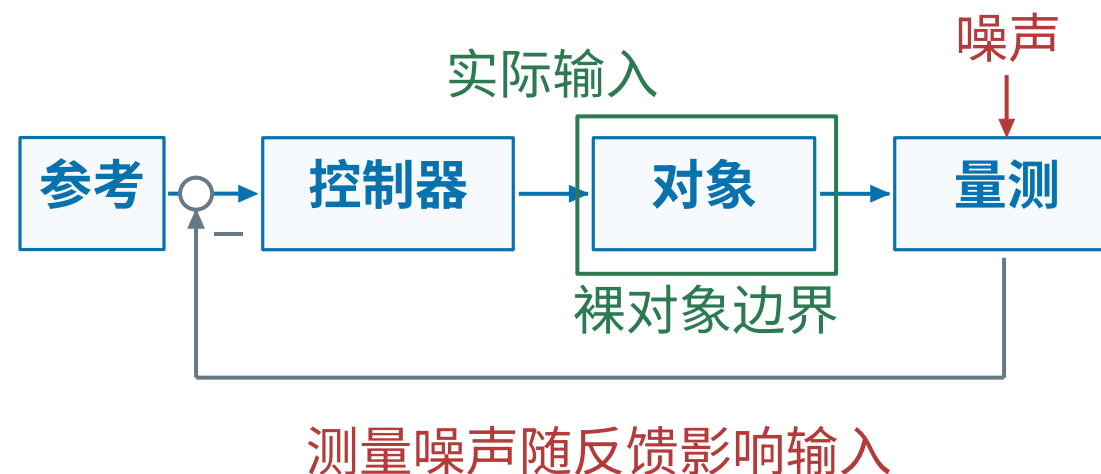


4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.1 辨识边界、激励与数据：开环对象与闭环信号边界

先圈输入输出：闭环记录包含哪些内部环节

- **动态辨识：**与课件4.4由模型算响应相反，从输入与响应记录反求模型及参数。
- **先圈边界：**参考、控制器输出、执行器指令和力矩不同；参考到测量含反馈，不是力矩到角速度。
- 反馈使输入可能与噪声相关；恢复裸对象需可信力矩或执行器标定，并声明滤波。本课不要求关闭稳定环。



图：换输入边界，就换了辨识对象

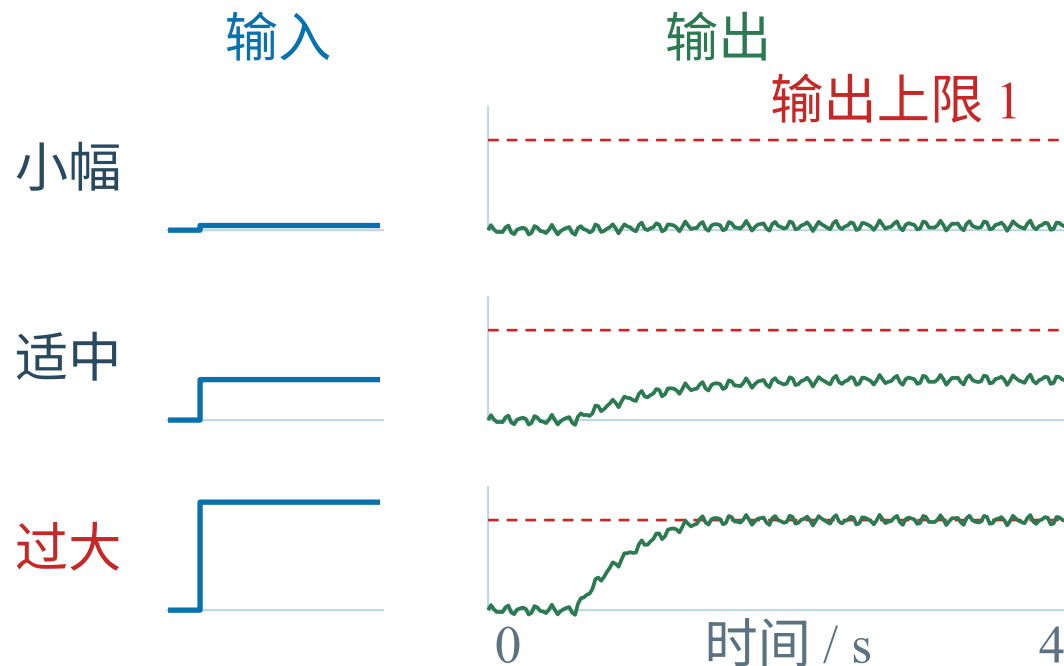
辨识结果属于所选输入输出之间的整条信号链。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.1 辨识边界、激励与数据：阶跃幅值要兼顾信息与工作区间

阶跃让稳态增益和主要时间尺度容易观察

- 阶跃前后稳态差提供增益，上升和趋稳提供时间尺度。幅度太小被噪声淹没，太大则可能跨工作区、进入饱和或非线性。
- 先选可解释的小幅输入，再改幅值、方向重复；整段留出新试验做验证。曲线够清楚和对象仍处于同一工况必须同时满足。



图：同一噪声与限幅下的归一化响应

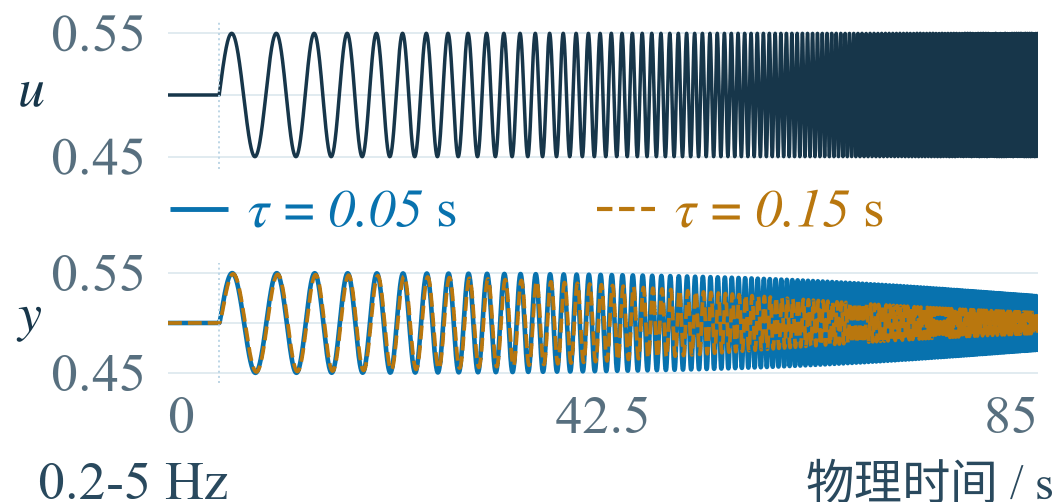
阶跃幅值要让动态看得清，也要让对象留在同一工作区。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：扫频的激励频带与响应特征

扫频使不同快慢的响应依次显露出来

- 扫频让正弦由慢到快变化，可观察低频跟随、高频衰减与相位滞后；所扫范围应覆盖模型真正要使用的动态。
- 每段须有足够周期和信噪比，扫得太快会混入暂态。采样很快只表示记录密，不保证高频执行器响应具有可辨识信息。

同稳态，异动态



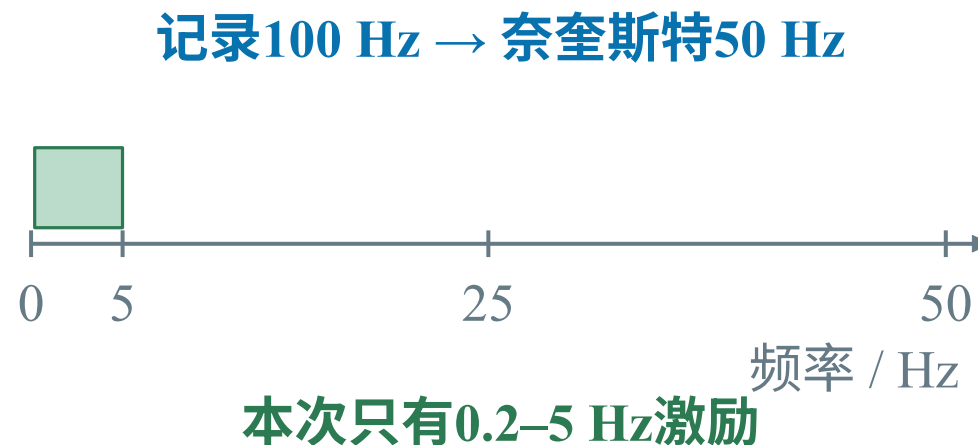
图：同一输入下，两种响应快慢逐渐显露

可信频带由激励和观测共同决定，不能由文件名决定。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.1 辨识边界、激励与数据：记录频率、激励频带与有效证据 采样下限只防混叠，不保证能准确辨识

- 采样100 Hz的奈奎斯特频率为50 Hz，但若输入只在0.2–5 Hz有能量，就不能说模型已验证到50 Hz。
- 理想信号须低于半采样率避免混叠，实际还需为噪声、滤波过渡带与每周周期样本数留余量。可信频段取决于激励和测量证据。



图：采样允许的范围大于本次激励范围

有效频带还受到激励、噪声、时长和测量链约束。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.1 辨识边界、激励与数据：时间错位如何制造假时延 时间对齐错误会伪装成执行器时延

- 多消息日志可能具有不同发送周期、起始时刻和时间戳单位；先统一时间基准，再在共同网格重采样并标出缺样区间。
- 实际指令可以按更新时刻作零阶保持，连续测量可按合适方式插值；长缺口不应靠跨越整段插值伪造动态响应。
- 若输入错移一个10 ms采样周期，10 Hz处就可能引入 36° 相位差；这个假延迟会污染时间常数与时延估计。

$$360^\circ \times 10 \text{ Hz} \times 0.01 \text{ s} = 36^\circ$$



图：用时间建立样本对应关系

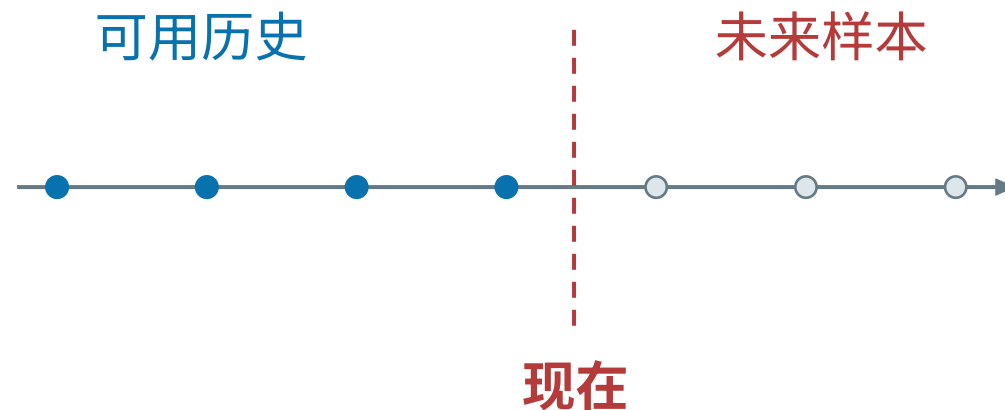
同一时刻的输入输出必须依赖时间戳配对。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.1 辨识边界、激励与数据：滤波与重采样的物理影响

滤波与未来数据，会改变模型实际知道什么

- 降采样前先抗混叠，不能只隔点取样。
输出低通会衰减高频并可能增加滞后；
不说明测量链，就可能把滤波器拟合进对象。
- 离线零相位滤波可使用未来样本；实时模型只能用当前与过去量。时间戳、输入更新、状态推进和输出采样须说明，
训练贴合不等于可实时复现。



零相位离线滤波可能读取未来

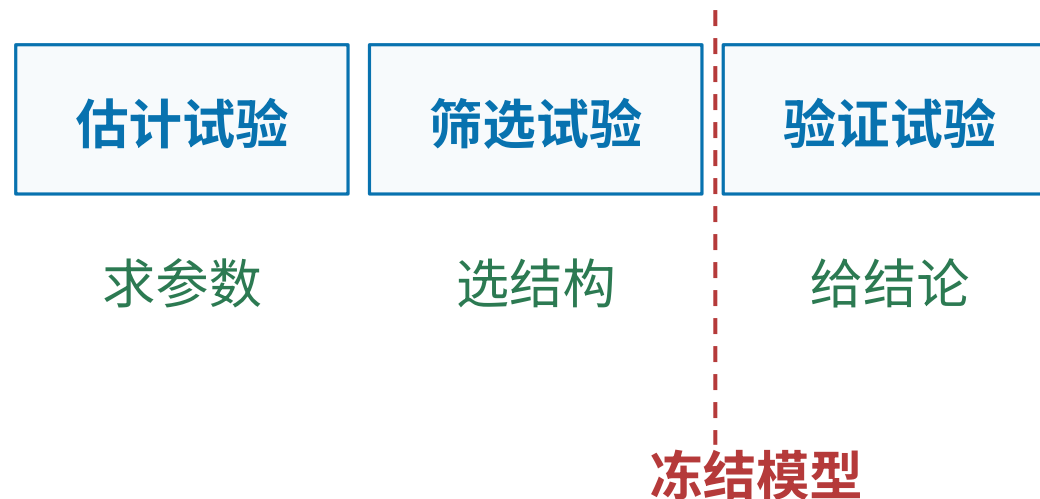
图：实时计算不能读取右侧未来样本

预处理必须保留原始数据并解释其频率和相位影响。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.1 辨识边界、激励与数据：估计、选型与最终验证数据分工 按完整试验分组，冻结后再检验新数据

- 估计集求参数，筛选集选结构，最后冻结模型，用未参与决策的验证集给结论。打散相邻样本会让两组共享近似动态。
- 新试验需登记对象、幅值、频带、载荷和环境；先验证域内精度，再单列更大幅值或新载荷的外推。文件不同不自动代表试验独立。



图：参数冻结位于最终验证之前

最终验证数据要保持未参与参数和结构选择。



4.7 动态系统辨识、验证与模型修正



本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正**
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正

教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）



4.7.2 一阶动态模型辨识：先区分增益、惯性和时延

静态、一阶与时延分别解释哪种现象

- 静态映射只说明输入最终对应多少输出，无法解释响应慢；一阶环节增加一个主要记忆尺度，描述逐渐接近目标的过程。
- 纯时延表示输入影响要晚一段时间才开始出现；它与一阶渐近上升不同，数据中二者可能同时存在。
- 先比较这些低阶候选的响应和误差，再考虑更复杂结构；增加阶次不能补救错误的信号边界或无信息的输入。



图：不同环节对应不同响应特征

先用现象选择最简单的合理结构，再求它的参数。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.2 一阶动态模型辨识：阶跃法的终值与特征时刻 由一个阶跃估计增益和时间常数

- 教学执行器的输入从0变为0.2，输出从0趋近200 rad/s，因此增益为1000 rad/s每单位输入；本对象是明确设定的线性模型。
- 阶跃时刻记为 t_0 ，此后0.05 s输出达到126.424 rad/s，即稳态增量的63.2%，因此在无时延一阶假设下估计 $\tau=0.05$ s。
- 若输出原来不为零，先减去起始稳态再求比例；若存在时延，时间常数从响应开始时刻计算，不能从指令变化时刻直接读。

$$K = \frac{200 - 0}{0.2 - 0} = 1000, \quad y(t_0 + \tau) = 126.424 \text{ rad/s}$$

前后稳态差给增益，63.2%增量时刻给一阶时间常数。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.2 一阶动态模型辨识：相邻样本形成最小二乘问题

不用数值求导，也可以从采样数据估计一阶模型

- 均匀采样且输入零阶保持时， $y_{k+1} = ay_k + bu_k$ 。每对相邻样本组成一行 $[y_k, u_k]$ ，目标为下一输出，多个变化阶段一起求 a, b 。
- 时刻错一拍就改了辨识对象。测量噪声较大时，回归量中的旧输出也有噪声，普通最小二乘不自动无偏；本教学先用无噪声估计集核对索引。

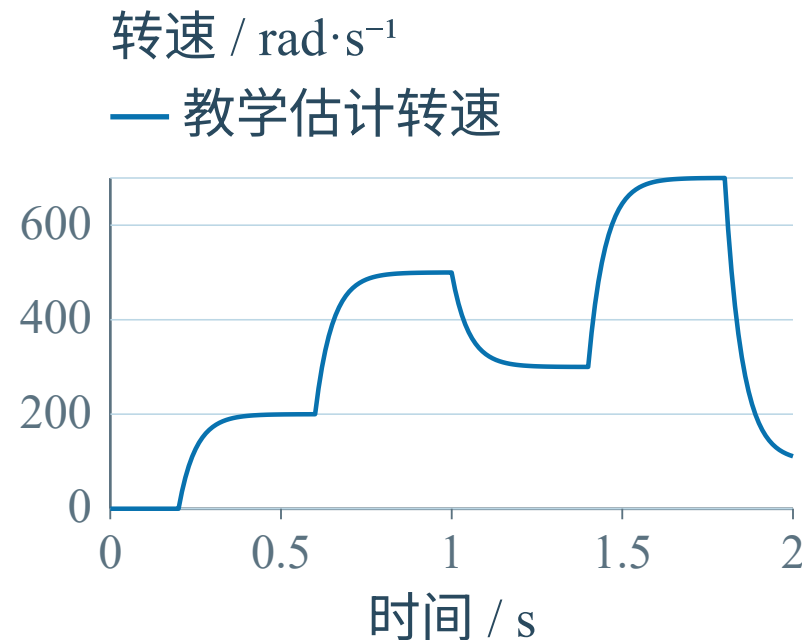
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & u_0 \\ y_1 & u_1 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \mathbf{e}$$

直接拟合相邻状态关系，可以避免显式求导放大噪声。

4.7.2 一阶动态模型辨识：已知一阶对象检验计算链

完整教学数据怎样恢复已知的一阶参数

- 估计集以 $T_s = 0.01\text{ s}$ 采样，输入依次保持0、0.2、0.5、0.3、0.7、0.1；教学增益 $K = 1000\text{ rad/s}$ 、 $\tau = 0.05\text{ s}$ ，输出由精确离散模型生成。
- 对相邻样本做最小二乘，得到 $a \approx 0.81873075$ 、 $b \approx 181.26925$ ；这与数据生成关系一致，说明索引和求解链正确。
- 两份CSV分别保存估计序列和不同输入的验证序列，字段统一为时间、归一化输入和转速；它们明确属于教学合成数据。



图：用于估计的一阶教学输出

可控的教学对象先验证计算链，再用于理解真实数据。

4.7.2 一阶动态模型辨识：完整案例·数据到参数

从教学CSV直接估计两个离散系数

- **样本索引：**在03_Identification读取teaching_estimation.csv，用同一时刻 y_k, u_k 解释 y_{k+1} ； u 为归一化指令， y 为rad/s转速。应得 $a \approx 0.81873075$ 、 $b \approx 181.26925$ 。

```
E = readtable('teaching_estimation.csv');  
Ts = median(diff(E.time_s));  
u = E.normalized_input; y = E.omega_rad_s;  
Phi = [y(1:end-1), u(1:end-1)];  
ab = Phi \ y(2:end);  
a = ab(1); b = ab(2);
```

动态回归的关键是用当前状态和输入解释下一状态。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.2 一阶动态模型辨识：离散参数恢复为物理参数

离散系数怎样转换回物理增益和时间常数

- 对稳定一阶ZOH模型， $a = e^{-T_s/\tau}$ ，所以 $\tau = -T_s/\ln a$ ；又因 $b = K(1 - a)$ ，得到 $K = b/(1 - a)$ 。
- 代入估计的 a 、 b 和 $T_s=0.01$ s，恢复 $\tau=0.05$ s、 $K=1000$ ；若漏掉采样周期，时间常数的数量级就会错误。
- 稳定无时延一阶对象在 $T_s > 0, \tau > 0$ 时满足 $0 < a < 1$ ；超出此范围，应先查时延、对齐、噪声和模型结构。

$$\tau = -\frac{T_s}{\ln a} = 0.05 \text{ s}, \quad K = \frac{b}{1 - a} = 1000$$

只有离散结构和保持条件匹配时，系数才有对应的物理解释。

4.7.2 一阶动态模型辨识：完整案例·模型到独立输入验证

冻结参数后，用另一段输入作自由仿真

- **独立自由仿真：**固定 a 、 b ，用另一阶梯输入递推；初始教学转速取0，此后不再代入测量值、不重新调参。结果与含2 rad/s标准差噪声的教学测量比较，见“独立输入下的验证曲线”页。

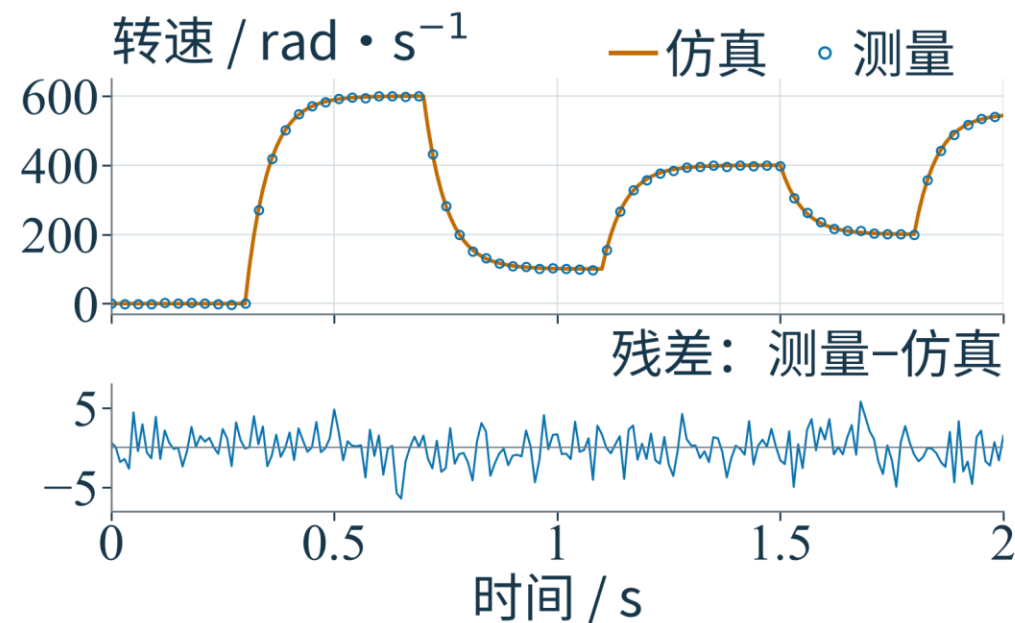
```
V = readtable('teaching_validation.csv');  
uv = V.normalized_input;  
ys = zeros(height(V),1);  
for k = 1:height(V)-1  
    ys(k+1) = a*ys(k) + b*uv(k);  
end
```

独立验证固定模型，只让新输入检验它的预测能力。

4.7.2 一阶动态模型辨识：独立输入下的验证曲线

估计出来以后，立即换一条输入序列检查

- 冻结参数，输入换为0、0.6、0.1、0.4、0.2、0.55；模型只用新输入与初态，不逐点借用测量纠正状态。
- 验证测量加标准差2 rad/s的独立高斯噪声，种子固定以便重算；下方残差无重复结构。
- **结论：**RMSE为2.148 rad/s，与所加噪声水平相当，说明教学计算链正确。



图：新输入下的教学测量、自由仿真与残差

新输入上的预测能够发现只适配旧序列的参数与结构。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.2 一阶动态模型辨识：安装版的两条计算路线

运行入门脚本并核对真实与教学结果

- **目录：** [安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e6_ModelingLearningLab/03_Identification/, 先读Readme.pdf; MATLAB当前目录设到此处, 运行下方两行。
- **数据与排查：** 动态读本目录两份教学CSV; 静态读 e11_PowerSysIdModel/2.StaticThrIntID/Static_data.mat, 缺少时 static_available为false, 只跳过静态; 找不到根目录时设环境变量RFLYSIM_APIS。

```
metrics = identification_beginner;  
metrics.static_available
```

- **正常结果：** $a \approx 0.81873$ 、 $b \approx 181.27$ ($\tau = 0.05$ s、 $K = 1000$) , 验证RMSE ≈ 2.148 rad/s、拟合率FIT $\approx 98.917\%$ (100%为完全重合) ; 图、CSV与JSON写入outputs。

同一计算脚本可以复现算法, 但应保留不同数据的证据边界。

4.7.2 一阶动态模型辨识：教材工具与数据边界

同一输入输出数据可走哪些辨识工具路线

- 共同输入：保存时间戳、采样周期、输入指令与测量输出，分开估计段和独立验证段；先核对量纲、同步与激励频带。
- MATLAB System Identification Toolbox：导入时域或频域输入输出数据，可估计传递函数、状态空间等模型，并用独立数据比较输出/残差；需相应安装与许可。
- CIFER：教材列出的外部频响辨识工具，用于扫频与耦合通道分析；使用前另核软件版本、许可和数据格式。
- 平台入口：[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/2.AdvExps/e13_CopIdModel，先读Readme.pdf和1.IdAppUsage；2.HILFreqId需飞控、日志及硬件在环（HITL）条件。输出以该版例程实际记录为准。

工具输出是候选模型；独立验证和许可条件必须另核。



4.7 动态系统辨识、验证与模型修正



本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正**
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正

教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）



4.7.3 频响估计与分级动力模型：静态目标与动态追随的分工

静态映射给目标值，动态环节决定追随速度

- 先用稳态数据得到指令到目标转速，再用动态记录拟合目标转速到实际转速的滞后，可避免时间常数掩盖稳态增益错误。
- 静态与动态记录须来自对应的电机、桨、电调和供电条件；FX450静态台架记录与e11中5.DynThrID的FX310来流动拉力数据属于不同对象，各自使用。
- 交付一个低阶模型、参数表、输入输出边界和新数据检验；静态映射给目标，动态环节解释追随目标的过程。



图：静态映射与动态滞后分层

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·处理链与对象边界

历史台架动态辨识怎样从日志走到候选模型

- **分层输入：**先用同配置静态模型把PWM换成目标转速或目标推力；目标与实际测量之间的差别再交给动态环节解释，避免重复辨识稳态增益。
- **预处理：**手册中的10 kHz扫频记录先低通、再降采样；输入输出同网格，裁去首尾暂态并保存处理规则。
- **估计与筛选：**先估计频响（方法见本单元“输入输出谱形成频响估计”页），再试低阶传递函数，比较同一频带的幅相与时域响应；冻结后换独立记录验证。
- **案例来源：**曲线与百分比取自《多旋翼无人机模型开发手册》的台架试验；同一数据与流程见e11_PowerSysIdModel/3.StaticThrPartID/Readme.pdf。

真实动态辨识要同时保留对象边界、处理过程和模型筛选依据。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实MAT里的两种时间网格

真实扫频MAT同时保存了原始和处理后变量

- **数据位置：** MAT为MATLAB数据文件，本例为
[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/2.AdvExps/
e11_PowerSysIdModel/3.StaticThrPartID/No2_0.2to1.mat
- **两种网格：** 原始记录364800条，TIMEms相邻约0.1 ms（10 kHz），跨度约36.48 s；
处理后变量7097条，t1相邻约5 ms（200 Hz）。
- **配对规则：** 原始PWM数组与处理后的F1行号相同不代表时刻相同，先按时间对齐再配对；对象配置、滤波与截段规则见该例程Readme.pdf。

先识别各变量的时间网格，再决定哪些输入输出可以配对。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：历史处理代码的读法

滤波和重采样是在改变数据的有效频带

- **处理条件：**片段假设原始输入输出已对齐；fs0、fc、fs1依次是原采样率、截止频率、目标采样率，单位均为Hz。两路同样处理后还需裁首尾暂态；此参数组只适用于本环节。

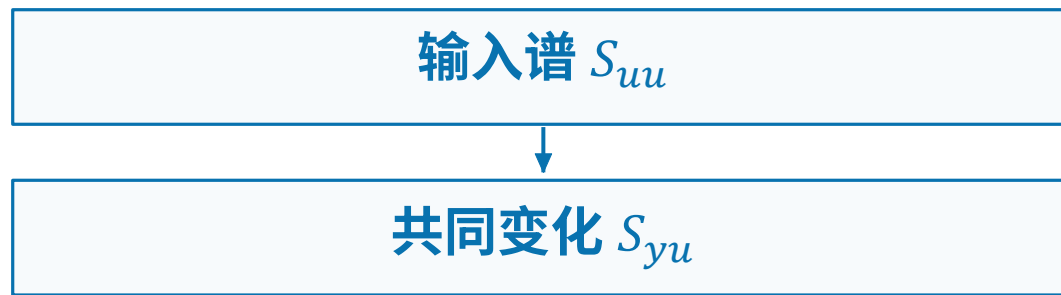
```
fs0 = 10000; fc = 5; fs1 = 100;  
uf = lowpass(u_raw,fc,fs0);  
yf = lowpass(y_raw,fc,fs0);  
u = resample(uf,fs1,fs0);  
y = resample(yf,fs1,fs0);  
Ts = 1/fs1;
```

滤波、采样和截段共同定义模型能够解释的动态范围。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：输入输出谱形成频响估计

频域方法直接比较每个频率的幅值和相位

- 令 U, Y 为指定频率的输入、输出傅里叶量， $*$ 为复共轭， E 为统计平均。互谱 $S_{yu} = E[YU^*]$ ，输入自谱 $S_{uu} = E[|U|^2]$ 。
- 对多段数据平均后求H1（输出输入互谱除以输入自谱）频响。它要求该频率有激励、输入可信，输出噪声与输入不相关；输入噪声或闭环相关明显时，不能当成裸对象频响。



共同变化 ÷ 输入能量

图：逐频比较输入与共同变化

$$\hat{G}_{H1}(j\Omega) = \frac{S_{yu}(\Omega)}{S_{uu}(\Omega)}$$

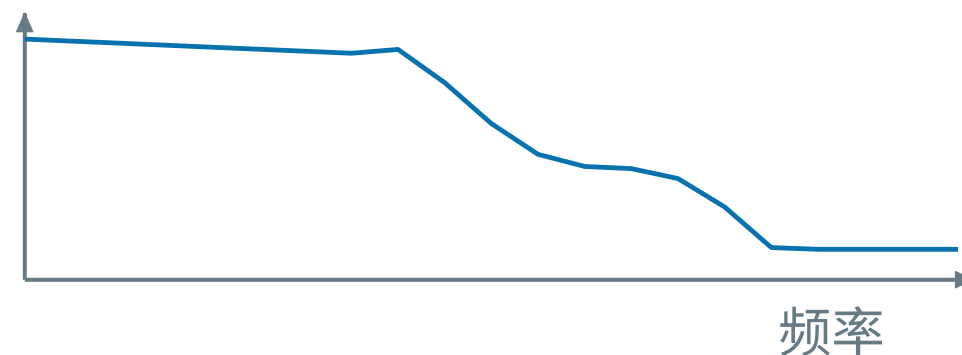
频域估计先形成响应证据，再选择能够解释它的参数模型。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：相干函数说明何种证据

相干性帮助判断数据是否足以支持频率响应

- S_{yy} 为输出自谱，相干性 γ^2 介于0和1。
低值可能来自噪声、非线性、暂态或激励不足；高值也不证明物理参数或边界正确。
- 把频响、相干性、输入谱及重复试验一起看。示意图只在前段有较强激励与共同变化，弱激励区不宜靠提高阶次硬拟合。

相干性（教学示意）



图：相干性教学示意

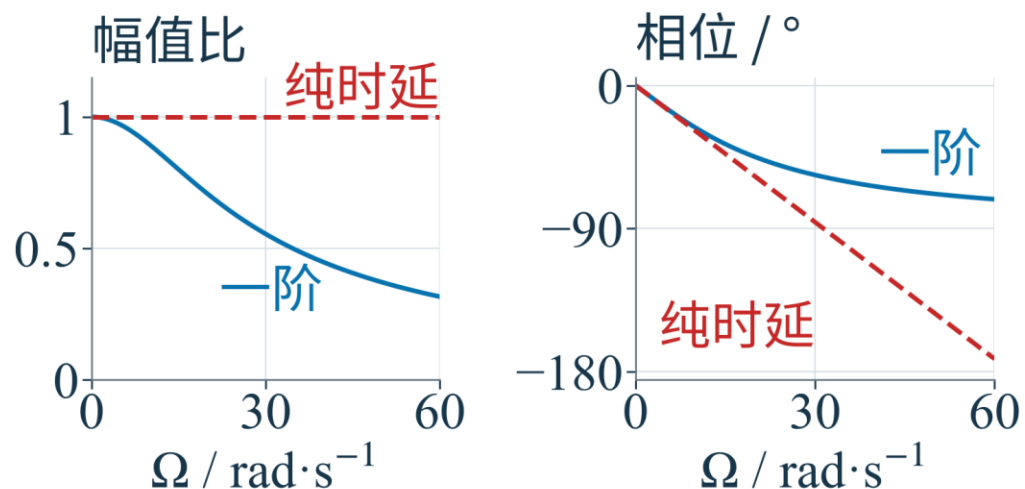
$$\gamma^2(\Omega) = \frac{|S_{yu}(\Omega)|^2}{S_{uu}(\Omega)S_{yy}(\Omega)}$$

高相干提示共同变化明显，低相干提示该频段需要进一步解释。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：纯时延与惯性环节的相位差别

纯时延与时间常数在频域中留下不同痕迹

- 纯时延 L 幅值不变，相位为 $-\Omega L$ ；一阶环节同时衰减幅值并改变相位。串联时先由幅值估时间尺度，再查额外相位。
- 取 $\tau=L=0.05$ s：60 rad/s处时延相位约 -172° 、一阶约 -72° 。对齐错误也会产生类似相位斜率，核对时刻后才归为时延。



图：一阶（蓝）与纯时延（红）的幅相

$$G(s) = K e^{-Ls} / (\tau s + 1),$$

$$\varphi(\Omega) = -\arctan(\Omega\tau) - \Omega L$$

时延主要增加相位滞后，一阶动态还改变幅值。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·电机动态读图

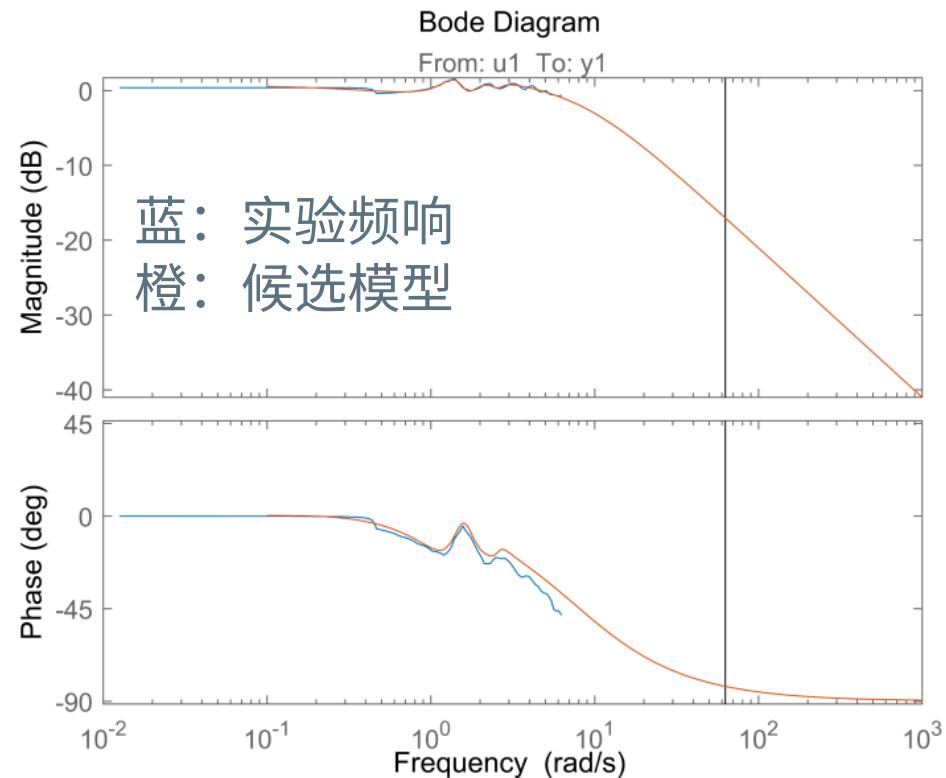
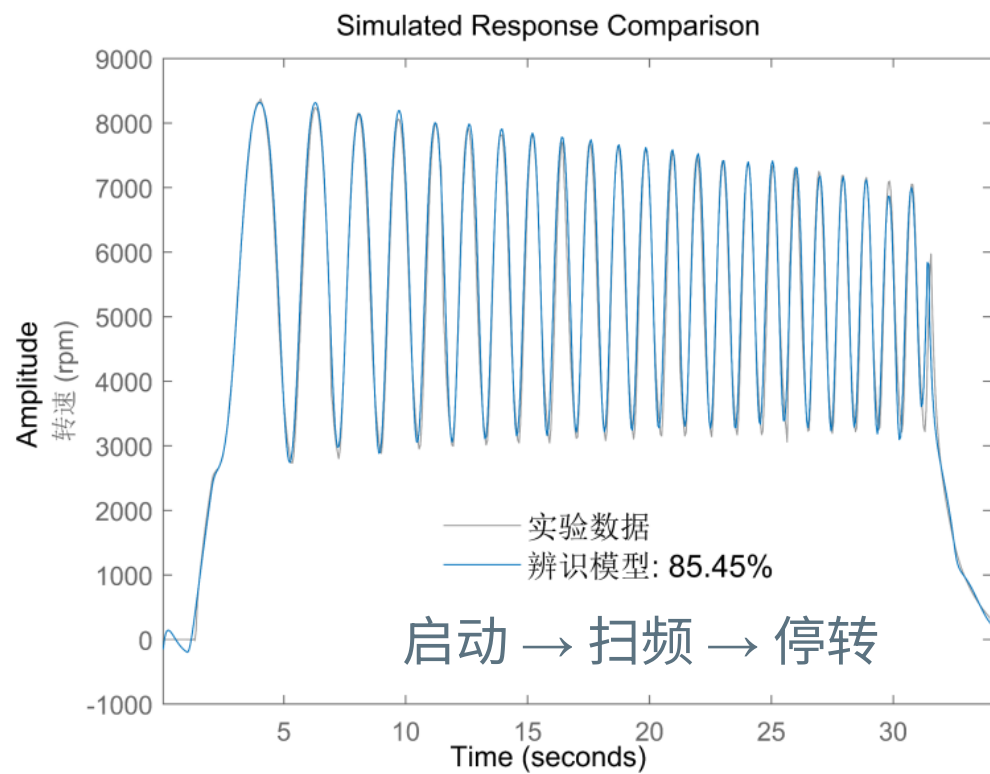
转速模型要同时解释时域追随与频域滞后

- **电机对照图左侧：**灰线为试验转速，蓝线为候选输出，拟合率85.45%；启动、连续扫频和停转三段都要对上。
- **对照图右侧：**横轴rad/s，蓝线为实验频响，橙线为候选模型；上图读幅值衰减，下图读相位滞后（前置：课件4.4的幅频与相频）。
- **来源边界：**另一张历史资料中的二阶公式对应82.24%文字结果，不能与本图85.45%拼成同一个模型。候选参数、数据区间与图必须成套保存。
- **拟合率：**
$$\text{FIT} = 100 \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \right) \%$$
，100%为完全重合，可为负；分母含义见4.7.5。

时域相近与频域相近必须对应同一候选模型和同一处理版本。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·电机动态读图

电机动态候选：把时域过程与幅相对应起来



图：同一电机候选模型的时域、幅频和相频对照

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·螺旋桨动态读图

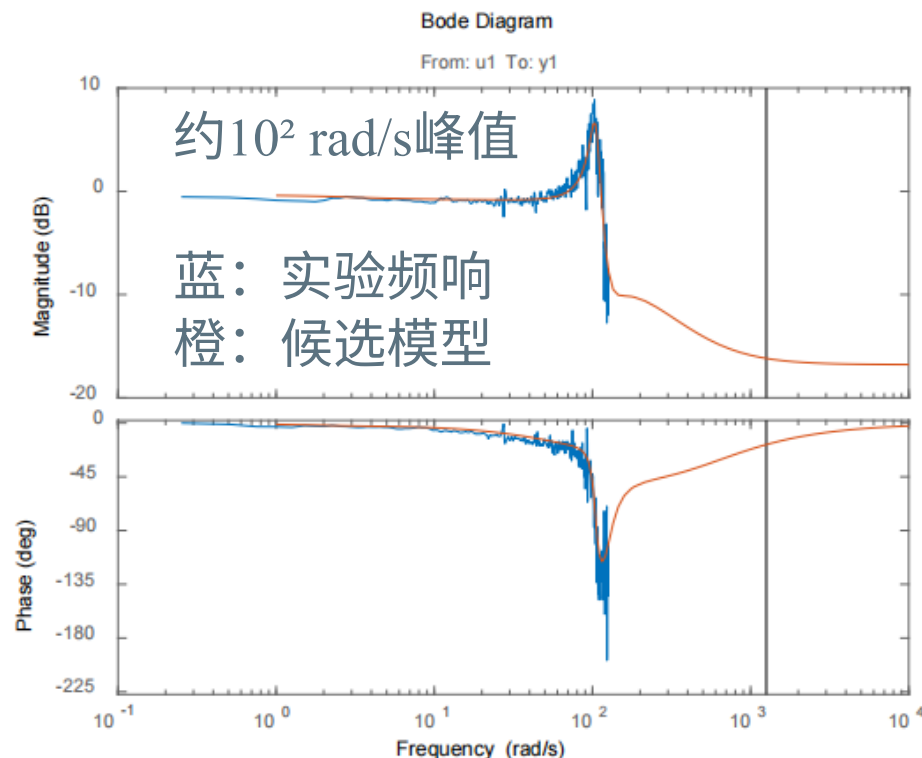
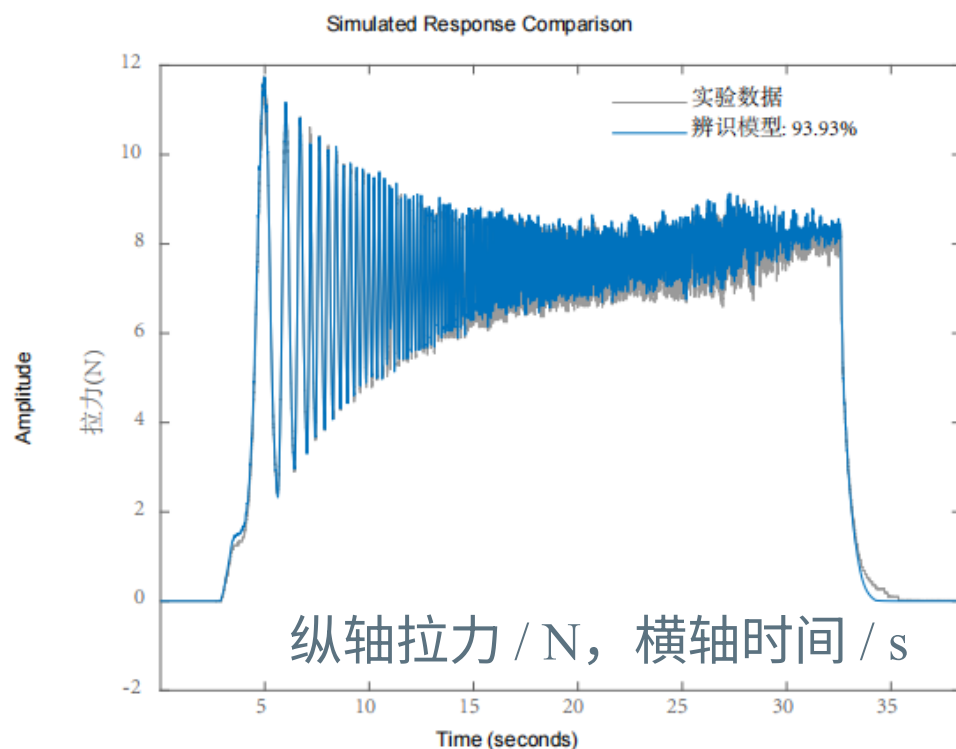
推力动态可以另建一层，但要防止重复计算

- **输入边界：**这一层以实际转速代入静态曲线得到的目标推力为输入，以测得推力为输出。电机转速滞后已在前层，不能在这里重复套一遍。
- **推力对照图：**左图候选拟合率为93.93%，右图在约 10^2 rad/s附近出现明显幅相特征；只按低频稳态增益选模型会漏掉这些动态。
- **候选区别：**e11例程Readme另述六阶94.59%并降为四阶，属于另一处理版本；本图用来识别模型需要解释的现象。

分级辨识通过清楚的输入输出边界，避免重复加入同一动态。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·螺旋桨动态读图

推力动态候选：追随过程与频率峰值都要解释



图：螺旋桨推力候选对照；时域贴合仍需解释频率峰值

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·相关性不等于正向动力学

反扭矩动态拟合失败时，先回到测量链

- **原流程：**手册尝试从静态反扭矩目标预测实测反扭矩，但拟合效果不理想；后续改用反扭矩预测转速得到68.13%的历史拟合率。
- **对象变化：**反过来拟合已改变输入输出边界。图上相关性较高，不能据此把反扭矩到转速模型求逆，再当作转速到反扭矩的可部署正向动力学。
- **诊断顺序：**先检查扭矩传感器零点、量程、噪声与时间同步，再看静态映射和动态激励范围；额外极点只能解释有证据的响应机制。
- **修正原则：**若当前数据不足以稳定辨识该层，保留有依据的静态关系并声明动态缺口，比把高阶黑箱强行接入整机更便于后续验证。

反向拟合能提示数据关系，却不能自动建立可因果实现的正向模型。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.3 频响估计与分级动力模型：拓展·多输入多输出辨识

两路输入为何要看四条响应通道

- 最小例：悬停小扰动，取 $u = [\delta\tau_x, \delta\tau_y]^T$ ，测 $y = [p, q]^T$ （机体系角速度）；在局部线性、不饱和范围内忽略其他通道。
- 试验：一次只激励一轴，同步记录 p 、 q 并重复；另一轴响应若随激励重复变化、超过噪声背景，提示耦合，仍须排除共同扰动。
- 模型： $Y(j\Omega) = G(j\Omega)U(j\Omega)$ ， $G \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ ，四个元素对应两输入到两输出；若用状态空间，则 $B \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ ， $C \in \mathbb{R}^{2 \times n}$ 。
- 选择：频响矩阵便于看频带与耦合；传递函数便于逐通道解释；共享状态的状态空间便于闭环分析。单通道H1频响是其特例，多输入多输出（MIMO）还需检查激励矩阵秩和相关噪声。

不测交叉响应，就无法判断两轴是否真的可独立辨识。



4.7 动态系统辨识、验证与模型修正



本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正**
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正

教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

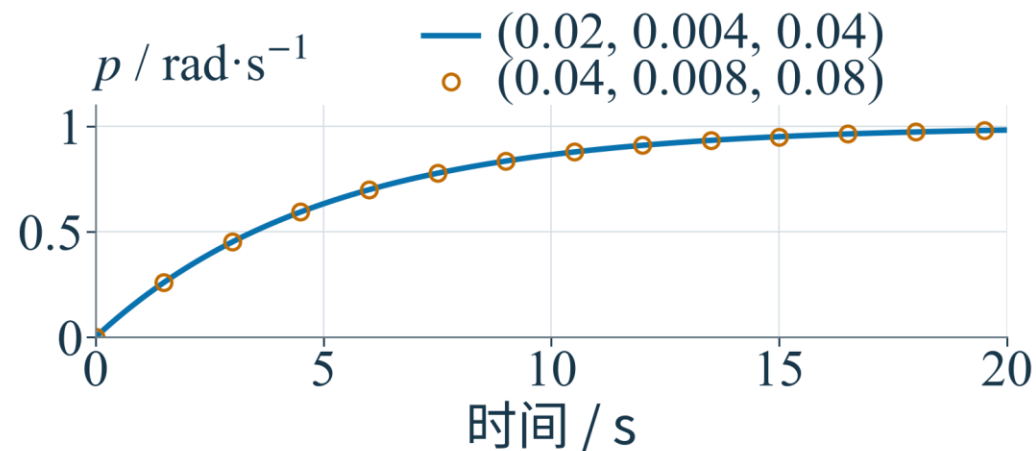


4.7.4 结构筛选与参数回填：为什么有些物理参数不能分别估计

一条滚转曲线为什么不能总把三个参数分开

- 滚转模型 $J\dot{p} + dp = K_M u$ 中， u 无量纲；
 J 为 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 、 d 为 $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$ 、 K_M 为 $\text{N}\cdot\text{m}$ 。

- 两组 (J, d, K_M) 的两个比值
 $K_M/J = 2$ 、 $d/J = 0.2$ 相同，
输入输出也相同；独立测得 J 后，
才能分别恢复另两项。



图：两组 (J, d, K_M) 在同一阶跃下 $p(t)$ 重合

$$\dot{p} = (K_M/J)u - (d/J)p = 2u - 0.2p$$

输入输出可能只决定参数比值，额外测量才能消除歧义。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.4 结构筛选与参数回填：参数同比缩放

惯量与驱动、阻力矩同比变化，转动仍可相同

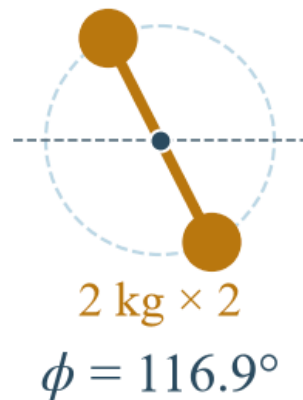
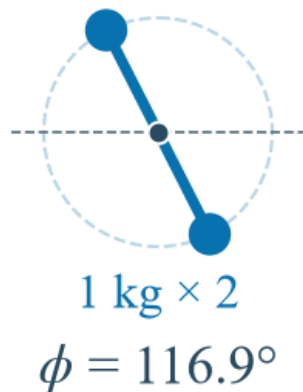
全程结果

$t = 1.500 \text{ s}$

$u = 1$; 同转角、同转速

A $J = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

B $J = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$



驱动力矩 / $\text{N} \cdot \text{m}$

阻力矩 / $\text{N} \cdot \text{m}$

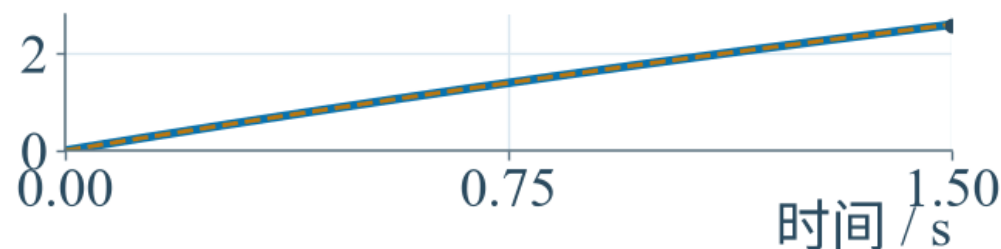
A 0.040

0.010

B 0.080

0.021

$p / (\text{rad/s})$



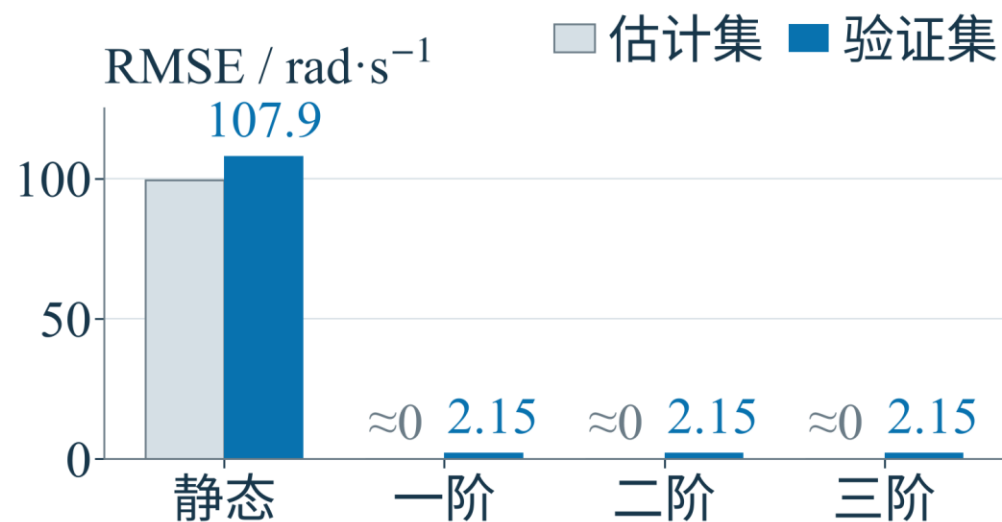
图：固定半径的双质量转子；惯量、驱动力矩和阻力矩同时翻倍

输入输出可能只决定参数比值，额外测量才能消除歧义。

4.7.4 结构筛选与参数回填：先选择合理结构再增加阶次

阶次增加后，用独立数据判断是否值得

- 先在相同数据口径比较误差，再核对物理单位、符号、因果性与范围。更高阶更灵活，也更易外推失效；简单模型够用不盲目加阶。
- **阶次选择：**静态模型验证误差约108 rad/s，一阶降到2.15；二、三阶新增系数近0、误差不再下降，取一阶。逐层验收见“部件到整机的逐层验收”页。



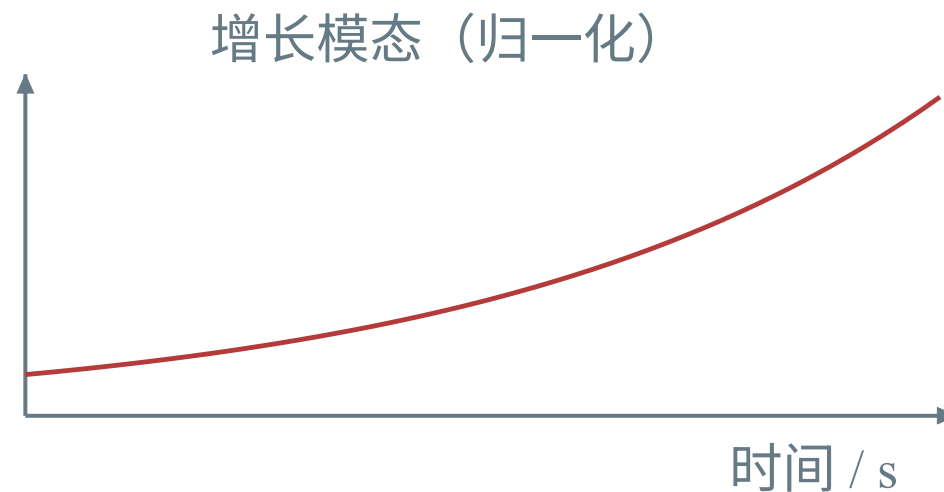
图：同一教学CSV上各阶候选的自由仿真误差（教学算例）

误差较小是必要证据之一，物理结构决定模型能否使用。

4.7.4 结构筛选与参数回填：拟合率高仍可能得到不稳定电机

82.24%的历史拟合率为何仍需检查极点

- 手册二阶电机候选拟合率82.24%，分母为 $s^2 + 8.014s - 9.268$ 。它有正实根1.0253，对应随时间增长的模式。
- 稳定电机在固定输入下应趋于有限稳态，正实极点与此矛盾。保留原系数，回查数据边界与辨识设置；回填前先核对极点，改动符号要登记。



图：正实根的增长模态

$$s^2 + 8.014s - 9.268 = 0 \Rightarrow s \approx 1.0253, -9.0393$$

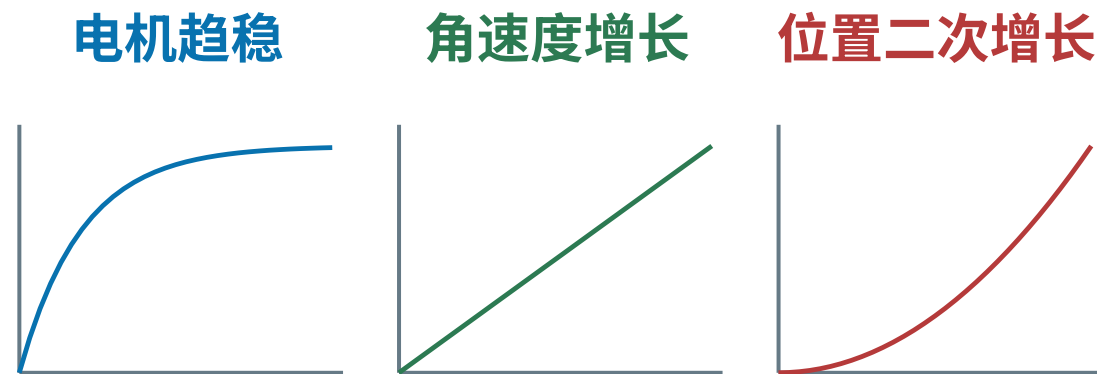
不稳定极点会引入增长模态，短时拟合不能替代物理核对。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.4 结构筛选与参数回填：电机收敛与刚体积分不是同一判据

同一个极点规则不能机械用于所有运动通道

- 一阶电机固定输入后趋向有限稳态；无阻尼角速度在恒力矩下持续增长，位置在恒净力下有双积分，后两者不能强行拟成稳态曲线。
- 下式位置输入为沿下轴净力增量；若改用向上总推力增量，应取负号。某些本来不稳定的飞行模式由控制器稳定，筛选规则要服从对象。



图：恒输入下的不同响应

$$G_{\text{motor}} = K/(\tau s + 1), \quad G_{M \rightarrow p} = 1/(Js), \quad G_{F_D \rightarrow z_D} = 1/(ms^2)$$

判断稳定性要先区分执行器、自由刚体与受控系统。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.4 结构筛选与参数回填：不同信号边界的拟合率不能排名

原手册的成功与失败案例要放回各自边界

- 手册开环频域案例在1–5阶中最好43.51%；另一FX200俯仰参考到实际俯仰的闭环三阶模型为85.49%。两次对象与边界不同。
- 后一模型包含控制器，不能替换裸机力矩到姿态关系。这两个数不构成开环与闭环方法的公平排名，更不代表全部通道和工况。

对象边界	模型阶次	拟合率
开环频域案例（不含控制器）	1–5阶中最好	43.51%
FX200俯仰闭环：参考角→实际角（含控制器）	三阶	85.49%

表：两次历史辨识的边界、阶次与拟合率（手册结果）

拟合数字不同，首先比较辨识对象和数据条件是否相同。

4.7.4 结构筛选与参数回填：只替换一段并保留可比条件

回填一个动力子模型时，要记录哪些变化

- 保存原始模型和参数快照，记录替换的是静态映射、动态滞后、阻力还是其他模块；明确旧值、新值、单位与来源。
- 只有来自同一对象配置的数据，才能支持相应对象的精度改进；把独立台架模型接到教学整机时，应明确为假设的组件替换。
- 回填后检查悬停输入、方向、饱和、接口与求解设置；再保持相同输入、初态和步长比较响应。



图：从参数表到可比较的模型修订

参数回填是一项受控模型修改，应保留前后可比条件。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.4 结构筛选与参数回填：部件到整机的逐层验收

静态、动态和整机检查怎样形成逐层证据

- 静态检查验证零点、稳态增益和饱和范围；动态检查比较上升、延迟与频响；两者分别回答目标值和响应速度是否合理。
- 整机检查还要关注合力矩、坐标转换、接触条件和状态积分；子模型拟合良好不代表这些连接都自动正确。
- 若修订后误差减少，同时参数物理性、接口与独立条件检验成立，才可在声明工况内说模型预测得到改善。

先证明子模型接得正确，再判断整机响应是否改善。



4.7 动态系统辨识、验证与模型修正



本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正**
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正

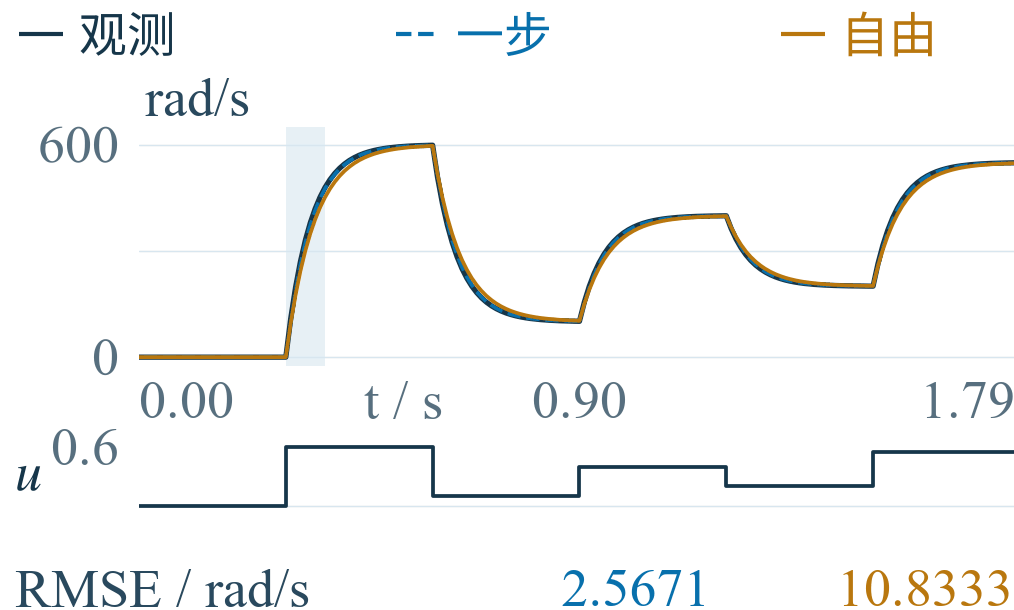
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）



4.7.5 独立验证与误差解释：自由仿真与一步预测的区别

仿真响应与一步预测为什么会得到不同误差

- 自由仿真只用初态与连续输入，后续不断推进自己的状态，偏差会累积；适于检验完整轨迹再现能力。
- 一步预测持续利用历史测量修正预测依据。比较时须统一预测步数、初态与数据范围，不能用一步预测拟合率替代长时自由仿真。



图：冻结同一模型，比较两种递推起点

仿真累计自身误差，预测可以利用已测历史修正下一步。

4.7.5 独立验证与误差解释：RMSE的计算与单位 平方平均后开方，误差仍用原量纲

- 同一时刻的 $e_k = y_k - \hat{y}_k$ 先平方、求平均、再开方，RMSE保留原单位；正负误差不会相互抵消。
- 教学高度误差0.1、-0.2、0.1 m，平均误差为0而RMSE为0.1414 m。不同通道分别报单位，才能与任务允许偏差比较。



图：三次高度误差

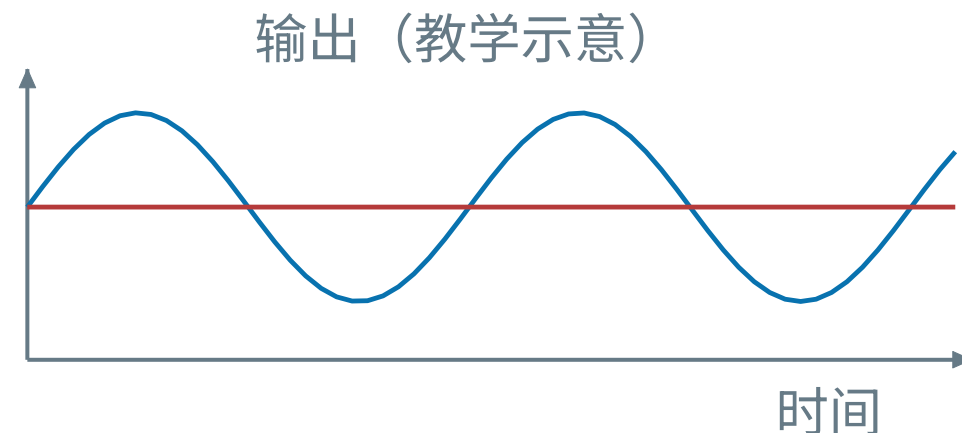
$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{e_1^2 + \dots + e_N^2}{N}}, \quad \sqrt{\frac{0.1^2 + 0.2^2 + 0.1^2}{3}} = 0.1414 \text{ m}$$

有单位的误差能直接联系任务允许的偏差。

4.7.5 独立验证与误差解释：拟合率的分母与退化情况

拟合率的分母决定它在比较什么

- 归一化拟合率用模型误差与“始终预测整段均值”的误差比较；比均值还差时可为负，严格常值输出使分母为零。
- 教学新输入验证按下式为98.917%，RMSE为2.148 rad/s。两者连同序列、单位与自由仿真口径报告；单个百分比不能替代模型适用范围。



图：红线为均值预测

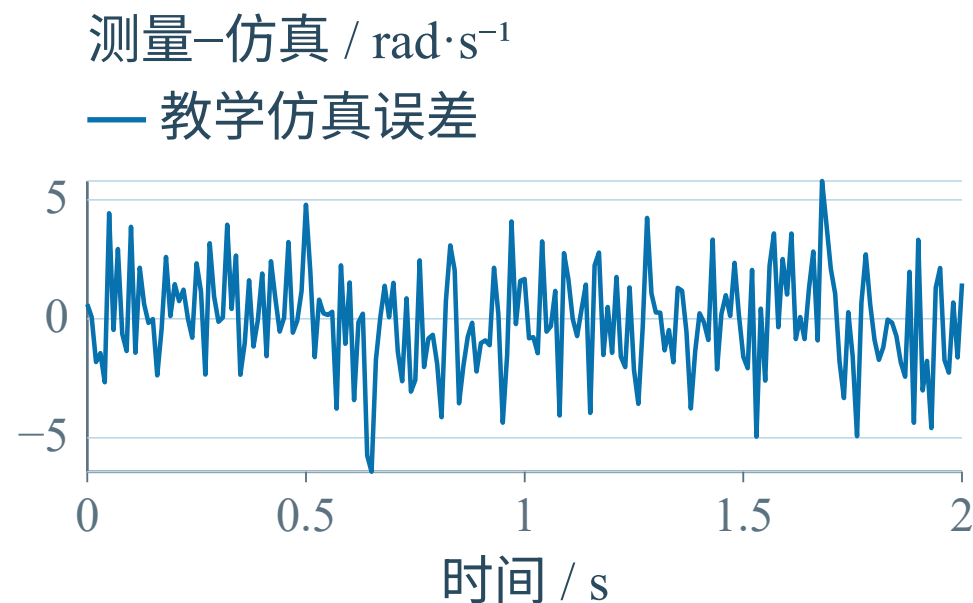
$$\text{FIT} = 100 \left(1 - \frac{\| \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \|_2}{\| \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}} \mathbf{1} \|_2} \right)$$

归一化拟合率相对输出波动评价误差，常值段可能失去意义。

4.7.5 独立验证与误差解释：从误差形状找模型缺项

误差曲线的形状比一个总数字提供更多线索

- 持续偏差提示零点或增益，每次切换后的尖峰提示对齐、时延或遗漏动态；随幅值系统变大可能是非线性，周期结构可能是未解释的激励响应。
- 本图误差来自设定的独立随机噪声，没有重复结构；真实数据的原因还要结合输入、残差定义和独立试验判断。



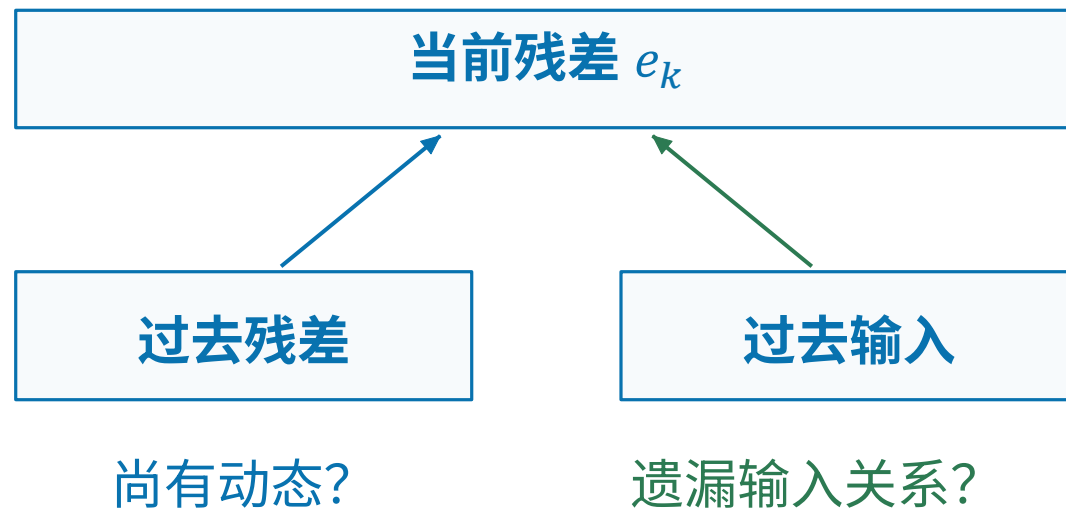
图：教学验证误差，测量减自由仿真

偏置、延迟和遗漏动态会留下不同的时间结构。

4.7.5 独立验证与误差解释：残差相关与闭环噪声

残差分析检查的是模型还遗漏了哪些可预测信息

- 辨识工具中的残差常指一步预测误差，并非总是测量减自由仿真。讨论“像白噪声”前，先声明预测器与噪声模型。
- 与过去残差相关，可能遗漏可预测动态；与过去输入相关，可能漏建输入关系。闭环噪声会影响后续输入，不能将所有正负时滞相关都机械判失败。

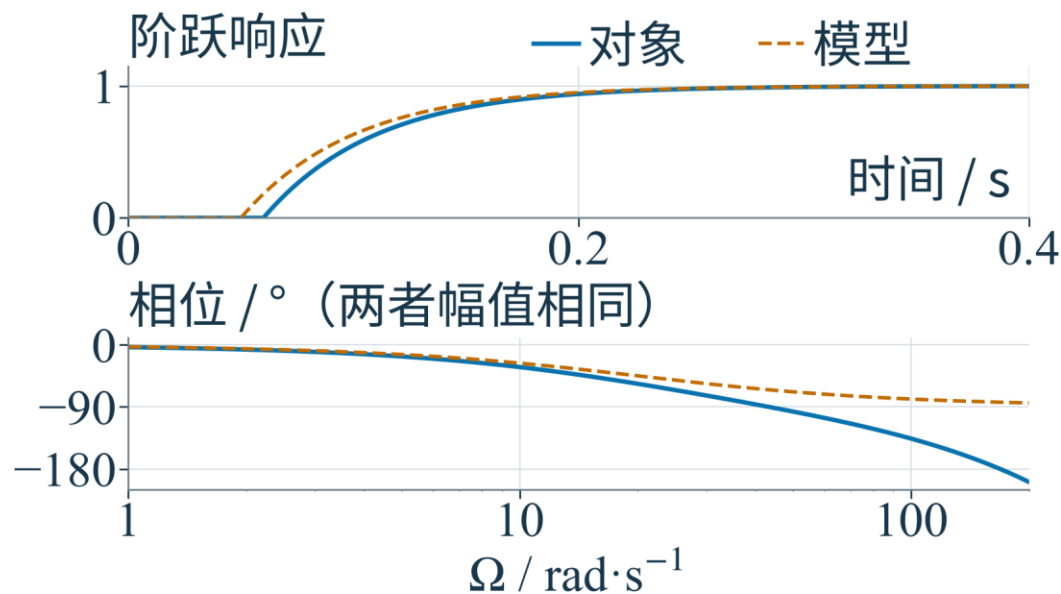


图：先定义误差，再看它与过去信息的关系

残差的定义和反馈条件决定相关性应怎样解释。

4.7.5 独立验证与误差解释：时域轨迹与频域幅相的分工

运动轨迹与幅相响应检验不同的模型误差



图：多10 ms时延时阶跃几乎重合，100 rad/s处相位差约57°（教学示意）

- 时域比较稳态差、上升、超调、延迟和RMSE，前提是相同输入、初态与量测口径；频域另核幅值、相位与可信频带。
- 轨迹整体接近，某频段相位仍可能明显偏差。低频匹配不能自动支持快速机动或高频控制用途，验收应回到模型要完成的任务。

时域看具体运动，频域看不同快慢响应是否匹配。



4.7 动态系统辨识、验证与模型修正



本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正**
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型

教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释

教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正

教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）



4.7.6 整机对比与飞行修正：教材平台中的整机对照

在环与实飞要同时比较运动结果和控制输入



(e) 四旋翼HITL仿真测试



(f) 四旋翼真实飞行测试

- 图(e)将实物自驾仪接到仿真对象，图(f)是真实飞行；比较前须登记配置、载荷、电压、风及控制器设置。
- 比较时既对齐运动状态，也比较PWM等控制输入；本单元FX200曲线取自手册历史试验，换新配置需重新验证。

图4.13(e)(f) 硬件在环与真实飞行测试（局部）

整机对照同时检验对象、接口、传感器和控制器组成的连接。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.6 整机对比与飞行修正：状态与执行器输入联合检查

整机轨迹相近，还要比较控制输入付出了多少

- **对齐任务：**在相同速度指令下，按指令切换等共同事件对齐时标；记录载荷、电压、风、控制参数和测量来源。
- **联合量化：**比较速度峰值、收敛时间，以及同一阶段各路PWM的均值和峰值；保留各自单位。
- **定位差异：**若状态误差小而输入偏置持续，先核控制器设置、供电与推力映射，再用同条件新片段复核。

同参考输入与控制器



仿真/实测状态



同时比较执行器输入



解释模型与工况差异

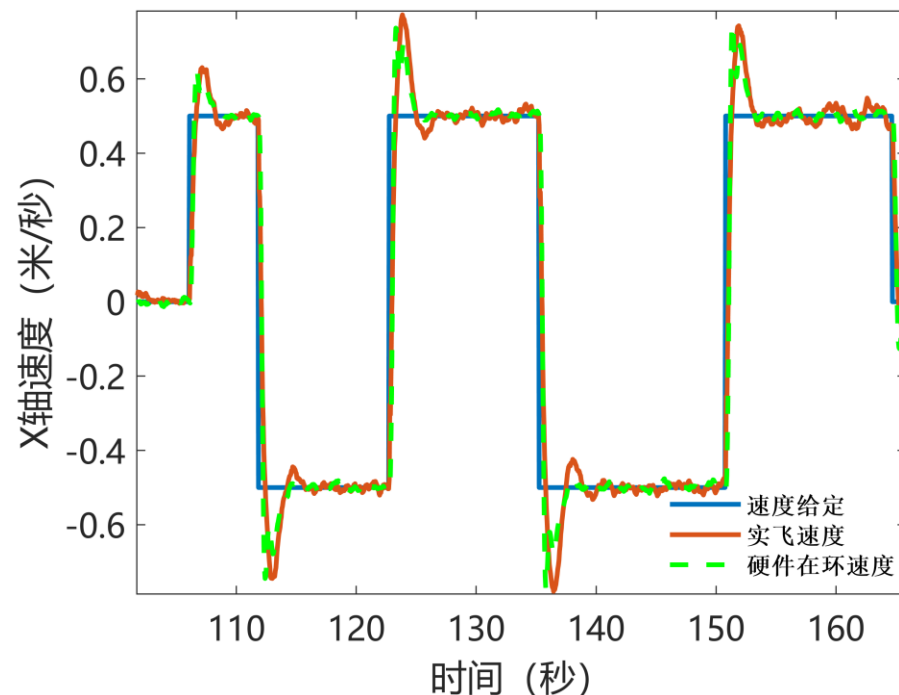
图：联合比较状态与输入

强控制可能掩盖对象差异，状态与输入应联合验证。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·FX200阶跃验证

FX200阶跃速度：在同一时间轴比较三条曲线

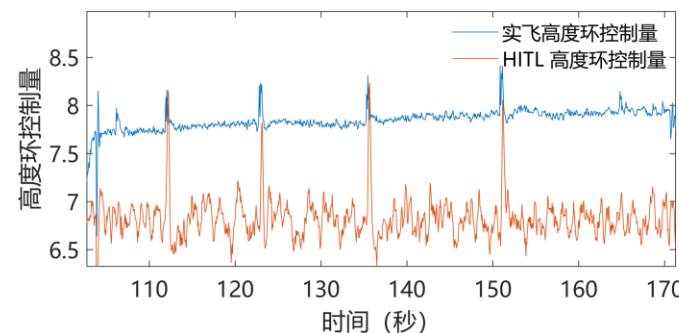
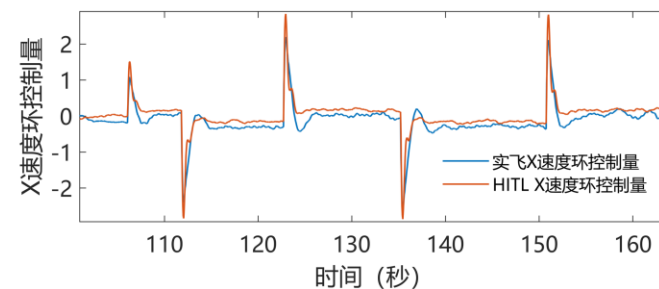
- **读图：**蓝线为给定，橙线为实飞，绿虚线为硬件在环；在同一时间段比较方向、峰值、过渡与稳态，不分别平移曲线。
- **观察：**两种响应都能跟踪约 ± 0.5 m/s的阶跃，主要峰值和收敛过程接近；实飞的细小波动仍与模型有差别。
- **下一步：**再看各通道为这条速度曲线付出的控制量，见“由输出回查动力模型”页。



图：FX200历史阶跃速度指令与实飞、硬件在环响应

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·由输出回查动力模型 速度很接近，控制量却还存在系统差异

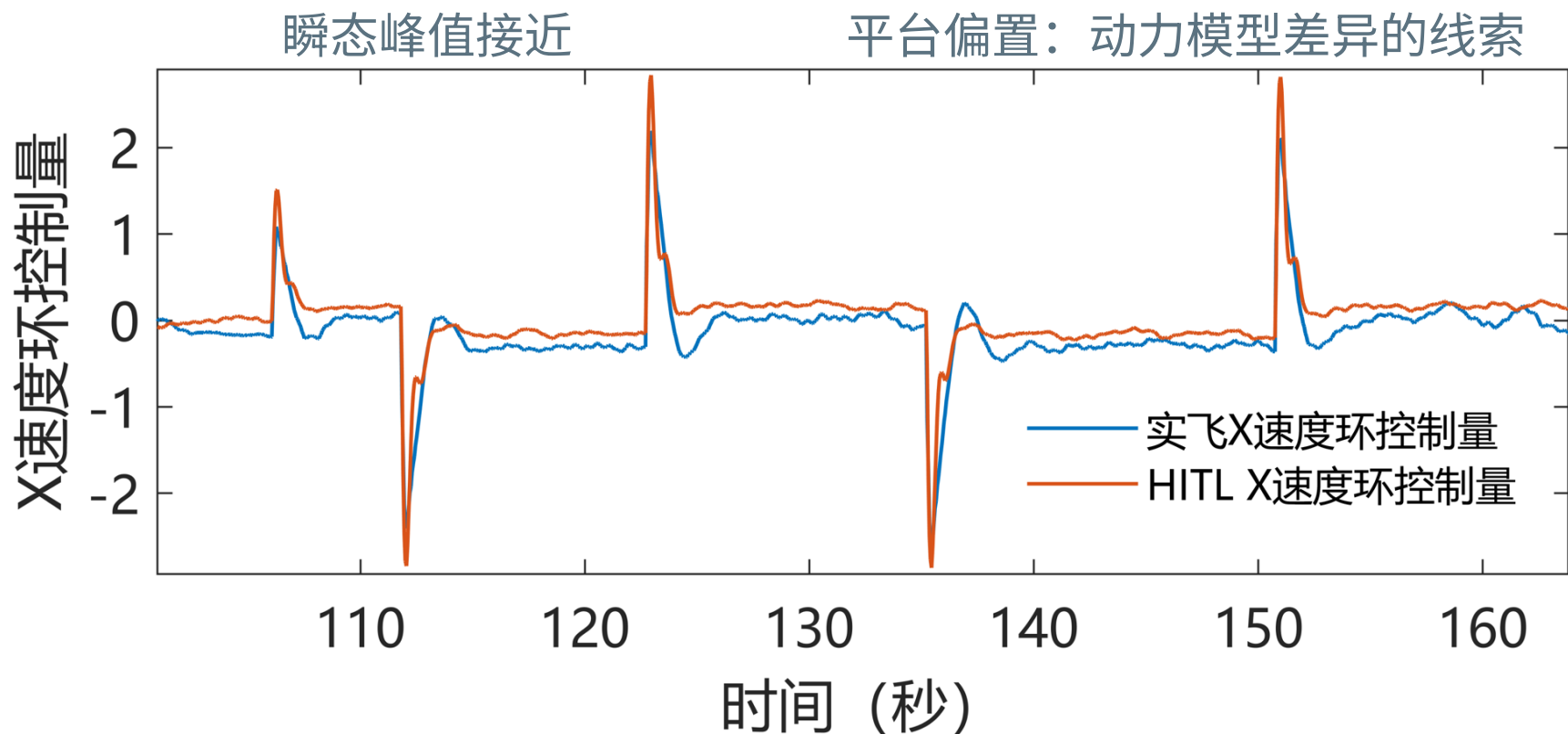
- **横向控制：**上图实飞与硬件在环（HITL）的瞬态峰值大体接近，平台段仍有偏置，见速度环控制量放大图。
- **高度通道：**下图实飞约7.8、HITL约6.8，且HITL波动更大。图轴仅写控制量，未给物理单位，不能直接把差值解释成1 N。
- **诊断方向：**先核对该控制量的定义、质量、电压和推力标定，再查风、地效及日志处理；单凭此图不能唯一归因于某个系数。



定位图（手册图94）：上为速度环，下为高度环；放大见速度环、高度环控制量两页。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·由输出回查动力模型

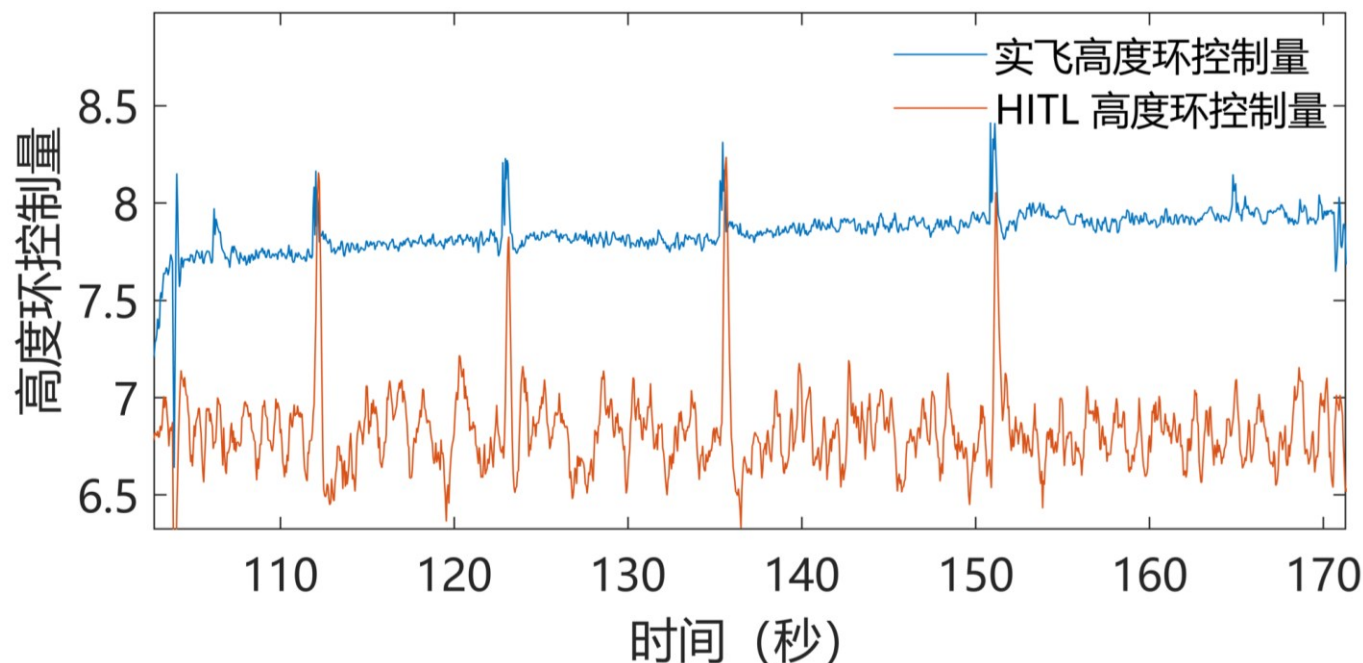
速度环控制量：峰值接近，平台仍有偏置



图：FX200速度环控制量对照（手册图94上半局部）

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·由输出回查动力模型

高度环控制量：持续均值差需要继续追踪



实飞约7.8

HITL约6.8，
波动更大

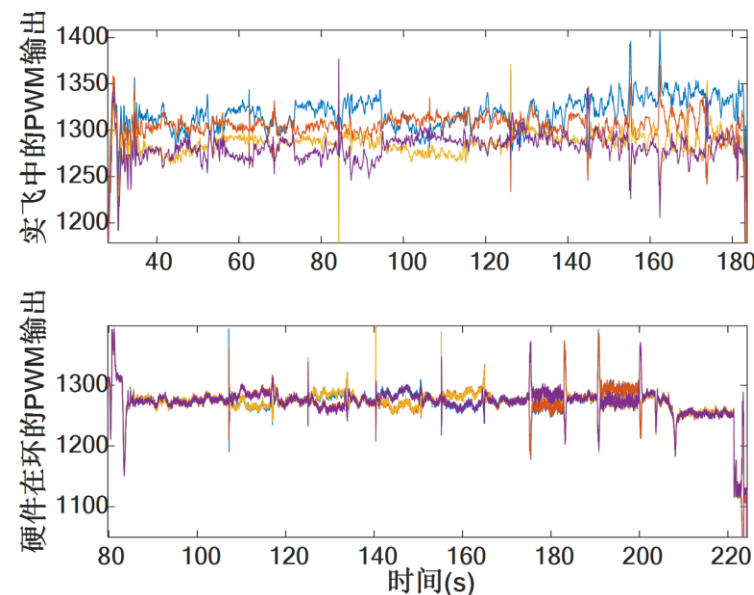
图：FX200高度环控制量对照（手册图94下半局部）

高度控制的持续差值值得追查，解释为力差前须先确认量纲。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·输入侧的进一步证据

四路PWM分布为质心与安装检查提供线索

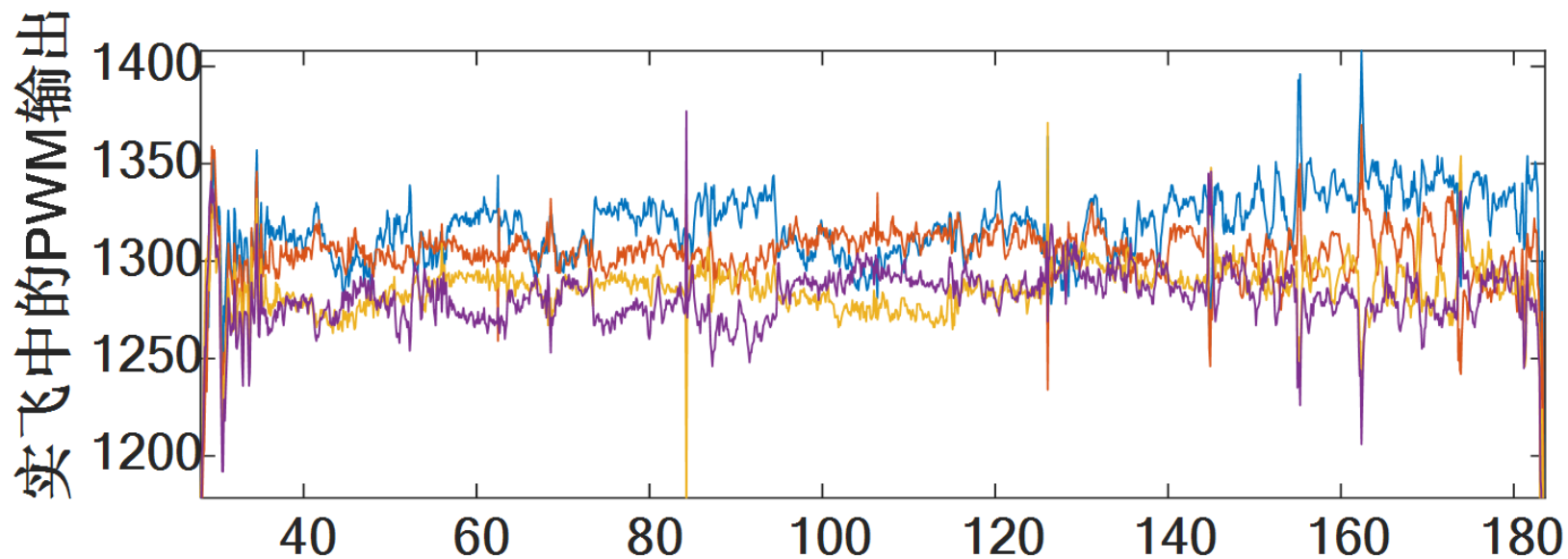
- **读图：**上半为实飞，下半为HITL；四路PWM均在约1300附近，但实飞各路均值更分散，模型各路更集中。
- **物理解释：**不等推力可能抵消偏心矩或安装误差，理想对称模型的各路指令则更接近；这一解释仍需几何测量与标定证据。
- **比较边界：**上下时间范围不同，先比较分布与量级；逐点相减前，应按同一参考事件对齐，并核对指令、初态和控制配置。



定位图（手册图99）：上为实飞，下为HITL；放大见实飞、硬件在环四路PWM两页。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·输入侧的进一步证据

实飞四路PWM：各通道长期均值并不相同



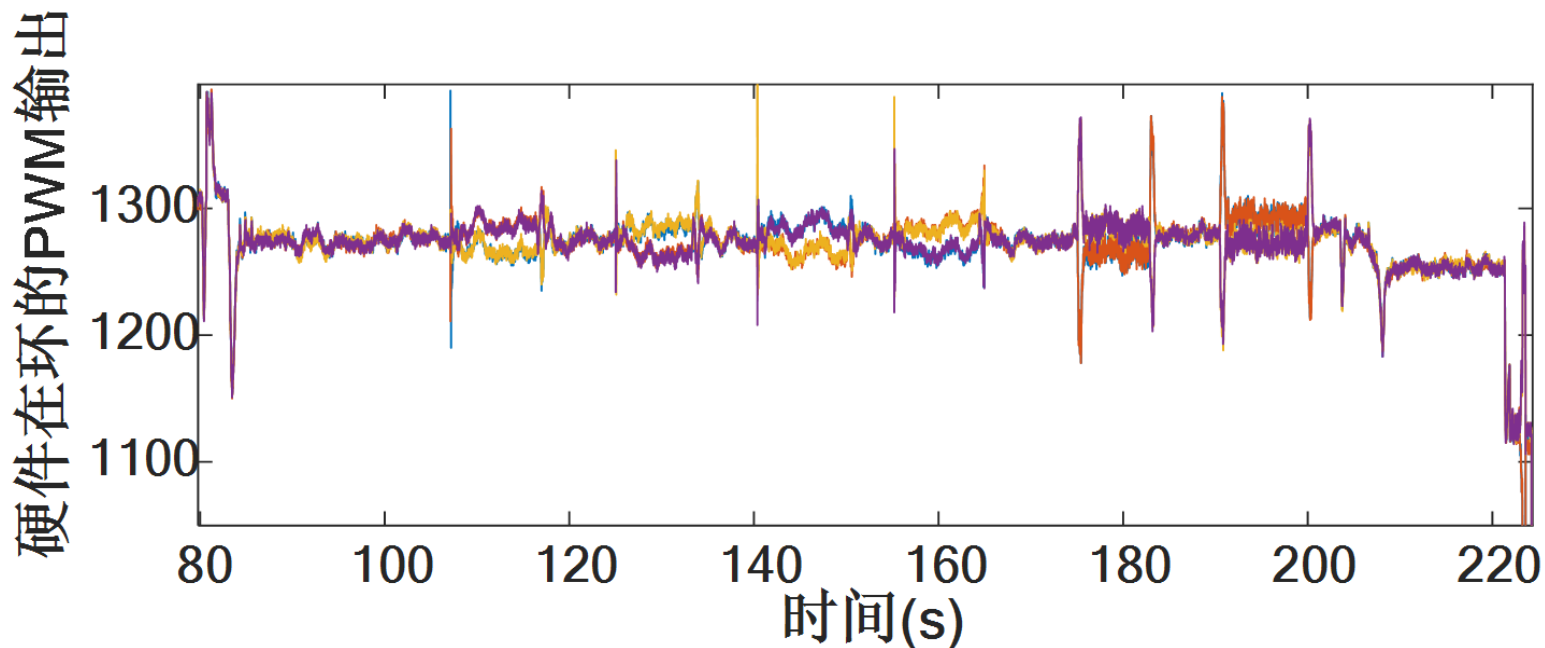
四路长期均值
彼此分开

图：FX200实飞记录的四路PWM（手册图99上半局部）

四路输入分布不同；几何、安装与动力差异需要独立测量确认。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·输入侧的进一步证据

硬件在环四路PWM：对称模型中的指令更集中



四路更集中；
时间从约80 s起

图：FX200硬件在环记录的四路PWM（手册图99下半局部）

上下记录时间范围不同，应先比较分布，再按共同事件对齐。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.6 整机对比与飞行修正：飞行修正·从姿态和空速估阻力

用稳定平飞把阻力估计变成力平衡问题

- **条件：**取无侧滑、偏航对齐的稳定前飞片段，速度与高度近似不变；机体前向倾斜的角度幅值为 α 。忽略其他竖向气动力时 $T\cos\alpha = mg$ 。
- **推导：**水平方向有 $D = T\sin\alpha$ ，因此 $D = mg\tan\alpha$ 。取前向空速 $v_a > 0$ ，多个稳定点可拟合 $D = c_1 v_a$ 或 $D = c_2 v_a |v_a|$ 等候选。
- **教学算例：** $m = 2 \text{ kg}$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $\alpha = 5^\circ$ 时 $D \approx 1.715 \text{ N}$ ；若真实空速 5 m/s ，则 $c_1 = D/v_a \approx 0.343 \text{ N s/m}$ 。
- **真实边界：**手册飞行数据存在风，地速减均值并不能消除风。应测量或估计相对空速；单一速度点也不能区分线性和平方阻力。

稳态受力平衡能约束阻力，但空速和工况决定参数的物理意义。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.6 整机对比与飞行修正：飞行修正·回填与再次验证

把飞行配平条件作为静态推力修正证据

- **可用片段**：从高度、速度和姿态稳定的片段取均值，并登记电压、载荷、地效与来流。加速段包含惯性力，不能直接套稳态受力平衡。
- **线性工作区**：狭窄工作区内每桨取 $T_i = k_u u_i + c_0$ (u_i 为归一化指令， k_u 、 c_0 为斜率与截距)，四桨求和得总推力。
- **形成样本**：每个稳定片段取一次均值，形成下面一行方程， ϕ 、 θ 为滚转角与俯仰角；多片段堆叠成矩阵，联合求 k_u 与 c_0 。

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 u_i & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_u \\ c_0 \end{bmatrix} \approx \frac{mg}{\cos \phi \cos \theta}$$

飞行修正把部件参数放回整机平衡中检验，再用新工况决定是否保留。

4.7.6 整机对比与飞行修正：飞行修正·可辨识性与验收

飞行修正后，换一组片段决定是否保留

- **信息不足：**所有片段都在同一油门附近时，回归行彼此相似，斜率与截距难以分别确定。先利用台架约束部分参数，或增加可比较的工作点。
- **冻结模型：**修正只使用事先指定的估计片段；得到参数后冻结，再用未参与修正的飞行片段比较速度、姿态与执行器输入。
- **排除混杂：**登记控制器、载荷、电压、风与地效。若模型参数和控制配置同时变化，响应改善就无法单独归因于这次动力修正。
- **案例结论：**手册展示了平衡约束修正与状态、控制量联合对比的思路；其项目常数只适用于原机型，迁移前要重新标定并用独立片段验收。

参数修正与独立验收分开，才能确认模型在新工况下是否改善。

4.7 动态系统辨识、验证与模型修正

4.7.6 整机对比与飞行修正：交出模型、验证证据与适用工况

阶段实验A2：交出能重算的参数、模型和验证边界

- **基础二选一：** e11静态数据重算拟合，或教学CSV动态估计与新输入验证；扩展：选一幅历史曲线，写出信号边界、处理条件与结论。
- **提交与自查：** 单位、估计规则、冻结模型、独立输入、误差与适用区间，结果应与右图一致；A2是第四章第二次阶段实验，序列见课件4.3
「阶段实验A1·执行器与合成」页。

真实静态 (e11台架)

$$91\text{档}: c_T \approx 2.657 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$$

教学动态CSV

$$a \approx 0.81873, b \approx 181.27, \text{FIT} \approx 98.917\%$$

图：两条路线的自查值

模型、数据、误差和适用条件共同构成辨识成果。

课堂练习

用新数据练习参数换算、系数判断与误差指标

- **练习1（参数换算）**： $T_s = 0.02$ s的电机数据估得 $a \approx 0.81873$ 、 $b \approx 362.54$ ，求 τ 与 K ，并与4.7.2的教学对象比较。
- **练习2（系数判断）**： $T_s = 0.01$ s时另一段数据估得 $a \approx 1.02$ 。它对应怎样的自由响应？应先检查哪些环节？
- **练习3（误差指标）**：验证段三点测量 $y=0$ 、 10 、 20 rad/s，自由仿真 $\hat{y}=1$ 、 9 、 21 rad/s，求RMSE与拟合率。
- **练习4（对象边界）**：定高飞行辨识出“高度设定值→实际高度”模型，拟合率92%。它能否替换“总拉力→垂向加速度”模型？应记录哪两路信号？

参考要点

参数换算、系数判断与误差指标的参考要点

- **练习1:** $\tau = -T_s / \ln a = 0.1 \text{ s}$, $K = b / (1 - a) \approx 2000 \text{ rad/s}$ 。 a 与4.7.2相同而采样周期加倍, τ 也加倍; 只看 a 会把两个对象当成同样快。
- **练习2:** $a > 1$ 对应正实极点, 自由响应随时间增长, 稳定电机不应如此; 先查时间对齐与时延、闭环相关、噪声与模型结构, τ 公式此时不适用。
- **练习3:** 误差为-1、1、-1, $\text{RMSE} = 1 \text{ rad/s}$; 误差范数 $\sqrt{3} \approx 1.732$, 输出相对均值的波动范数 $\sqrt{200} \approx 14.142$, 拟合率 $\approx 87.75\%$ 。
- **练习4:** 不能。输入是高度设定值, 模型含高度控制器与反馈, 92%只反映闭环跟踪; 应记录电机转速 (换算总拉力) 与垂向加速度, 在相同工况下另行辨识。

本节小结

边界、激励、估计、冻结、独立验证与修正

- **本节方法：**先圈定输入输出边界与工况，设计阶跃或扫频激励并按时间戳对齐；用相邻样本最小二乘或频响估计得到候选，冻结后用未参与决策的数据自由仿真；整机再联合比较状态与控制量，修正后换片段复验。
- **关键判断：**稳定无时延一阶满足 $0 < a < 1$ ；正实极点对应增长模态；低相干频段不硬拟合；拟合率的分母是输出相对均值的波动，可为负。
- **易错点：**把参考到输出的闭环关系当裸对象；把时间对齐错误当成时延；用一步预测替代自由仿真；拿不同信号边界的拟合率排名；把训练误差当独立验证。
- **衔接：**课件4.8把建模与验证方法用到其他典型载具；阶段实验A4在课件4.12完成一次模型改动并独立验证。

辨识成果是带边界的模型：冻结后用独立数据验证，再决定是否修正。