本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填
教材对应：第4.2.2.4节

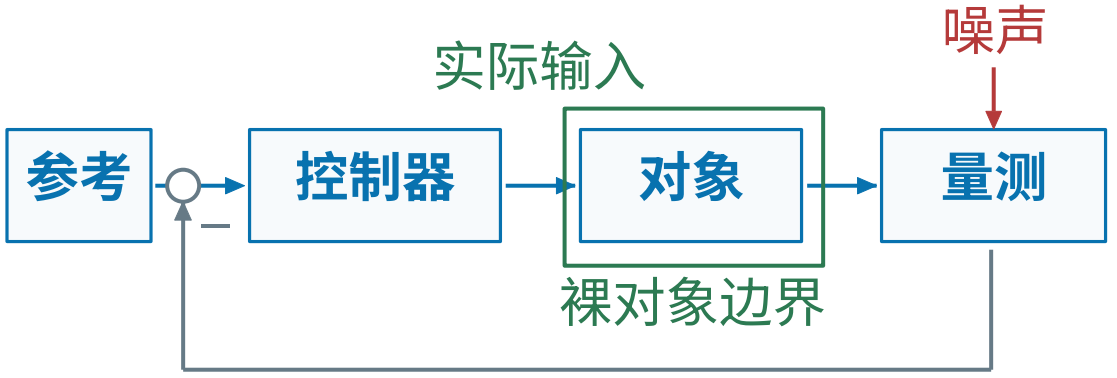
4.7.5 独立验证与误差解释
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

4.7.1 辨识边界、激励与数据：开环对象与闭环信号边界

先圈输入输出：闭环记录包含哪些内部环节

- **动态辨识：**与课件4.4由模型算响应相反，从输入与响应记录反求模型及参数。
- **先圈边界：**参考、控制器输出、执行器指令和力矩不同；参考到测量含反馈，不是力矩到角速度。
- 反馈使输入可能与噪声相关；恢复裸对象需可信力矩或执行器标定，并声明滤波。本课不要求关闭稳定环。



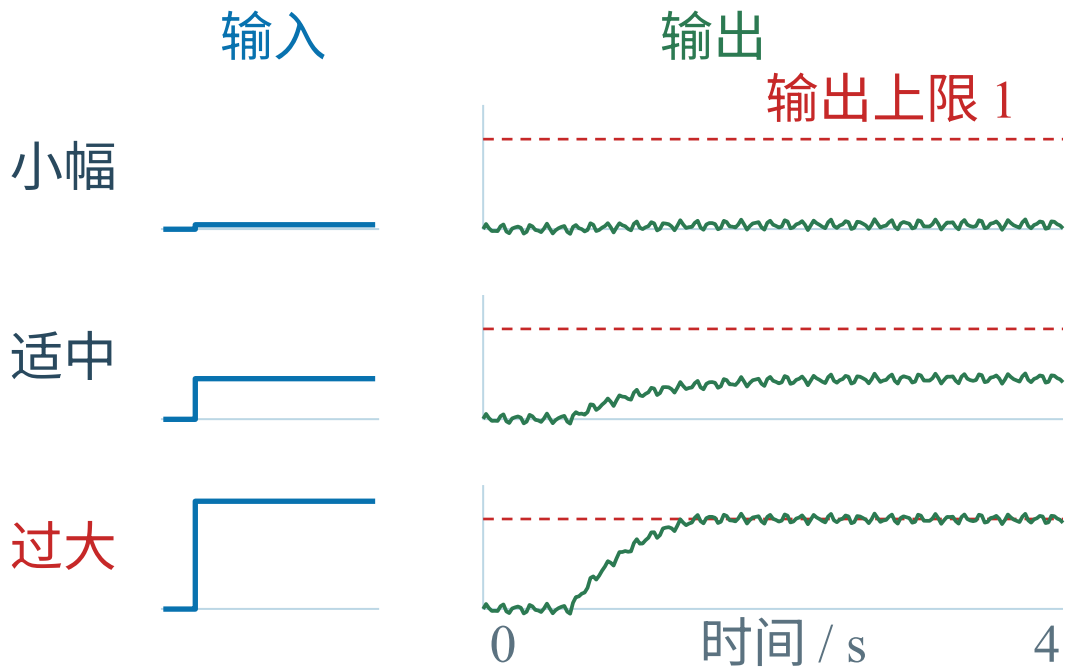
图：换输入边界，就换了辨识对象

辨识结果属于所选输入输出之间的整条信号链。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：阶跃幅值要兼顾信息与工作区间

阶跃让稳态增益和主要时间尺度容易观察

- 阶跃前后稳态差提供增益，上升和趋稳提供时间尺度。幅度太小被噪声淹没，太大则可能跨工作区、进入饱和或非线性。
- 先选可解释的小幅输入，再改幅值、方向重复；整段留出新试验做验证。曲线够清楚和对象仍处于同一工况必须同时满足。



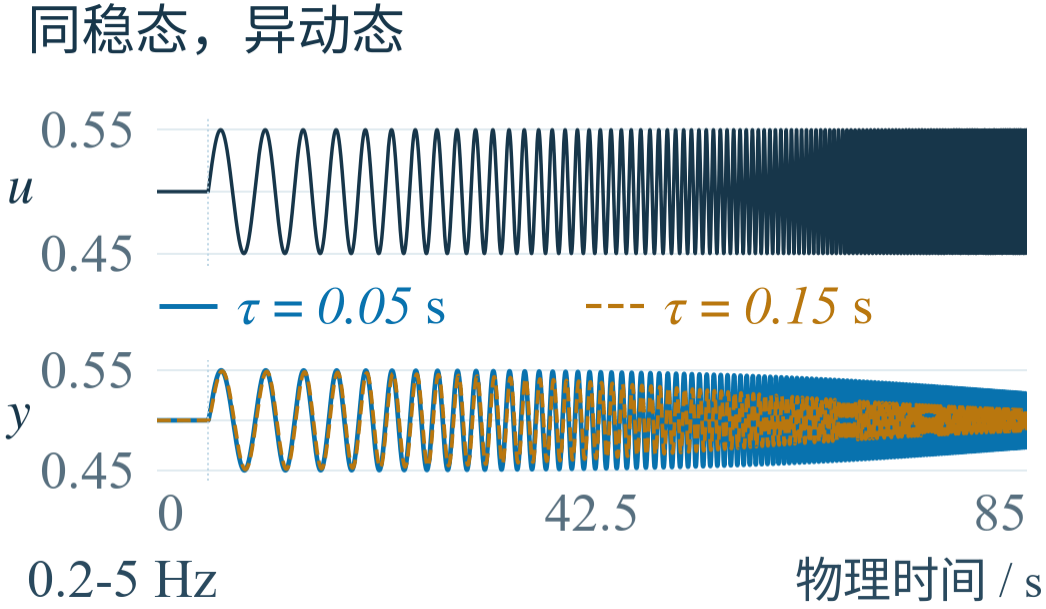
图：同一噪声与限幅下的归一化响应

阶跃幅值要让动态看得清，也要让对象留在同一工作区。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：扫频的激励频带与响应特征

扫频使不同快慢的响应依次显露出来

- 扫频让正弦由慢到快变化，可观察低频跟随、高频衰减与相位滞后；所扫范围应覆盖模型真正要使用的动态。
- 每段须有足够周期和信噪比，扫得太快会混入暂态。采样很快只表示记录密，不保证高频执行器响应具有可辨识信息。



图：同一输入下，两种响应快慢逐渐显露

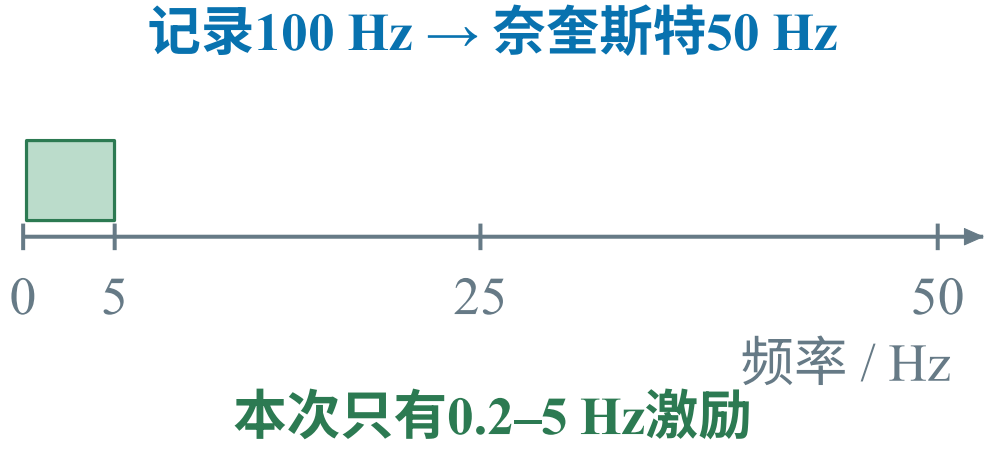
可信频带取决于足够的输入激励与可观测响应。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：记录频率、激励频带与有效证据

采样下限只防混叠，不保证能准确辨识

- 采样100 Hz的奈奎斯特频率为50 Hz，但若输入只在0.2–5 Hz有能量，就不能说模型已验证到50 Hz。

- 理想信号须低于半采样率避免混叠，实际还需为噪声、滤波过渡带与每周期样本数留余量。可信频段取决于激励和测量证据。



图：采样允许的范围大于本次激励范围

有效频带还受到激励、噪声、时长和测量链约束。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：时间错位如何制造假时延

时间对齐错误会伪装成执行器时延

- 多消息日志可能具有不同发送周期、起始时刻和时间戳单位；先统一时间基准，再在共同网格重采样并标出缺样区间。
- 实际指令可以按更新时刻作零阶保持，连续测量可按合适方式插值；长缺口不应靠跨越整段插值伪造动态响应。
- 若输入错移一个10 ms采样周期，10 Hz处就可能引入36°相位差；这个假延迟会污染时间常数与时延估计。

$$360^\circ \times 10\,\mathrm{Hz} \times 0.01\,\mathrm{s} = 36^\circ$$



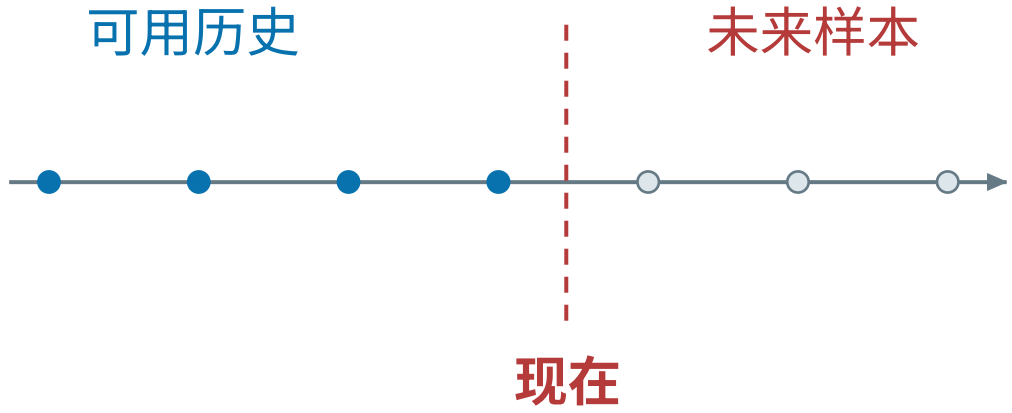
图：用时间建立样本对应关系

同一时刻的输入输出必须依赖时间戳配对。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：滤波与重采样的物理影响

滤波与未来数据，会改变模型实际知道什么

- 降采样前先抗混叠，不能只隔点取样。输出低通会衰减高频并可能增加滞后；不说明测量链，就可能把滤波器拟合进对象。
- 离线零相位滤波可使用未来样本；实时模型只能用当前与过去量。时间戳、输入更新、状态推进和输出采样须说明，训练贴合不等于可实时复现。



零相位离线滤波可能读取未来

图：实时计算不能读取右侧未来样本

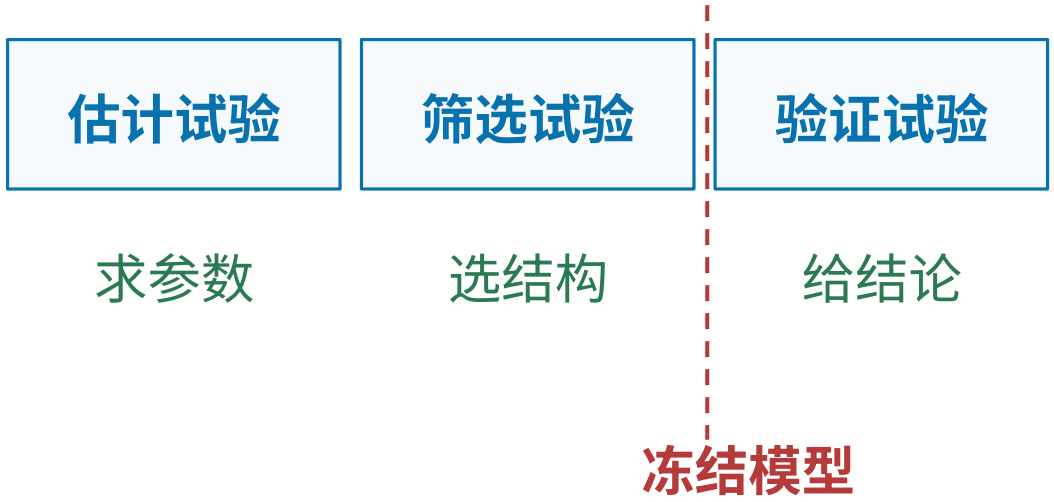
预处理必须保留原始数据并解释其频率和相位影响。

4.7.1 辨识边界、激励与数据：估计、选型与最终验证数据分工

按完整试验分组，冻结后再检验新数据

- 估计集求参数，筛选集选结构，最后冻结模型，用未参与决策的验证集给结论。打散相邻样本会让两组共享近似动态。

- 新试验需登记对象、幅值、频带、载荷和环境；先验证域内精度，再单列更大幅值或新载荷的外推。文件不同不自动代表试验独立。



图：参数冻结位于最终验证之前

最终验证数据要保持未参与参数和结构选择。

本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

4.7.2 一阶动态模型辨识：先区分增益、惯性和时延

静态、一阶与时延分别解释哪种现象

- 静态映射只说明输入最终对应多少输出，无法解释响应慢；一阶环节增加一个主要记忆尺度，描述逐渐接近目标的过程。
- 纯时延表示输入影响要晚一段时间才开始出现；它与一阶渐近上升不同，数据中二者可能同时存在。
- 先比较这些低阶候选的响应和误差，再考虑更复杂结构；增加阶次不能补救错误的信号边界或无信息的输入。



图：不同环节对应不同响应特征

先用现象选择最简单的合理结构，再求它的参数。

4.7.2 一阶动态模型辨识：阶跃法的终值与特征时刻

由一个阶跃估计增益和时间常数

- 教学执行器的输入从0变为0.2，输出从0趋近200 rad/s，因此增益为1000 rad/s每单位输入；本对象是明确设定的线性模型。
- 阶跃时刻记为t_0，此后0.05 s输出达到126.424 rad/s，即稳态增量的63.2%，因此在无时延一阶假设下估计τ=0.05 s。
- 若输出原来不为零，先减去起始稳态再求比例；若存在时延，时间常数从响应开始时刻计算，不能从指令变化时刻直接读。

$$K = \frac{200 - 0}{0.2 - 0} = 1000, \qquad y(t_0 + \tau) = 126.424\,\text{rad/s}$$

前后稳态差给增益，63.2%增量时刻给一阶时间常数。

4.7.2 一阶动态模型辨识：相邻样本形成最小二乘问题

不用数值求导，也可以从采样数据估计一阶模型

- 均匀采样且输入零阶保持时，$y_{k+1} = ay_k + bu_k$。每对相邻样本组成一行$[y_k, u_k]$，目标为下一输出，多个变化阶段一起求a, b。

- 时刻错一拍就改了辨识对象。测量噪声较大时，回归量中的旧输出也有噪声，普通最小二乘不自动无偏；本教学先用无噪声估计集核对索引。

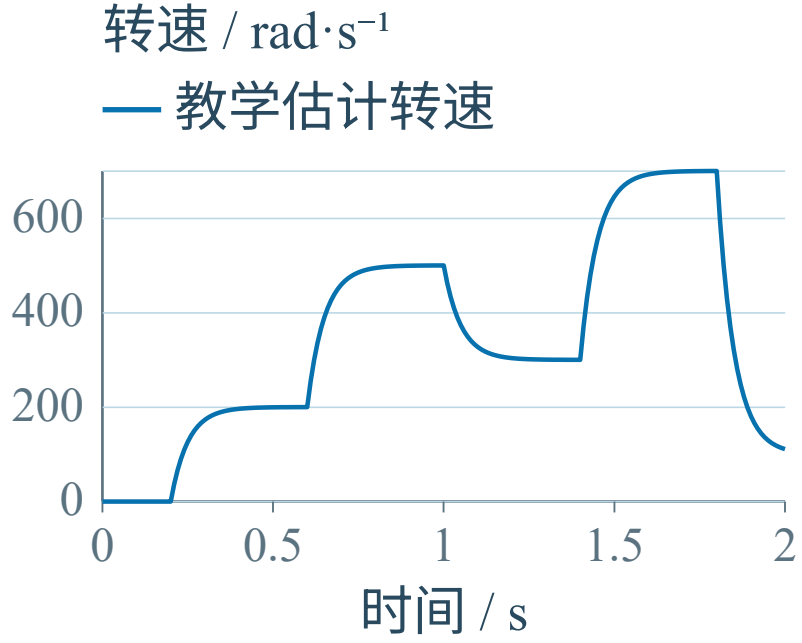
$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & u_0 \\ y_1 & u_1 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \mathbf{e}$$

直接拟合相邻状态关系，可以避免显式求导放大噪声。

4.7.2 一阶动态模型辨识：已知一阶对象检验计算链

完整教学数据怎样恢复已知的一阶参数

- 估计集以$T_s = 0.01\,s$采样，输入依次保持0、0.2、0.5、0.3、0.7、0.1；教学增益 $K = 1000\,\mathrm{rad/s}$ 、$\tau = 0.05\,s$，输出由精确离散模型生成。
- 对相邻样本做最小二乘，得到 $a \approx 0.81873075$ 、$b \approx 181.26925$；这与数据生成关系一致，说明索引和求解链正确。
- 两份CSV分别保存估计序列和不同输入的验证序列，字段统一为时间、归一化输入和转速；它们明确属于教学合成数据。



图：用于估计的一阶教学输出

可控的教学对象先验证计算链，再用于理解真实数据。

4.7.2 一阶动态模型辨识：完整案例·数据到参数

从教学CSV直接估计两个离散系数

- **样本索引：**在03_Identification读取teaching_estimation.csv，用同一时刻y_k, u_k解释y_{k+1}；u为归一化指令，y为rad/s转速。应得$a \approx 0.81873075$、$b \approx 181.26925$。

```
E = readtable('teaching_estimation.csv');
Ts = median(diff(E.time_s));
u = E.normalized_input; y = E.omega_rad_s;
Phi = [y(1:end-1), u(1:end-1)];
ab = Phi \ y(2:end);
a = ab(1); b = ab(2);
```

动态回归的关键是用当前状态和输入解释下一状态。

4.7.2 一阶动态模型辨识：离散参数恢复为物理参数

离散系数怎样转换回物理增益和时间常数

- 对稳定一阶ZOH模型，$a = e^{-T_s/\tau}$，所以$\tau = -T_s/\ln a$；又因$b = K(1-a)$，得到$K = b/(1-a)$。
- 代入估计的a、b和T_s=0.01 s，恢复τ=0.05 s、K=1000；若漏掉采样周期，时间常数的数量级就会错误。
- 稳定无时延一阶对象在$T_s > 0, \tau > 0$时满足$0 < a < 1$；超出此范围，应先查时延、对齐、噪声和模型结构。

$$\tau = -\frac{T_s}{\ln a} = 0.05\ \text{s}, \qquad K = \frac{b}{1-a} = 1000$$

只有离散结构和保持条件匹配时，系数才有对应的物理解释。

4.7.2 一阶动态模型辨识：完整案例·模型到独立输入验证

冻结参数后，用另一段输入作自由仿真

- **独立自由仿真：**固定a、b，用另一阶梯输入递推；初始教学转速取0，此后不再代入测量值、不重新调参。结果与含2 rad/s标准差噪声的教学测量比较，见“独立输入下的验证曲线”页。

```
V = readtable('teaching_validation.csv');
uv = V.normalized_input;
ys = zeros(height(V),1);
for k = 1:height(V)-1
    ys(k+1) = a*ys(k) + b*uv(k);
end
```

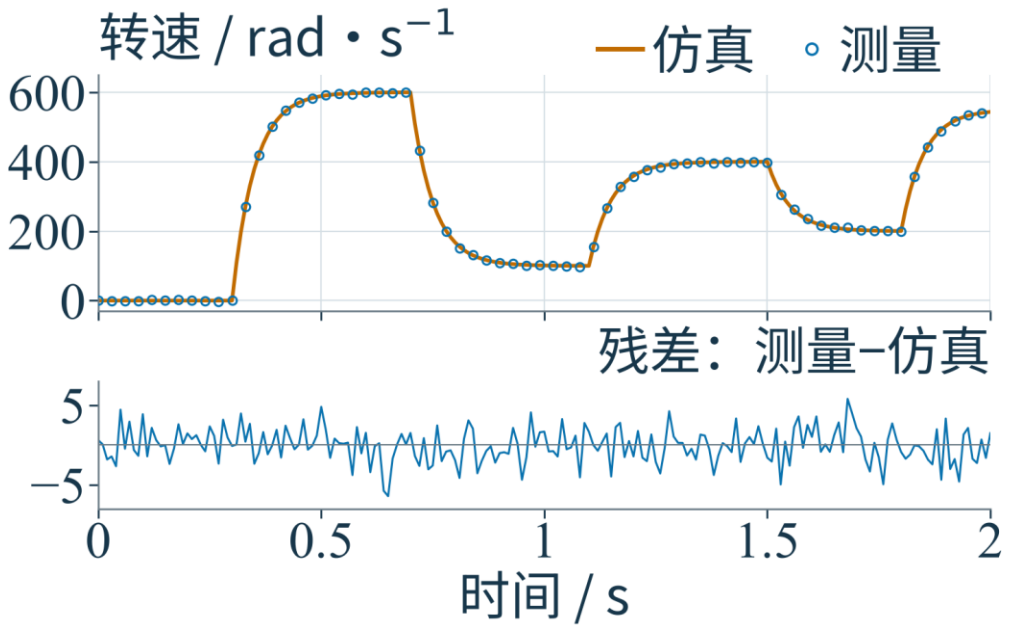
独立验证固定模型，只让新输入检验它的预测能力。

4.7.2 一阶动态模型辨识：独立输入下的验证曲线

估计出来以后，立即换一条输入序列检查

- 冻结参数，输入换为0、0.6、0.1、0.4、0.2、0.55；模型只用新输入与初态，不逐点借用测量纠正状态。

- 验证测量加标准差2 rad/s的独立高斯噪声，种子固定以便重算；下方残差无重复结构。
- **结论：**RMSE为2.148 rad/s，与所加噪声水平相当，说明教学计算链正确。



图：新输入下的教学测量、自由仿真与残差

新输入上的预测能够发现只适配旧序列的参数与结构。

4.7.2 一阶动态模型辨识：安装版的两条计算路线

运行入门脚本并核对真实与教学结果

- **目录：**[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e6_ModelingLearningLab/03_Identification/，先读Readme.pdf；MATLAB当前目录设到此处，运行下方两行。
- **数据与排查：**动态读本目录两份教学CSV；静态读e11_PowerSysIdModel/2.StaticThrIntID/Static_data.mat，缺少时static_available为false，只跳过静态；找不到根目录时设环境变量RFLYSIM_APIS。

```
metrics = identification_beginner;
metrics.static_available
```

- **正常结果：**a≈0.81873、b≈181.27（τ=0.05 s、K=1000），验证RMSE≈2.148 rad/s、拟合率FIT≈98.917%（100%为完全重合）；图、CSV与JSON写入outputs。

同一计算脚本可以复现算法，但应保留不同数据的证据边界。

4.7.2 一阶动态模型辨识：教材工具与数据边界

同一输入输出数据可走哪些辨识工具路线

- 共同输入：保存时间戳、采样周期、输入指令与测量输出，分开估计段和独立验证段；先核对量纲、同步与激励频带。
- MATLAB System Identification Toolbox：导入时域或频域输入输出数据，可估计传递函数、状态空间等模型，并用独立数据比较输出/残差；需相应安装与许可。
- CIFER：教材列出的外部频响辨识工具，用于扫频与耦合通道分析；使用前另核软件版本、许可和数据格式。
- 平台入口：[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/2.AdvExps/e13_CopIdModel，先读Readme.pdf和1.IdAppUsage；2.HILFreqId需飞控、日志及硬件在环（HITL）条件。输出以该版例程实际记录为准。

工具输出是候选模型；独立验证和许可条件必须另核。

本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

4.7.3 频响估计与分级动力模型：静态目标与动态追随的分工

静态映射给目标值，动态环节决定追随速度

- 先用稳态数据得到指令到目标转速，再用动态记录拟合目标转速到实际转速的滞后，可避免时间常数掩盖稳态增益错误。

- 静态与动态记录须来自对应的电机、桨、电调和供电条件；FX450静态台架记录与e11中5.DynThrID的FX310来流动拉力数据属于不同对象，各自使用。

- 交付一个低阶模型、参数表、输入输出边界和新数据检验；静态映射给目标，动态环节解释追随目标的过程。



图：静态映射与动态滞后分层

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·处理链与对象边界

历史台架动态辨识怎样从日志走到候选模型

- **分层输入：**先用同配置静态模型把PWM换成目标转速或目标推力；目标与实际测量之间的差别再交给动态环节解释，避免重复辨识稳态增益。
- 预处理：手册中的10 kHz扫频记录先低通、再降采样；输入输出同网格，裁去首尾暂态并保存处理规则。
- 估计与筛选：先估计频响（方法见本单元“输入输出谱形成频响估计”页），再试低阶传递函数，比较同一频带的幅相与时域响应；冻结后换独立记录验证。
- 案例来源：曲线与百分比取自《多旋翼无人机模型开发手册》的台架试验；同一数据与流程见e11_PowerSysIdModel/3.StaticThrPartID/Readme.pdf。

真实动态辨识要同时保留对象边界、处理过程和模型筛选依据。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实MAT里的两种时间网格

真实扫频MAT同时保存了原始和处理后变量

- **数据位置：** MAT为MATLAB数据文件，本例为 [安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/2.AdvExps/ e11_PowerSysIdModel/3.StaticThrPartID/No2_0.2to1.mat
- **两种网格：** 原始记录364800条，TIMEms相邻约0.1 ms（10 kHz），跨度约36.48 s；处理后变量7097条，t1相邻约5 ms（200 Hz）。
- **配对规则：** 原始PWM数组与处理后的F1行号相同不代表时刻相同，先按时间对齐再配对；对象配置、滤波与截段规则见该例程Readme.pdf。

先识别各变量的时间网格，再决定哪些输入输出可以配对。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：历史处理代码的读法

滤波和重采样是在改变数据的有效频带

- **处理条件：**片段假设原始输入输出已对齐；fs0、fc、fs1依次是原采样率、截止频率、目标采样率，单位均为Hz。两路同样处理后还需裁首尾暂态；此参数组只适用于本环节。

```
fs0 = 10000; fc = 5; fs1 = 100;
uf = lowpass(u_raw,fc,fs0);
yf = lowpass(y_raw,fc,fs0);
u = resample(uf,fs1,fs0);
y = resample(yf,fs1,fs0);
Ts = 1/fs1;
```

滤波、采样和截段共同定义模型能够解释的动态范围。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：输入输出谱形成频响估计

频域方法直接比较每个频率的幅值和相位

- 令U, Y为指定频率的输入、输出傅里叶量，$*$为复共轭，E为统计平均。互谱$S_{yu} = E[YU^*]$，输入自谱$S_{uu} = E[|U|^2]$。

- 对多段数据平均后求H1（输出输入互谱除以输入自谱）频响。它要求该频率有激励、输入可信，输出噪声与输入不相关；输入噪声或闭环相关明显时，不能当成裸对象频响。

输入谱 S_{uu}

↓

共同变化 S_{yu}

共同变化 ÷ 输入能量

图：逐频比较输入与共同变化

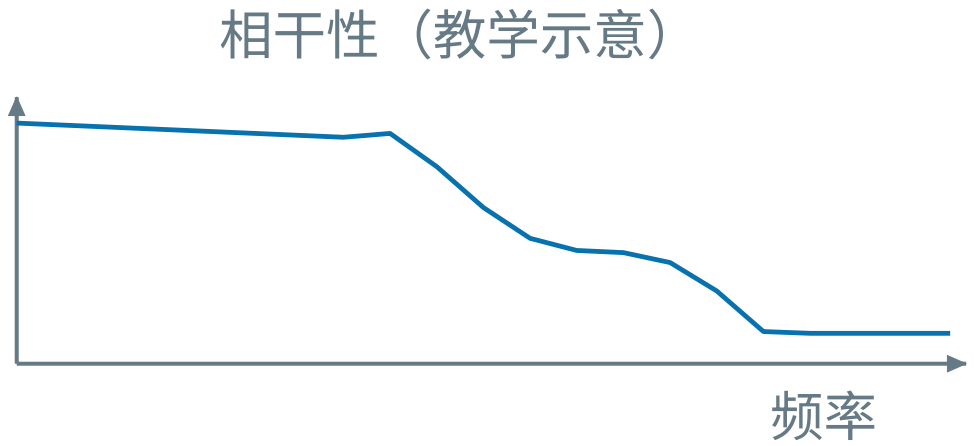
$$\hat{G}_{H1}(j\Omega) = \frac{S_{yu}(\Omega)}{S_{uu}(\Omega)}$$

频域估计先形成响应证据，再选择能够解释它的参数模型。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：相干函数说明何种证据

相干性帮助判断数据是否足以支持频率响应

- S_{yy}为输出自谱，相干性γ^2介于0和1。低值可能来自噪声、非线性、暂态或激励不足；高值也不证明物理参数或边界正确。
- 把频响、相干性、输入谱及重复试验一起看。示意图只在前段有较强激励与共同变化，弱激励区不宜靠提高阶次硬拟合。



图：相干性教学示意

$$\gamma^2(\Omega) = \frac{|S_{yu}(\Omega)|^2}{S_{uu}(\Omega)S_{yy}(\Omega)}$$

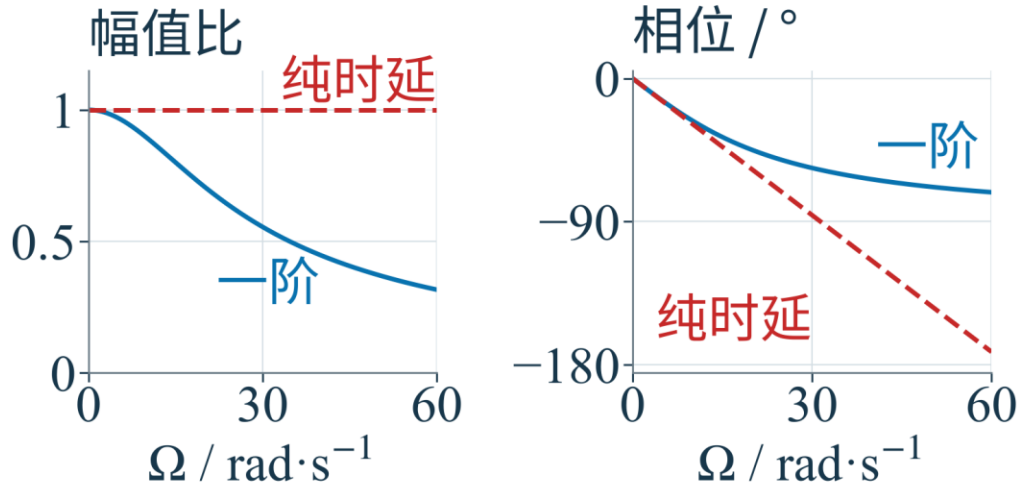
高相干提示共同变化明显，低相干提示该频段需要进一步解释。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：纯时延与惯性环节的相位差别

纯时延与时间常数在频域中留下不同痕迹

- 纯时延L幅值不变，相位为$-\Omega L$；一阶环节同时衰减幅值并改变相位。串联时先由幅值估时间尺度，再查额外相位。

- 取τ=L=0.05 s：60 rad/s处时延相位约−172°、一阶约−72°。对齐错误也会产生类似相位斜率，核对时刻后才归为时延。



图：一阶（蓝）与纯时延（红）的幅相

$$G(s) = Ke^{-Ls}/(\tau s + 1), \qquad \varphi(\Omega) = -\arctan(\Omega\tau) - \Omega L$$

时延主要增加相位滞后，一阶动态还改变幅值。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·电机动态读图

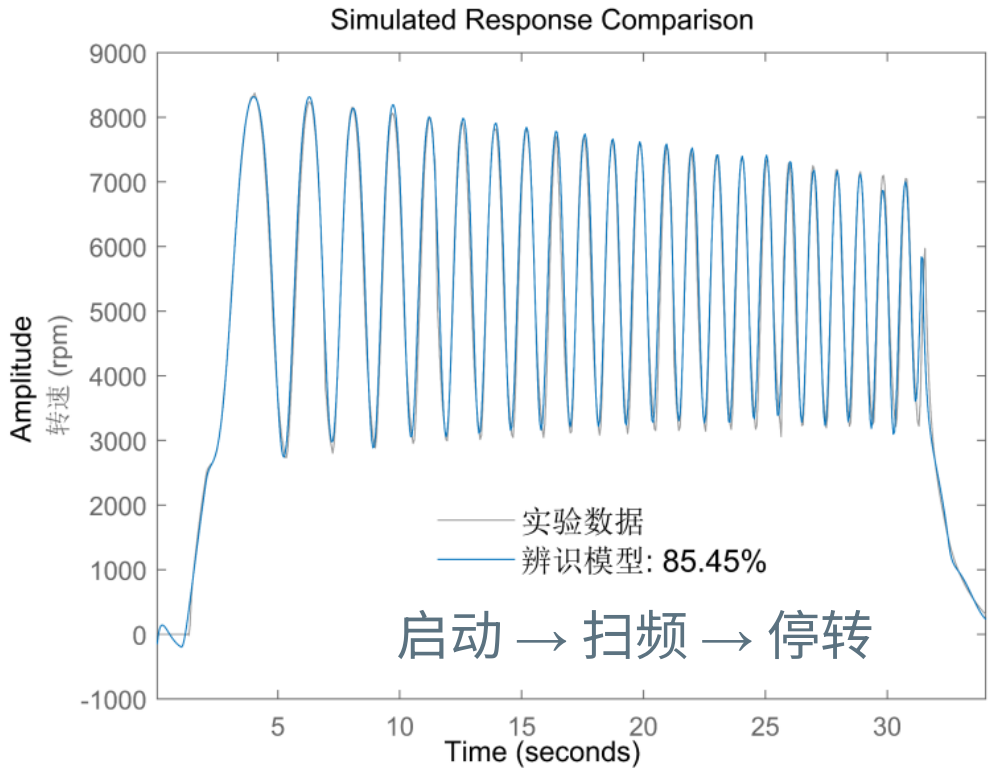
转速模型要同时解释时域追随与频域滞后

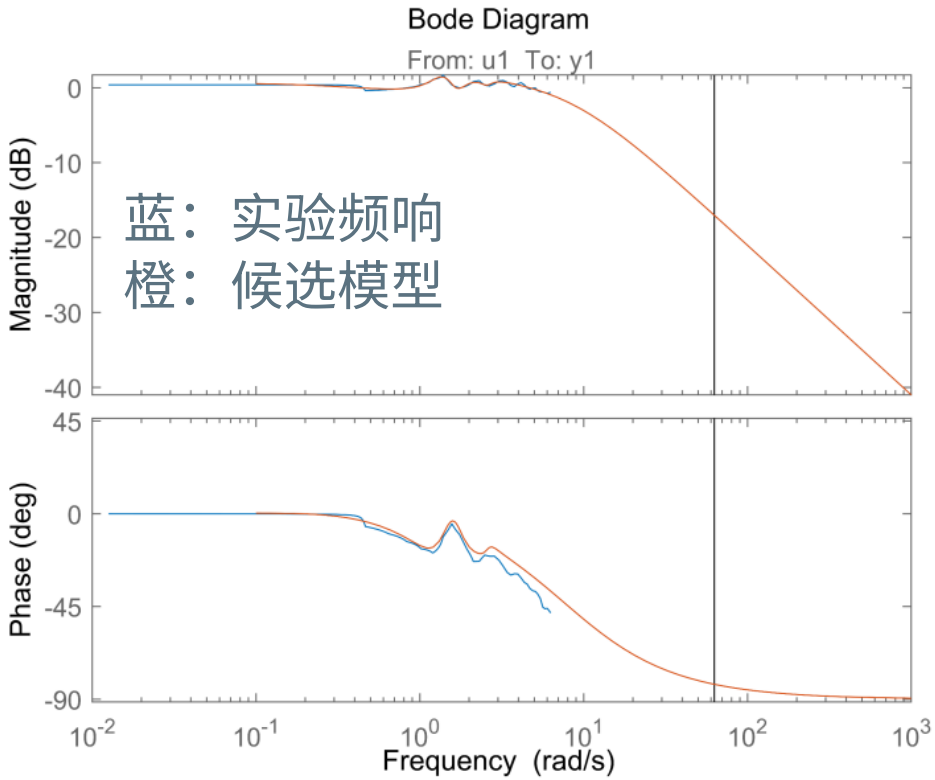
- **电机对照图左侧：**灰线为试验转速，蓝线为候选输出，拟合率85.45%；启动、连续扫频和停转三段都要对上。
- **对照图右侧：**横轴rad/s，蓝线为实验频响，橙线为候选模型；上图读幅值衰减，下图读相位滞后（前置：课件4.4的幅频与相频）。
- **来源边界：**另一张历史资料中的二阶公式对应82.24%文字结果，不能与本图85.45%拼成同一个模型。候选参数、数据区间与图必须成套保存。
- **拟合率：**$\mathrm{FIT} = 100\left(1 - \frac{\|y-\hat{y}\|}{\|y-\bar{y}\|}\right)\%$，100%为完全重合，可为负；分母含义见4.7.5。

时域相近与频域相近必须对应同一候选模型和同一处理版本。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·电机动态读图

电机动态候选：把时域过程与幅相对应起来





图：同一电机候选模型的时域、幅频和相频对照

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·螺旋桨动态读图

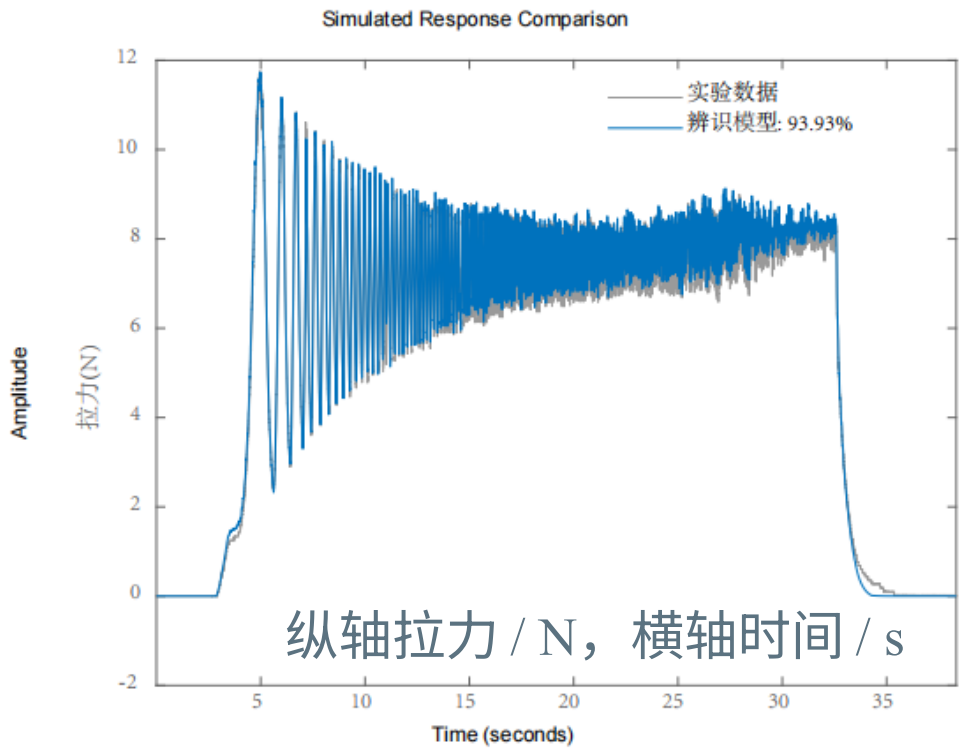
推力动态可以另建一层，但要防止重复计算

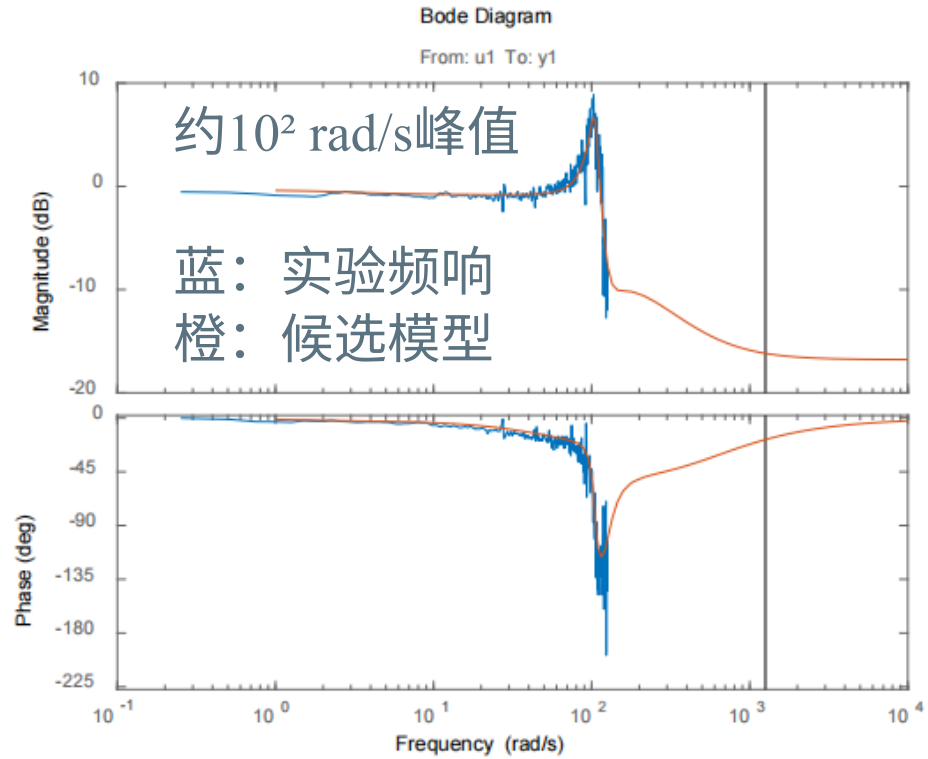
- **输入边界：**这一层以实际转速代入静态曲线得到的目标推力为输入，以测得推力为输出。电机转速滞后已在前层，不能在这里重复套一遍。
- **推力对照图：**左图候选拟合率为93.93%，右图在约10^2 rad/s附近出现明显幅相特征；只按低频稳态增益选模型会漏掉这些动态。
- **候选区别：**e11例程Readme另述六阶94.59%并降为四阶，属于另一处理版本；本图用来识别模型需要解释的现象。

分级辨识通过清楚的输入输出边界，避免重复加入同一动态。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·螺旋桨动态读图

推力动态候选：追随过程与频率峰值都要解释





图：螺旋桨推力候选对照；时域贴合仍需解释频率峰值

4.7.3 频响估计与分级动力模型：真实案例·相关性不等于正向动力学

反扭矩动态拟合失败时，先回到测量链

- **原流程：**手册尝试从静态反扭矩目标预测实测反扭矩，但拟合效果不理想；后续改用反扭矩预测转速得到68.13%的历史拟合率。
- **对象变化：**反过来拟合已改变输入输出边界。图上相关性较高，不能据此把反扭矩到转速模型求逆，再当作转速到反扭矩的可部署正向动力学。
- **诊断顺序：**先检查扭矩传感器零点、量程、噪声与时间同步，再看静态映射和动态激励范围；额外极点只能解释有证据的响应机制。
- **修正原则：**若当前数据不足以稳定辨识该层，保留有依据的静态关系并声明动态缺口，比把高阶黑箱强行接入整机更便于后续验证。

反向拟合能提示数据关系，却不能自动建立可因果实现的正向模型。

4.7.3 频响估计与分级动力模型：拓展·多输入多输出辨识

两路输入为何要看四条响应通道

- 最小例：悬停小扰动，取$u = [\delta\tau_x, \delta\tau_y]^T$，测$y = [p, q]^T$（机体系角速度）；在局部线性、不饱和范围内忽略其他通道。
- 试验：一次只激励一轴，同步记录p、q并重复；另一轴响应若随激励重复变化、超过噪声背景，提示耦合，仍须排除共同扰动。
- 模型：$Y(j\Omega) = G(j\Omega)U(j\Omega)$，$G \in \mathbb{C}^{2\times2}$，四个元素对应两输入到两输出；若用状态空间，则$B \in \mathbb{R}^{n\times2}$, $C \in \mathbb{R}^{2\times n}$。
- 选择：频响矩阵便于看频带与耦合；传递函数便于逐通道解释；共享状态的状态空间便于闭环分析。单通道H1频响是其特例，多输入多输出（MIMO）还需检查激励矩阵秩和相关噪声。

不测交叉响应，就无法判断两轴是否真的可独立辨识。

本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释
教材对应：第4.2.2.4节

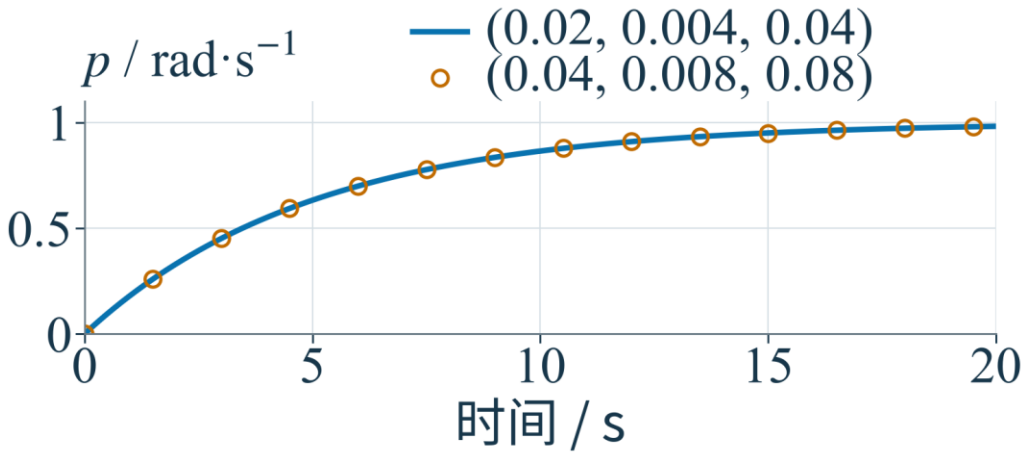
4.7.6 整机对比与飞行修正
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

4.7.4 结构筛选与参数回填：为什么有些物理参数不能分别估计

一条滚转曲线为什么不能总把三个参数分开

- 滚转模型$J\dot{p} + dp = K_M u$中，u无量纲；J为kg·m²、d为N·m·s/rad、K_M为N·m。

- 两组(J, d, K_M)的两个比值$K_M/J = 2$、$d/J = 0.2$相同，输入输出也相同；独立测得J后，才能分别恢复另两项。



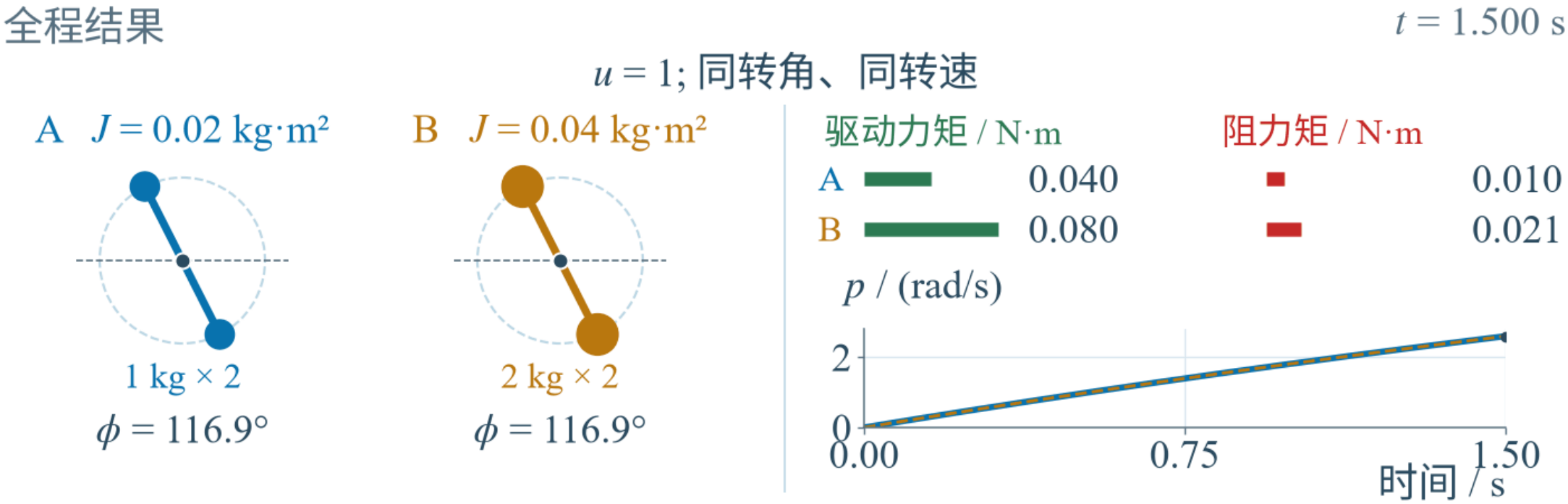
图：两组(J, d, K_M)在同一阶跃下$p(t)$重合

$$\dot{p} = (K_M/J)u - (d/J)p = 2u - 0.2p$$

输入输出可能只决定参数比值，额外测量才能消除歧义。

4.7.4 结构筛选与参数回填：参数同比缩放

惯量与驱动、阻力矩同比变化，转动仍可相同



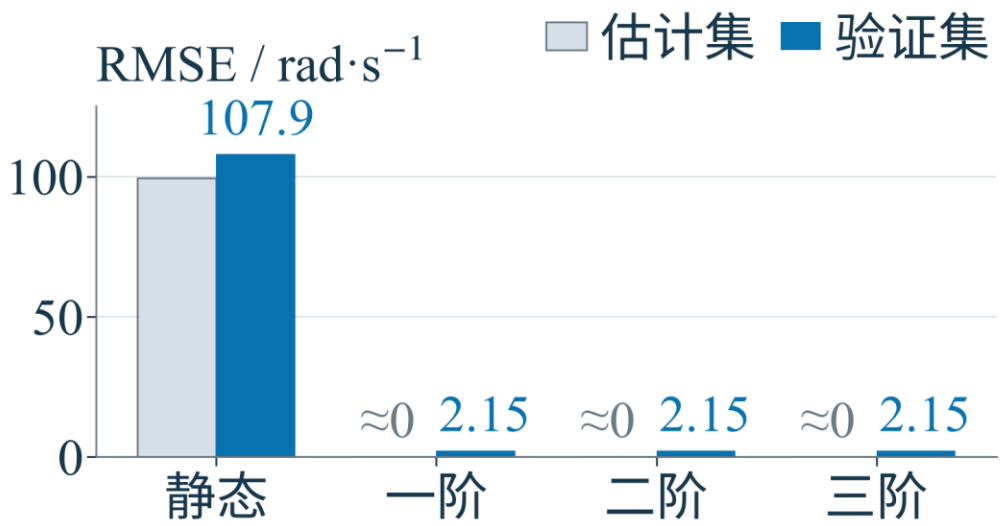
图：固定半径的双质量转子；惯量、驱动力矩和阻力矩同时翻倍

输入输出可能只决定参数比值，额外测量才能消除歧义。

4.7.4 结构筛选与参数回填：先选择合理结构再增加阶次

阶次增加后，用独立数据判断是否值得

- 先在相同数据口径比较误差，再核对物理单位、符号、因果性与范围。更高阶更灵活，也更易外推失效；简单模型够用时不盲目加阶。
- **阶次选择：**静态模型验证误差约108 rad/s，一阶降到2.15；二、三阶新增系数近0、误差不再下降，取一阶。逐层验收见“部件到整机的逐层验收”页。



图：同一教学CSV上各阶候选的自由仿真误差（教学算例）

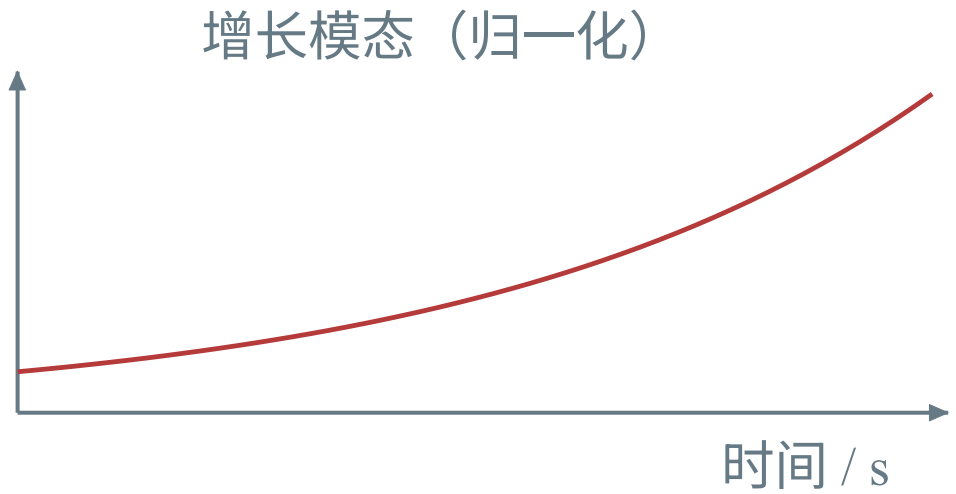
误差较小是必要证据之一，物理结构决定模型能否使用。

4.7.4 结构筛选与参数回填：拟合率高仍可能得到不稳定电机

82.24%的历史拟合率为何仍需检查极点

- 手册二阶电机候选拟合率82.24%，分母为$s^2 + 8.014s - 9.268$。它有正实根1.0253，对应随时间增长的模态。

- 稳定电机在固定输入下应趋于有限稳态，正实极点与此矛盾。保留原系数，回查数据边界与辨识设置；回填前先核对极点，改动符号要登记。



图：正实根的增长模态

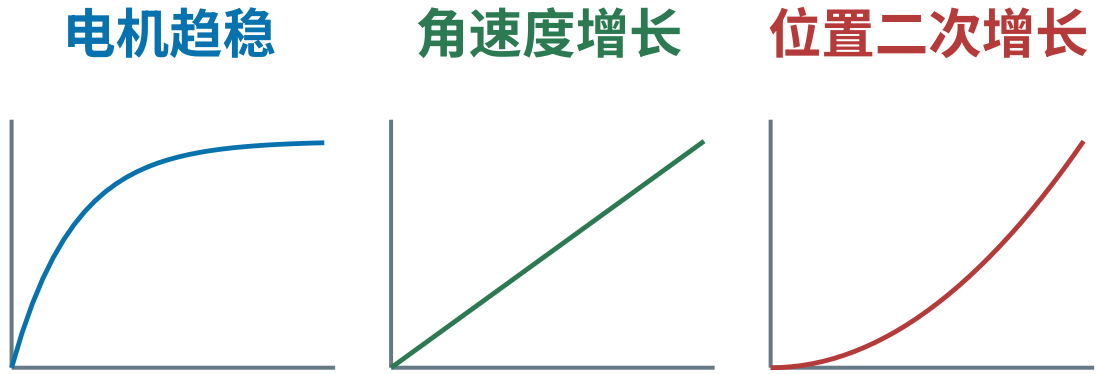
$$s^2 + 8.014s - 9.268 = 0 \quad \Rightarrow \quad s \approx 1.0253,\ -9.0393$$

不稳定极点会引入增长模态，短时拟合不能替代物理核对。

4.7.4 结构筛选与参数回填：电机收敛与刚体积分不是同一判据

同一个极点规则不能机械用于所有运动通道

- 一阶电机固定输入后趋向有限稳态；无阻尼角速度在恒力矩下持续增长，位置在恒净力下有双积分，后两者不能强行拟成稳态曲线。
- 下式位置输入为沿下轴净力增量；若改用向上总推力增量，应取负号。某些本来不稳定的飞行模式由控制器稳定，筛选规则要服从对象。



图：恒输入下的不同响应

$$G_{\text{motor}} = K/(\tau s + 1), \quad G_{M\to p} = 1/(Js), \quad G_{F_D\to z_D} = 1/(ms^2)$$

判断稳定性要先区分执行器、自由刚体与受控系统。

4.7.4 结构筛选与参数回填：不同信号边界的拟合率不能排名

原手册的成功与失败案例要放回各自边界

- 手册开环频域案例在1–5阶中最好43.51%；另一FX200俯仰参考到实际俯仰的闭环三阶模型为85.49%。两次对象与边界不同。
- 后一模型包含控制器，不能替换裸机力矩到姿态关系。这两个数不构成开环与闭环方法的公平排名，更不代表全部通道和工况。

对象边界	模型阶次	拟合率
开环频域案例（不含控制器）	1–5阶中最好	**43.51%**
FX200俯仰闭环：参考角→实际角（含控制器）	三阶	**85.49%**

表：两次历史辨识的边界、阶次与拟合率（手册结果）

拟合数字不同，首先比较辨识对象和数据条件是否相同。

4.7.4 结构筛选与参数回填：只替换一段并保留可比条件

回填一个动力子模型时，要记录哪些变化

- 保存原始模型和参数快照，记录替换的是静态映射、动态滞后、阻力还是其他模块；明确旧值、新值、单位与来源。
- 只有来自同一对象配置的数据，才能支持相应对象的精度改进；把独立台架模型接到教学整机时，应明确为假设的组件替换。
- 回填后检查悬停输入、方向、饱和、接口与求解设置；再保持相同输入、初态和步长比较响应。



图：从参数表到可比较的模型修订

参数回填是一项受控模型修改，应保留前后可比条件。

4.7.4 结构筛选与参数回填：部件到整机的逐层验收

静态、动态和整机检查怎样形成逐层证据

- 静态检查验证零点、稳态增益和饱和范围；动态检查比较上升、延迟与频响；两者分别回答目标值和响应速度是否合理。
- 整机检查还要关注合力矩、坐标转换、接触条件和状态积分；子模型拟合良好不代表这些连接都自动正确。
- 若修订后误差减少，同时参数物理性、接口与独立条件检验成立，才可在声明工况内说模型预测得到改善。

先证明子模型接得正确，再判断整机响应是否改善。

本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释
教材对应：第4.2.2.4节

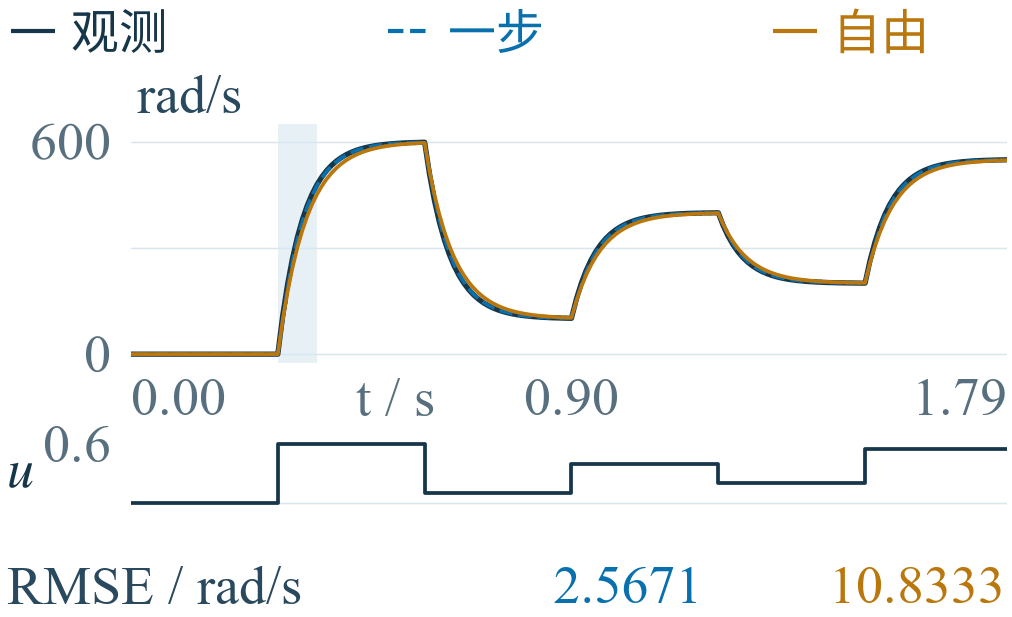
4.7.6 整机对比与飞行修正
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

4.7.5 独立验证与误差解释：自由仿真与一步预测的区别

仿真响应与一步预测为什么会得到不同误差

- 自由仿真只用初态与连续输入，后续不断推进自己的状态，偏差会累积；适于检验完整轨迹再现能力。

- 一步预测持续利用历史测量修正预测依据。比较时须统一预测步数、初态与数据范围，不能用一步预测拟合率替代长时自由仿真。



图：冻结同一模型，比较两种递推起点

仿真累计自身误差，预测可以利用已测历史修正下一步。

4.7.5 独立验证与误差解释：RMSE的计算与单位

平方平均后开方，误差仍用原量纲

- 同一时刻的$e_k = y_k - \hat{y}_k$先平方、求平均、再开方，RMSE保留原单位；正负误差不会相互抵消。
- 教学高度误差0.1、−0.2、0.1 m，平均误差为0而RMSE为0.1414 m。不同通道分别报单位，才能与任务允许偏差比较。



图：三次高度误差

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{e_1^2 + \cdots + e_N^2}{N}}, \qquad \sqrt{\frac{0.1^2 + 0.2^2 + 0.1^2}{3}} = 0.1414\,\mathrm{m}$$

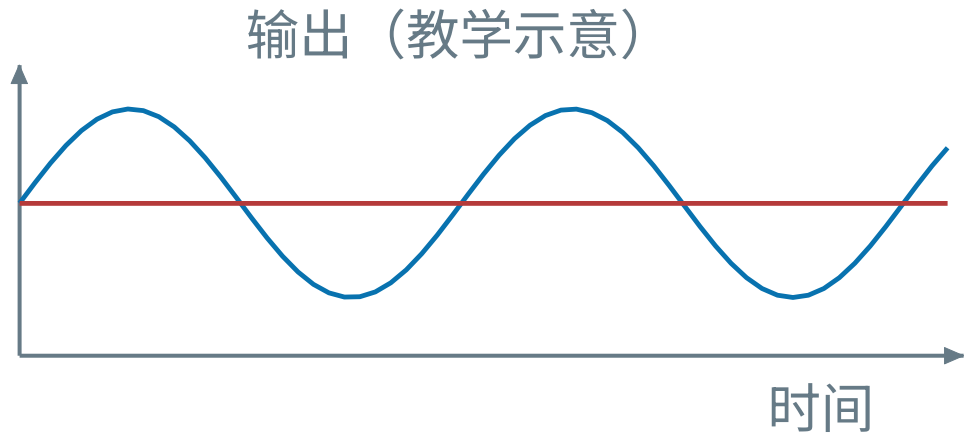
有单位的误差能直接联系任务允许的偏差。

4.7.5 独立验证与误差解释：拟合率的分母与退化情况

拟合率的分母决定它在比较什么

- 归一化拟合率用模型误差与“始终预测整段均值”的误差比较；比均值还差时可为负，严格常值输出使分母为零。

- 教学新输入验证按下式为98.917%，RMSE为2.148 rad/s。两者连同序列、单位与自由仿真口径报告；单个百分比不能替代模型适用范围。



图：红线为均值预测

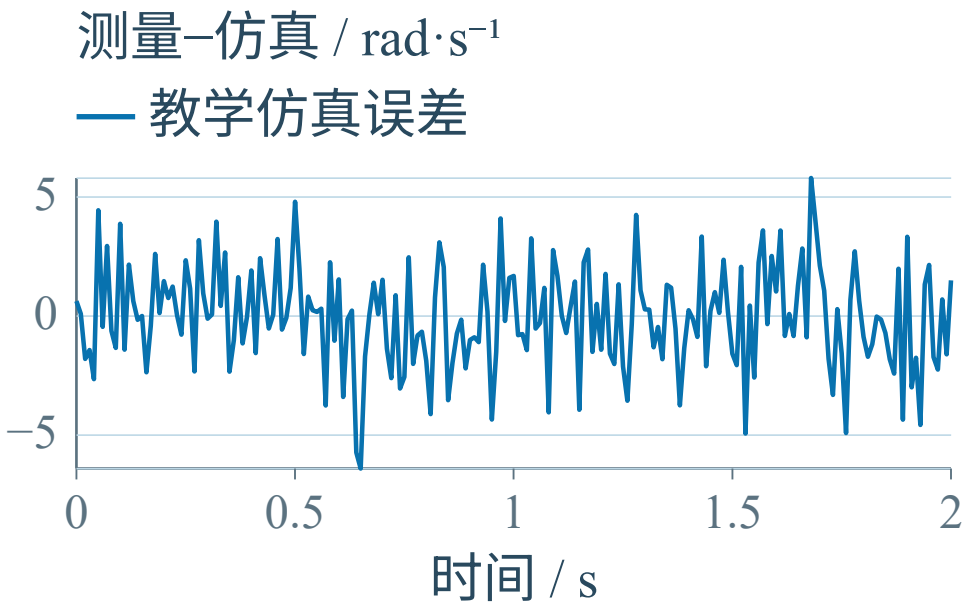
$$\mathrm{FIT} = 100\left(1 - \frac{\| \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \|_2}{\| \mathbf{y} - \bar{y}\mathbf{1} \|_2}\right)$$

归一化拟合率相对输出波动评价误差，常值段可能失去意义。

4.7.5 独立验证与误差解释：从误差形状找模型缺项

误差曲线的形状比一个总数字提供更多线索

- 持续偏差提示零点或增益，每次切换后的尖峰提示对齐、时延或遗漏动态；随幅值系统变大可能是非线性，周期结构可能是未解释的激励响应。
- 本图误差来自设定的独立随机噪声，没有重复结构；真实数据的原因还要结合输入、残差定义和独立试验判断。



图：教学验证误差，测量减自由仿真

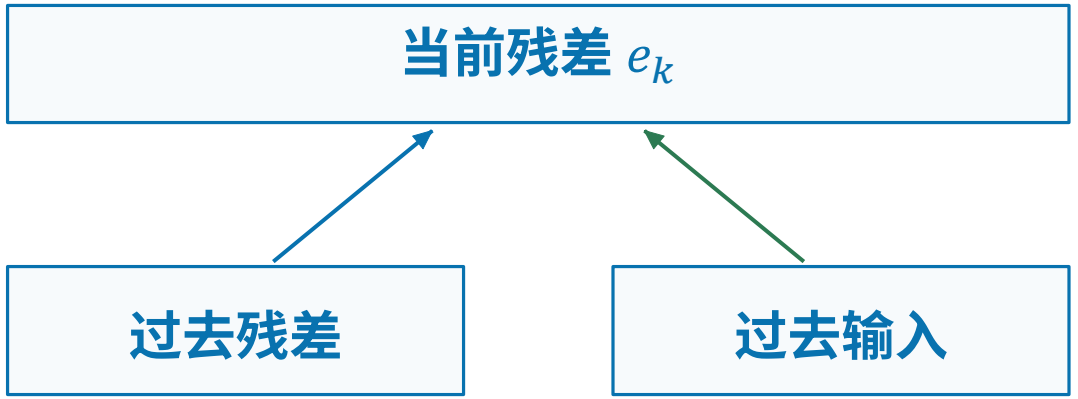
偏置、延迟和遗漏动态会留下不同的时间结构。

4.7.5 独立验证与误差解释：残差相关与闭环噪声

残差分析检查的是模型还遗漏了哪些可预测信息

- 辨识工具中的残差常指一步预测误差，并非总是测量减自由仿真。讨论“像白噪声”前，先声明预测器与噪声模型。

- 与过去残差相关，可能遗漏可预测动态；与过去输入相关，可能漏建输入关系。闭环噪声会影响后续输入，不能将所有正负时滞相关都机械判失败。

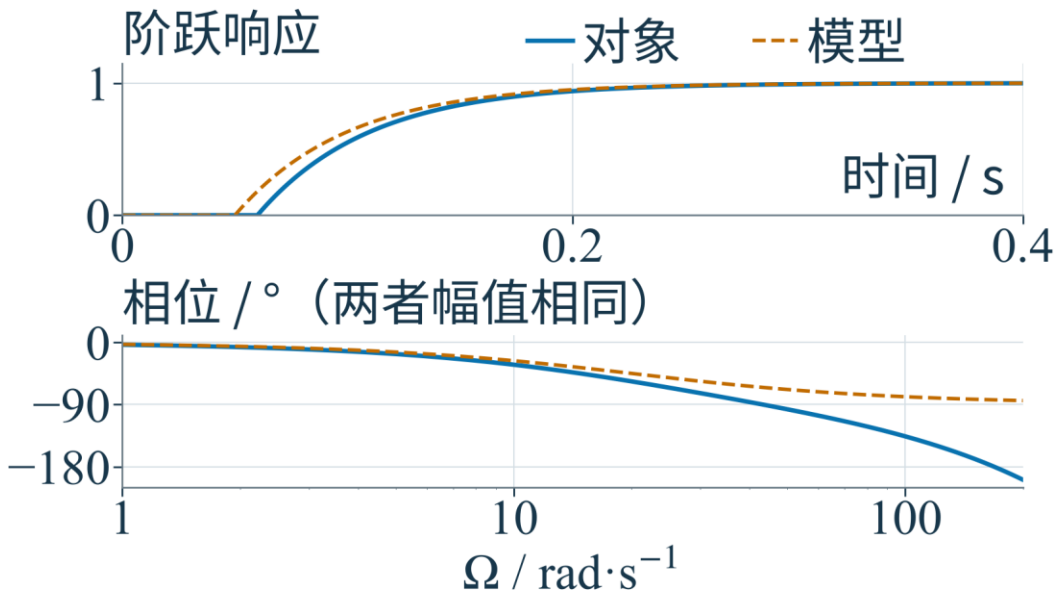


图：先定义误差，再看它与过去信息的关系

残差的定义和反馈条件决定相关性应怎样解释。

4.7.5 独立验证与误差解释：时域轨迹与频域幅相的分工

运动轨迹与幅相响应检验不同的模型误差



图：多10 ms时延时阶跃几乎重合，100 rad/s处相位差约57°（教学示意）

- 时域比较稳态差、上升、超调、延迟和RMSE，前提是相同输入、初态与量测口径；频域另核幅值、相位与可信频带。
- 轨迹整体接近，某频段相位仍可能明显偏差。低频匹配不能自动支持快速机动或高频控制用途，验收应回到模型要完成的任务。

时域看具体运动，频域看不同快慢响应是否匹配。

本章目录

动态系统辨识、验证与模型修正

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 6 个教学单元

4.7.1 辨识边界、激励与数据
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.2 一阶动态模型辨识
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.3 频响估计与分级动力模型
教材对应：第4.1.4.3、4.2.2.4节

4.7.4 结构筛选与参数回填
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.5 独立验证与误差解释
教材对应：第4.2.2.4节

4.7.6 整机对比与飞行修正
教材对应：第4.2.2.4节（图4.13）

4.7.6 整机对比与飞行修正：教材平台中的整机对照

在环与实飞要同时比较运动结果和控制输入



(e) 四旋翼HITL仿真测试



(f) 四旋翼真实飞行测试

- 图(e)将实物自驾仪接到仿真对象，图(f)是真实飞行；比较前须登记配置、载荷、电压、风及控制器设置。
- 比较时既对齐运动状态，也比较PWM等控制输入；本单元FX200曲线取自手册历史试验，换新配置需重新验证。

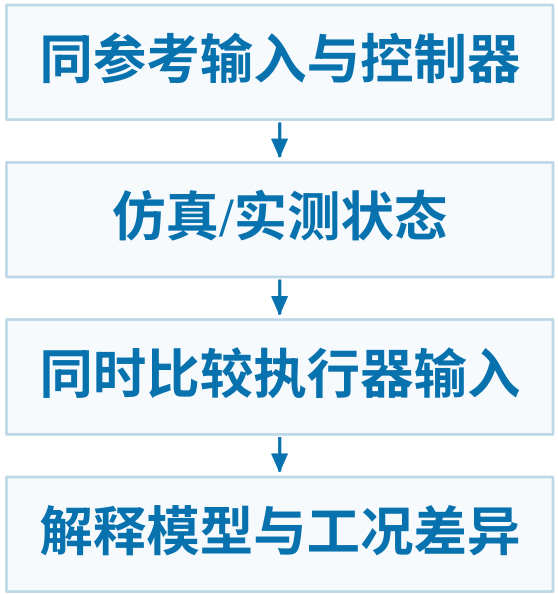
图4.13(e)(f) 硬件在环与真实飞行测试（局部）

整机对照同时检验对象、接口、传感器和控制器组成的连接。

4.7.6 整机对比与飞行修正：状态与执行器输入联合检查

整机轨迹相近，还要比较控制输入付出了多少

- **对齐任务：**在相同速度指令下，按指令切换等共同事件对齐时标；记录载荷、电压、风、控制参数和测量来源。
- **联合量化：**比较速度峰值、收敛时间，以及同一阶段各路PWM的均值和峰值；保留各自单位。
- **定位差异：**若状态误差小而输入偏置持续，先核控制器设置、供电与推力映射，再用同条件新片段复核。



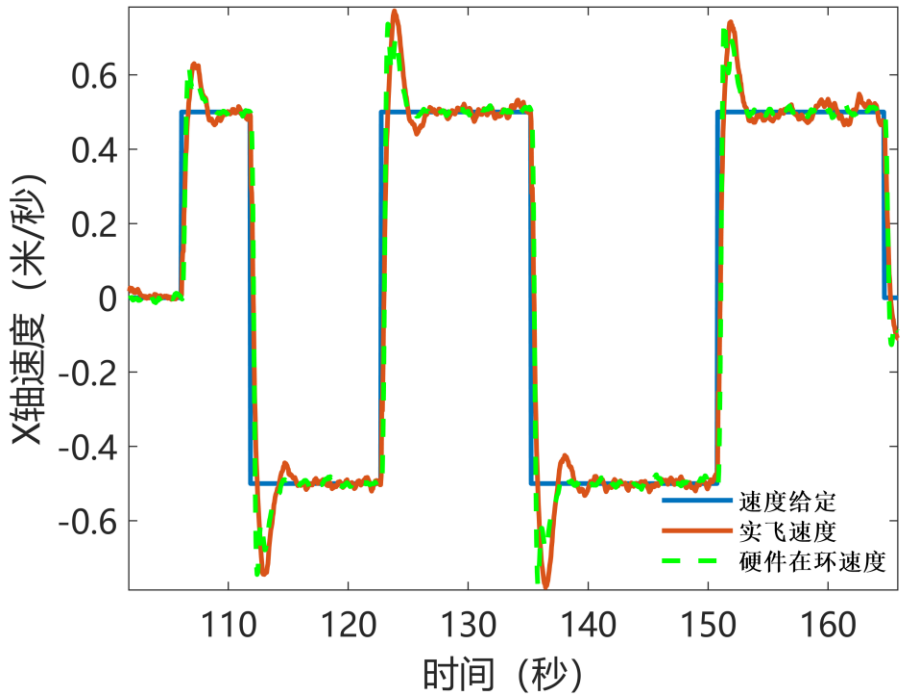
图：联合比较状态与输入

强控制可能掩盖对象差异，状态与输入应联合验证。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·FX200阶跃验证

FX200阶跃速度：在同一时间轴比较三条曲线

- **读图：**蓝线为给定，橙线为实飞，绿虚线为硬件在环；在同一时间段比较方向、峰值、过渡与稳态，不分别平移曲线。
- **观察：**两种响应都能跟踪约±0.5 m/s的阶跃，主要峰值和收敛过程接近；实飞的细小波动仍与模型有差别。
- **下一步：**再看各通道为这条速度曲线付出的控制量，见“由输出回查动力模型”页。



图：FX200历史阶跃速度指令与实飞、硬件在环响应

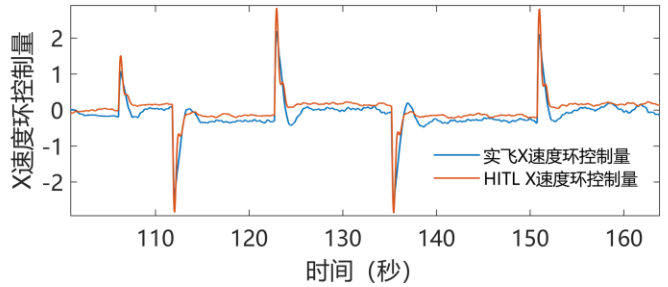
4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·由输出回查动力模型

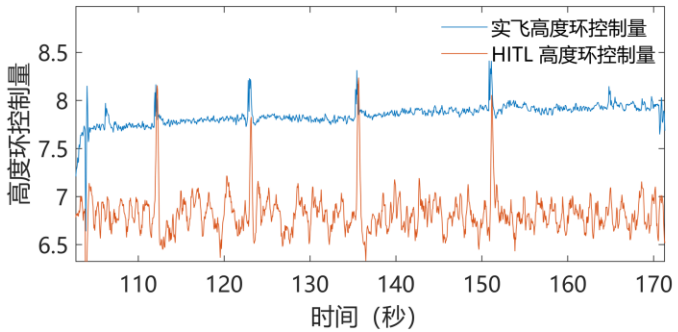
速度很接近，控制量却还存在系统差异

- **横向控制：**上图实飞与硬件在环（HITL）的瞬态峰值大体接近，平台段仍有偏置，见速度环控制量放大图。

- **高度通道：**下图实飞约7.8、HITL约6.8，且HITL波动更大。图轴仅写控制量，未给物理单位，不能直接把差值解释成1 N。

- **诊断方向：**先核对该控制量的定义、质量、电压和推力标定，再查风、地效及日志处理；单凭此图不能唯一归因于某个系数。



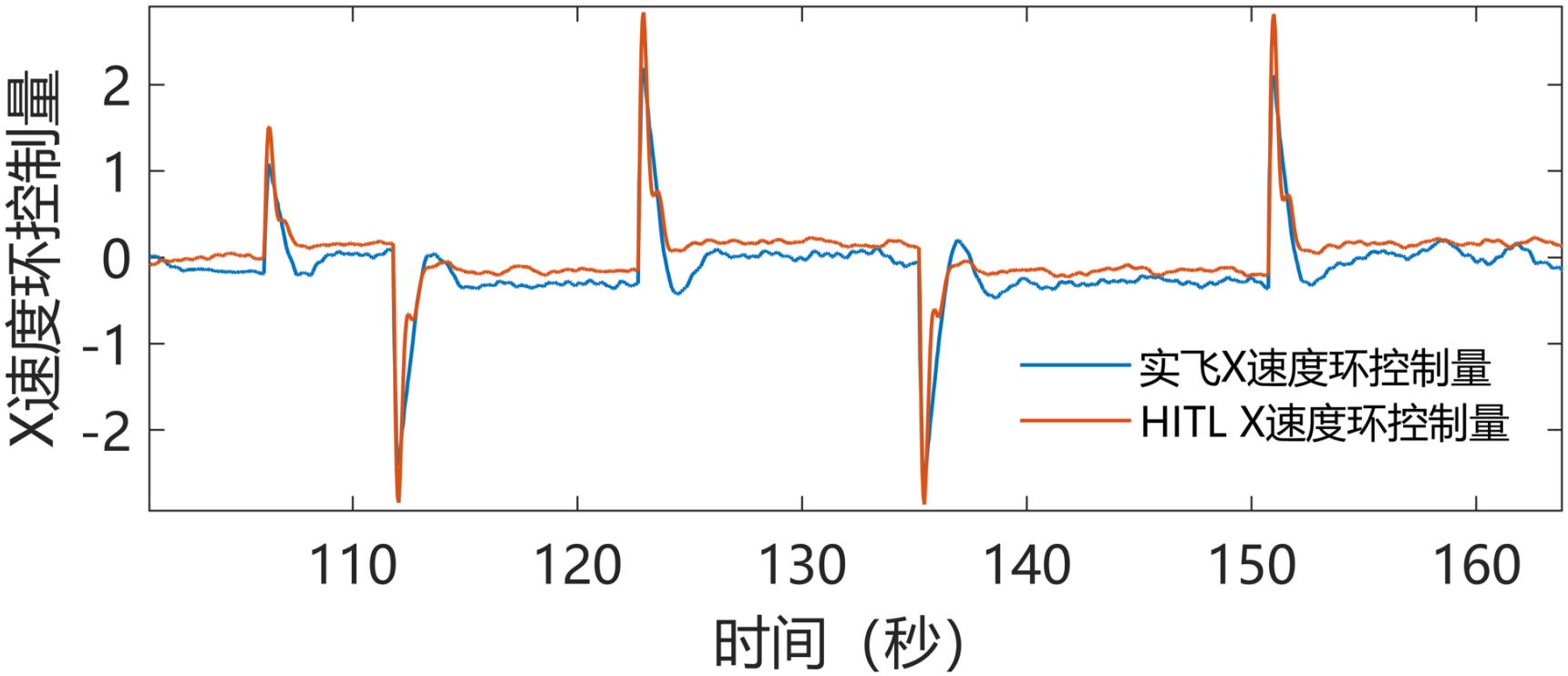


定位图（手册图94）：上为速度环，下为高度环；放大见速度环、高度环控制量两页。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·由输出回查动力模型

速度环控制量：峰值接近，平台仍有偏置

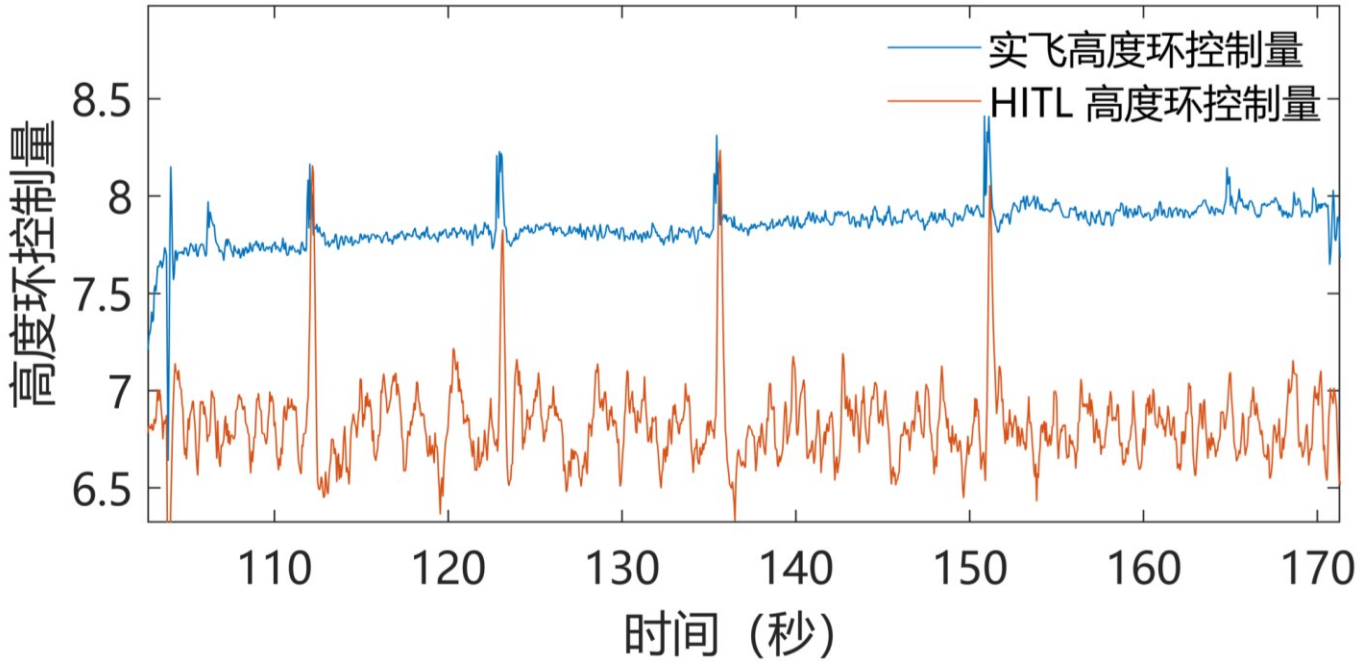
瞬态峰值接近　　平台偏置：动力模型差异的线索



图：FX200速度环控制量对照（手册图94上半局部）

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·由输出回查动力模型

高度环控制量：持续均值差需要继续追踪



实飞约7.8

HITL约6.8，
波动更大

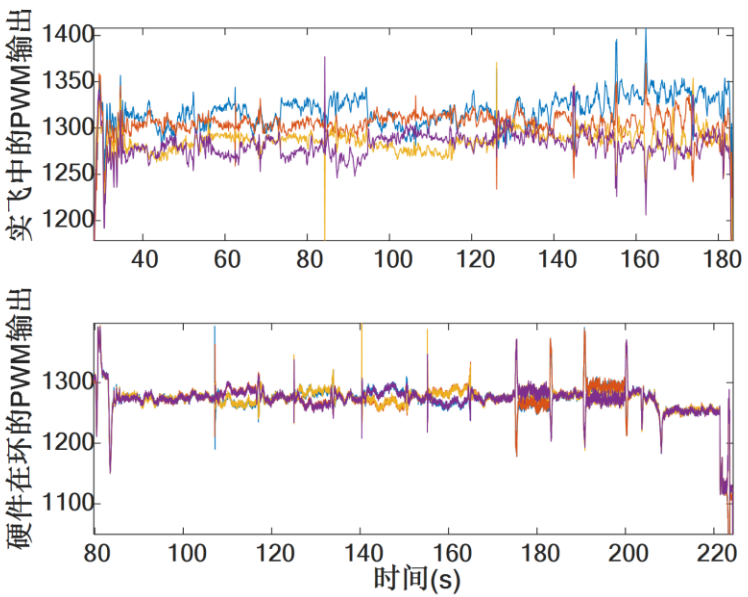
图：FX200高度环控制量对照（手册图94下半局部）

高度控制的持续差值值得追查，解释为力差前须先确认量纲。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·输入侧的进一步证据

四路PWM分布为质心与安装检查提供线索

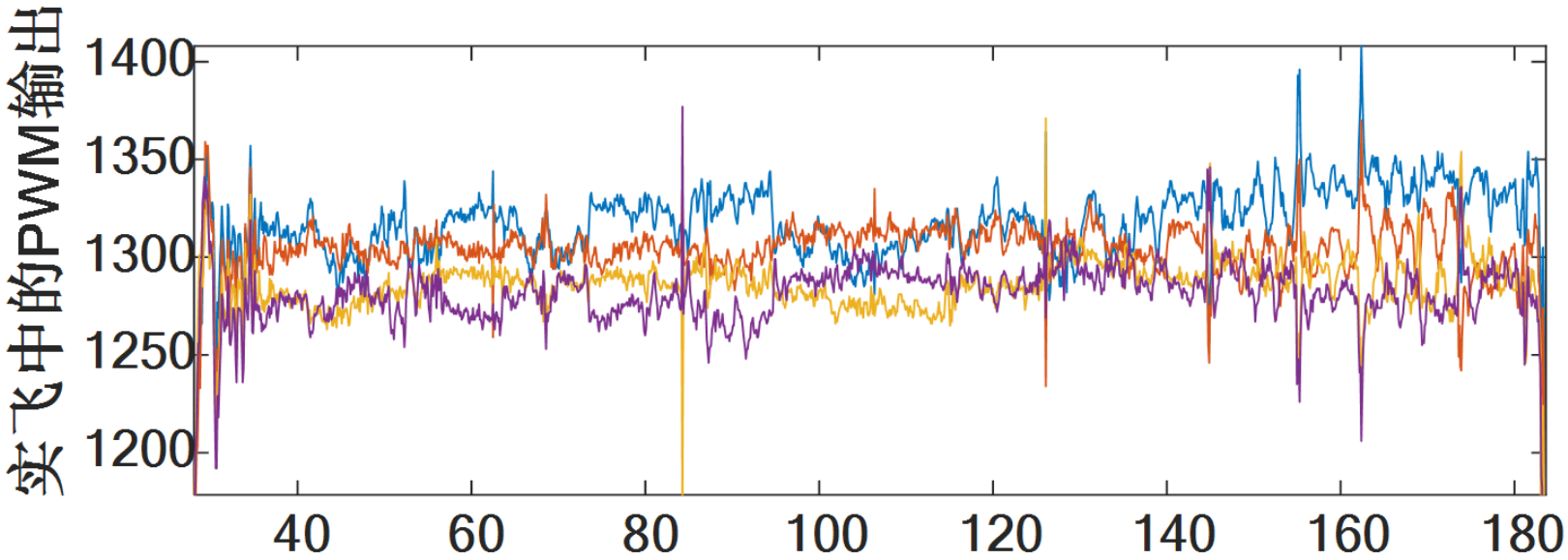
- **读图：**上半为实飞，下半为HITL；四路PWM均在约1300附近，但实飞各路均值更分散，模型各路更集中。
- **物理解释：**不等推力可能抵消偏心矩或安装误差，理想对称模型的各路指令则更接近；这一解释仍需几何测量与标定证据。
- **比较边界：**上下时间范围不同，先比较分布与量级；逐点相减前，应按同一参考事件对齐，并核对指令、初态和控制配置。



定位图（手册图99）：上为实飞，下为HITL；放大见实飞、硬件在环四路PWM两页。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·输入侧的进一步证据

实飞四路PWM：各通道长期均值并不相同



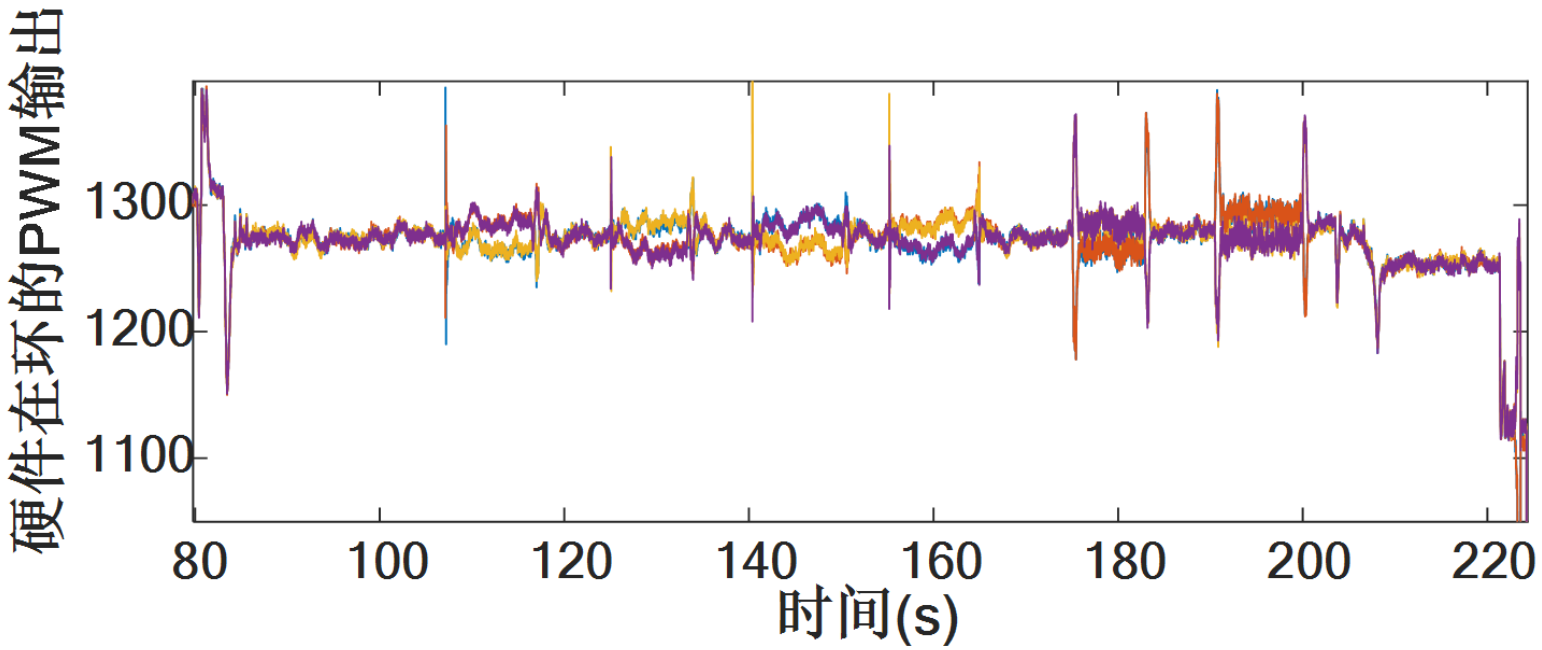
四路长期均值
彼此分开

图：FX200实飞记录的四路PWM（手册图99上半局部）

四路输入分布不同；几何、安装与动力差异需要独立测量确认。

4.7.6 整机对比与飞行修正：整机案例·输入侧的进一步证据

硬件在环四路PWM：对称模型中的指令更集中



四路更集中；
时间从约80 s起

图：FX200硬件在环记录的四路PWM（手册图99下半局部）

上下记录时间范围不同，应先比较分布，再按共同事件对齐。

4.7.6 整机对比与飞行修正：飞行修正·从姿态和空速估阻力

用稳定平飞把阻力估计变成力平衡问题

- **条件：**取无侧滑、偏航对齐的稳定前飞片段，速度与高度近似不变；机体前向倾斜的角度幅值为α。忽略其他竖向气动力时$T\cos\alpha = mg$。
- **推导：**水平方向有$D = T\sin\alpha$，因此$D = mg\tan\alpha$。取前向空速$v_a > 0$，多个稳定点可拟合$D = c_1 v_a$或$D = c_2 v_a|v_a|$等候选。
- **教学算例：**$m = 2\,\mathrm{kg}$、$g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$、$\alpha = 5°$时$D \approx 1.715\,\mathrm{N}$；若真实空速5 m/s，则$c_1 = D/v_a \approx 0.343\,\mathrm{N\,s/m}$。
- **真实边界：**手册飞行数据存在风，地速减均值并不能消除风。应测量或估计相对空速；单一速度点也不能区分线性和平方阻力。

稳态受力平衡能约束阻力，但空速和工况决定参数的物理意义。

4.7.6 整机对比与飞行修正：飞行修正·回填与再次验证

把飞行配平条件作为静态推力修正证据

- **可用片段：**从高度、速度和姿态稳定的片段取均值，并登记电压、载荷、地效与来流。加速段包含惯性力，不能直接套稳态受力平衡。
- **线性工作区：**狭窄工作区内每桨取$T_i = k_u u_i + c_0$（u_i为归一化指令，k_u、c_0为斜率与截距），四桨求和得总推力。
- **形成样本：**每个稳定片段取一次均值，形成下面一行方程，ϕ、θ为滚转角与俯仰角；多片段堆叠成矩阵，联合求k_u与c_0。

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{4} u_i & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_u \\ c_0 \end{bmatrix} \approx \frac{mg}{\cos\phi \cos\theta}$$

飞行修正把部件参数放回整机平衡中检验，再用新工况决定是否保留。

4.7.6 整机对比与飞行修正：飞行修正·可辨识性与验收

飞行修正后，换一组片段决定是否保留

- **信息不足：**所有片段都在同一油门附近时，回归行彼此相似，斜率与截距难以分别确定。先利用台架约束部分参数，或增加可比较的工作点。
- **冻结模型：**修正只使用事先指定的估计片段；得到参数后冻结，再用未参与修正的飞行片段比较速度、姿态与执行器输入。
- **排除混杂：**登记控制器、载荷、电压、风与地效。若模型参数和控制配置同时变化，响应改善就无法单独归因于这次动力修正。
- **案例结论：**手册展示了平衡约束修正与状态、控制量联合对比的思路；其项目常数只适用于原机型，迁移前要重新标定并用独立片段验收。

参数修正与独立验收分开，才能确认模型在新工况下是否改善。

4.7.6 整机对比与飞行修正：交出模型、验证证据与适用工况

阶段实验A2：交出能重算的参数、模型和验证边界

- **基础二选一：** e11静态数据重算拟合，或教学CSV动态估计与新输入验证；扩展：选一幅历史曲线，写出信号边界、处理条件与结论。

- **提交与自查：** 单位、估计规则、冻结模型、独立输入、误差与适用区间，结果应与右图一致；A2是第四章第二次阶段实验，序列见课件4.3「阶段实验A1・执行器与合成」页。

真实静态（e11台架）

91档：$c_T \approx 2.657 \times 10^{-5}\ \mathrm{N/(rad/s)^2}$

教学动态CSV

a≈0.81873，b≈181.27，FIT≈98.917%

图：两条路线的自查值

模型、数据、误差和适用条件共同构成辨识成果。

课堂练习

用新数据练习参数换算、系数判断与误差指标

- **练习1（参数换算）**：$T_s = 0.02$ s的电机数据估得$a \approx 0.81873$、$b \approx 362.54$，求τ与K，并与4.7.2的教学对象比较。
- **练习2（系数判断）**：$T_s = 0.01$ s时另一段数据估得$a \approx 1.02$。它对应怎样的自由响应？应先检查哪些环节？
- **练习3（误差指标）**：验证段三点测量y=0、10、20 rad/s，自由仿真$\hat{y}$=1、9、21 rad/s，求RMSE与拟合率。
- **练习4（对象边界）**：定高飞行辨识出“高度设定值→实际高度”模型，拟合率92%。它能否替换“总拉力→垂向加速度”模型？应记录哪两路信号？

参考要点

参数换算、系数判断与误差指标的参考要点

- **练习1：** $\tau = -T_s/\ln a = 0.1\ \mathrm{s}$，$K = b/(1-a) \approx 2000\ \mathrm{rad/s}$。$a$与4.7.2相同而采样周期加倍，$\tau$也加倍；只看$a$会把两个对象当成同样快。
- **练习2：** $a > 1$对应正实极点，自由响应随时间增长，稳定电机不应如此；先查时间对齐与时延、闭环相关、噪声与模型结构，τ公式此时不适用。
- **练习3：** 误差为−1、1、−1，RMSE=1 rad/s；误差范数$\sqrt{3} \approx 1.732$，输出相对均值的波动范数$\sqrt{200} \approx 14.142$，拟合率≈87.75%。
- **练习4：** 不能。输入是高度设定值，模型含高度控制器与反馈，92%只反映闭环跟踪；应记录电机转速（换算总拉力）与垂向加速度，在相同工况下另行辨识。

本节小结

边界、激励、估计、冻结、独立验证与修正

- **本节方法：**先圈定输入输出边界与工况，设计阶跃或扫频激励并按时间戳对齐；用相邻样本最小二乘或频响估计得到候选，冻结后用未参与决策的数据自由仿真；整机再联合比较状态与控制量，修正后换片段复验。
- **关键判断：**稳定无时延一阶满足$0 < a < 1$；正实极点对应增长模态；低相干频段不硬拟合；拟合率的分母是输出相对均值的波动，可为负。
- **易错点：**把参考到输出的闭环关系当裸对象；把时间对齐错误当成时延；用一步预测替代自由仿真；拿不同信号边界的拟合率排名；把训练误差当独立验证。
- **衔接：**课件4.8把建模与验证方法用到其他典型载具；阶段实验A4在课件4.12完成一次模型改动并独立验证。

辨识成果是带边界的模型：冻结后用独立数据验证，再决定是否修正。