



4.6 参数测量与静态模型辨识



本章目录

参数测量与静态模型辨识

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识**
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.6.1 参数来源与物理测量

教材对应：第4.2.2.1、4.2.2.4节

4.6.2 稳态数据与单位

教材对应：第4.2.2.4节（例程e11台架数据）

4.6.3 最小二乘与推力拟合

教材对应：第4.1.4.4节式(4.29)、第4.2.2.4节

4.6.4 整体与分级静态模型

教材：4.2.2.4节（整体与分级静态模型）

4.6.5 复现、回填与适用范围

教材：4.2.2.4节（参数回填与适用范围）



4.6.1 参数来源与物理测量：方程怎样落到具体对象

用同一推力比较，先分清参数、初态与输入

- 方程给计算规则，参数把规则落到对象。质量 m 与惯量 J_x 描述对象；初始高度和速度描述起点；推力时序描述输入。
- 结构已知时，可测参数直接测量，其余由数据辨识（灰盒）；结构未知时由输入输出辨识结构与参数（黑盒）。最后用未参与调参的数据验证。



图：同一推力，质量不同则合力不同

参数必须与对象和工况对应，方程才有明确的预测对象。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.1 参数来源与物理测量：白盒、灰盒与黑盒

按结构与参数是否已知，模型分为白盒、灰盒、黑盒

- **教材第4.2.2.1节：**模型由结构与参数组成。结构是变量及其关系，如微分方程、传递函数；参数是填进结构的数值，如质量、阻尼、增益。三类模型的电机实例对照见课件4.1「系统模型类型」页。

白盒

- **定义：**结构和参数都已知，由力学等第一性原理推导方程。
- **工具：**Simscape、Gazebo有电机、电调等组件；实际没有完全的白盒。

灰盒

- **定义：**结构已知，部分参数可测或可推导，其余由实验数据辨识。
- **例：**多旋翼的质量、惯量可测，拉力系数、气动阻力要辨识。

黑盒

- **定义：**结构和参数起初都未知，由输入输出数据学习行为，如ARX、NARX。
- **代价：**物理约束少，过拟合风险更高。

- 本节的推力拟合属于灰盒：结构 $F = c_T \omega^2$ 来自物理， c_T 由台架数据估计。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.1 参数来源与物理测量：教学参数、模板参数与实测参数

一张参数来源表应使别人能重现你的模型

- 参数记录必须带数值、单位、对象配置和取得方式；换桨、电调或供电后，即使电机型号相同，旧映射也可能失效。

档案	质量	c_T , N/(rad/s) ²	对象配置	取得方式	来源
入门模型	2 kg	2×10^{-5}	教学假设的四旋翼刚体	设定值	课件4.3
e12模板	1.4 kg	1.105×10^{-5}	e12_ModelTempId 四旋翼模板	Init.m中的设定	课件4.5
FX450记录	不适用	2.657×10^{-5}	单桨动力组合, 22.3–25.0 V供电	台架记录拟合	e11例程 Static_data.mat
FX200案例	未单列	未单列	手册FX200整机	历史实飞与硬件 在环记录	课件4.7

数值、单位、来源和配置一起构成可用参数。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.1 参数来源与物理测量：测量平台总览

教材实验平台：从部件测量走向整机对照



- (a) **载具**：登记电池、桨与载荷配置，测质量、质心与惯量。
- (b) **推力台架**：固定动力组件，同步记录指令、转速、推力与反扭矩。
- (c)(d) **风洞**：控制来流速度与安装角，测气动力。
- (e) **硬件在环 (HITL)**：飞控硬件接仿真模型，记录闭环响应。
- (f) **实飞**：在真实环境中飞同一任务，与(e)对照；(e)(f)在课件4.7详讲。

图4.13 基于RflySim的无人机系统辨识软硬件平台

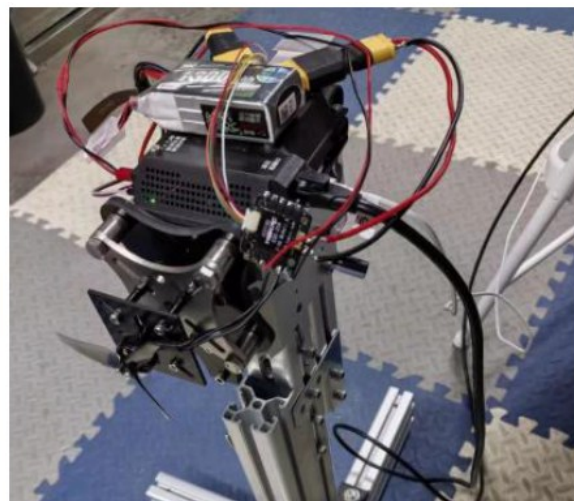
每种试验控制不同条件，记录共同约束模型的适用范围。

4.6.1 参数来源与物理测量：台架的输入输出边界

台架把指令、转速与推力放在同一条测量链上



(a) 飞思J200四旋翼无人机



(b) 电机推力测试架

图4.13(a)(b) 载具与电机推力测试架（局部）

- 图(a)先登记电池、桨和载荷配置；图(b)固定动力组件，用同一时刻的指令 u 、转速 ω 与推力 F 建立数据对。
- 稳态段可拟合 $F = c_T \omega^2$ ；同时保留 $u \rightarrow \omega$ 关系，就能判断误差来自指令到转速，还是转速到推力。

固定对象并观察中间转速，才能分清电机映射与旋翼推力。

4.6.1 参数来源与物理测量：来流与环境条件

风洞把相对来流变成可控制的试验条件



(c) 无人机风洞测试设备



(d) 风洞内部安装图

图4.13(c)(d) 风洞设备与载具安装（局部）

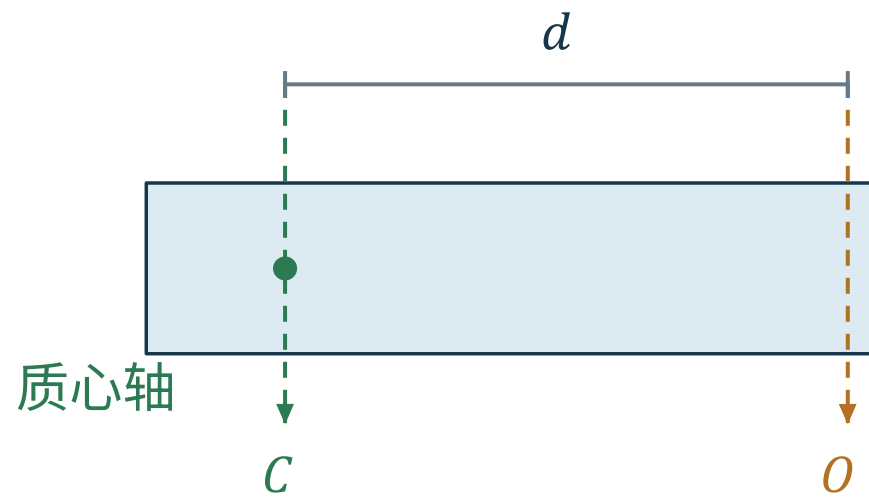
- 图(c)(d)：改变来流速度或安装角，测受力变化。已知外形时也可先用计算流体力学（CFD）估算，再用风洞校核。
- 相对气流 $\mathbf{v}_a = \mathbf{v} - \mathbf{v}_w$ 进入模型；受力数据要与来流、姿态和参考面积一起解释，才能估计气动系数。

改变来流并观察受力变化，才有依据建立气动关系。

4.6.1 参数来源与物理测量：质量、质心与几何量

质量、质心和几何尺寸怎样进入动力学

- 完整试验配置一起称重，包含电池和载荷；用支承平衡或多次悬吊定位质心，执行器位置随后改以质心为原点。
- 惯量换平行参考轴时增加 md^2 ，其中 d 为轴间垂直距离。机臂、对角间距与轴向投影也须分清，不能把尺量长度直接互换。



图：平行移动惯量参考轴

$$J_O = J_C + md^2$$

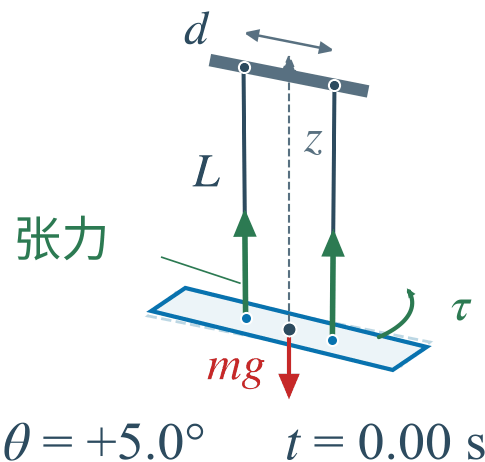
测量基准轴和质心位置决定参数能否正确进入力矩方程。

4.6 参数测量与静态模型辨识

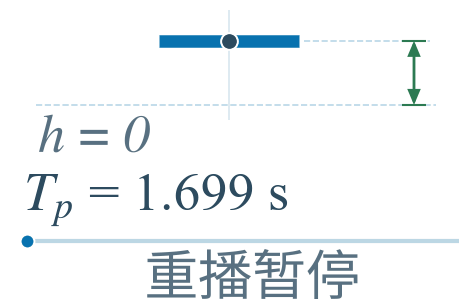
4.6.1 参数来源与物理测量：双线摆的恢复力矩与周期

双线摆为什么能够测出绕竖直轴的惯量

- 两根等长平行绳对称悬挂刚体，间距为 d 、绳长为 L ；目标转轴竖直且过质心， d 是总间距。
- 小角扭转抬升重心，绳张力产生恢复力矩。下式适用于等长绳、对称挂点、刚性结构与小摆角； T_p 为周期，惯量越大 T_p 越长。



抬升 $\times 2000$
 $h = 0.0799 \text{ mm}$



图：双线摆扭转、抬升与回转

$$J\ddot{\theta} + \frac{mgd^2}{4L}\theta = 0, \quad J = \frac{mgd^2T_p^2}{16\pi^2L}$$

扭转抬升重心，绳张力使刚体回转；摆动周期可用于测量转动惯量。

4.6.1 参数来源与物理测量：由重复周期计算惯量

从三十个周期的总时间算出惯量

- 一次大疆E310动力系统双线摆试验（机体 x 轴）： $m = 1.4 \text{ kg}$ 、 $d = 0.23 \text{ m}$ 、 $L = 0.63 \text{ m}$ ，取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ；悬挂时把待测 x 轴置于竖直方向。

1 计时记录 累计第10次与第40次计时为17.22 s和68.18 s，相差30个周期；所得惯量属于这台E310机体。

2 平均周期
$$T_p = (68.18 - 17.22)/30 = 1.6987 \text{ s}$$

3 轴向惯量
$$J_x = \frac{1.4 \times 9.8 \times 0.23^2 \times 1.6987^2}{16\pi^2 \times 0.63} \approx 0.02105 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

4.6.1 参数来源与物理测量：测量误差怎样传到惯量

周期误差为什么会被放大到惯量结果中

- 周期测大1%时，惯量变为原来的 $1.01^2 = 1.0201$ 倍（约大2.01%）：其他量不变时，惯量与周期平方成正比。
- 绳间距也以平方进入公式，因此挂点位置误差同样敏感；多记小数位不能补偿丈量基准或几何条件的错误。
- 重复计时应报告均值和分散程度。减小随机计时误差后，绳长、轴线偏移和大摆角等系统偏差仍需单独处理。

$$\frac{\delta J}{J} \approx \frac{\delta m}{m} + 2 \frac{\delta d}{d} + 2 \frac{\delta T_p}{T_p} - \frac{\delta L}{L}$$

平方进入公式的测量量，会放大它的相对误差。

4.6.1 参数来源与物理测量：悬挂衰减对应哪个系统

衰减振荡可以说明什么，又不能说明什么

- 理想双线摆先用小角度周期估惯量；真实振幅逐渐减小，说明挂绳、结构、空气等环节都可能消耗能量。
- 若进一步用衰减估阻尼，必须写出所用的阻尼形式与方程；黏性阻尼、摩擦及幅值相关阻力会产生不同衰减规律。
- 记录结果时写明识别的轴、对象与悬挂装置；装置阻尼与整机气动阻尼的区别见阻尼估计页。

悬挂试验测得的是整个试验系统的惯量与耗散。

4.6.1 参数来源与物理测量：双线摆阻尼估计·衰减包络 振幅衰减率还不是转动力矩系数

- **方程：**双线摆小角度近似为 $J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = 0$ 。 c 是黏性转动阻尼，单位为 N m s/rad ，它与振幅下降快慢不是同一量； k 为恢复刚度，双线摆中 $k = mgd^2/(4L)$ 。
- **换算：**欠阻尼包络 $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ 给出 $\lambda = c/(2J)$ 。若 $J = 0.02 \text{ kg m}^2$ 、包络每秒乘 $e^{-0.1}$ ，则 $c = 0.004$ 。
- **边界：**自由转动方程 $J\dot{p} + cp = 0$ 的衰减率却是 c/J 。悬挂绳和连接件的耗散仍在测量中，不能直接当成整机气动阻尼。

$$c = 2J\lambda = 2 \times 0.02 \times 0.1 = 0.004 \text{ N m s/rad}$$

先由衰减现象确定方程，再把衰减率换成有单位的阻尼系数。



4.6 参数测量与静态模型辨识



本章目录

参数测量与静态模型辨识

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识**
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.6.1 参数来源与物理测量

教材对应：第4.2.2.1、4.2.2.4节

4.6.2 稳态数据与单位

教材对应：第4.2.2.4节（例程e11台架数据）

4.6.3 最小二乘与推力拟合

教材对应：第4.1.4.4节式(4.29)、第4.2.2.4节

4.6.4 整体与分级静态模型

教材：4.2.2.4节（整体与分级静态模型）

4.6.5 复现、回填与适用范围

教材：4.2.2.4节（参数回填与适用范围）

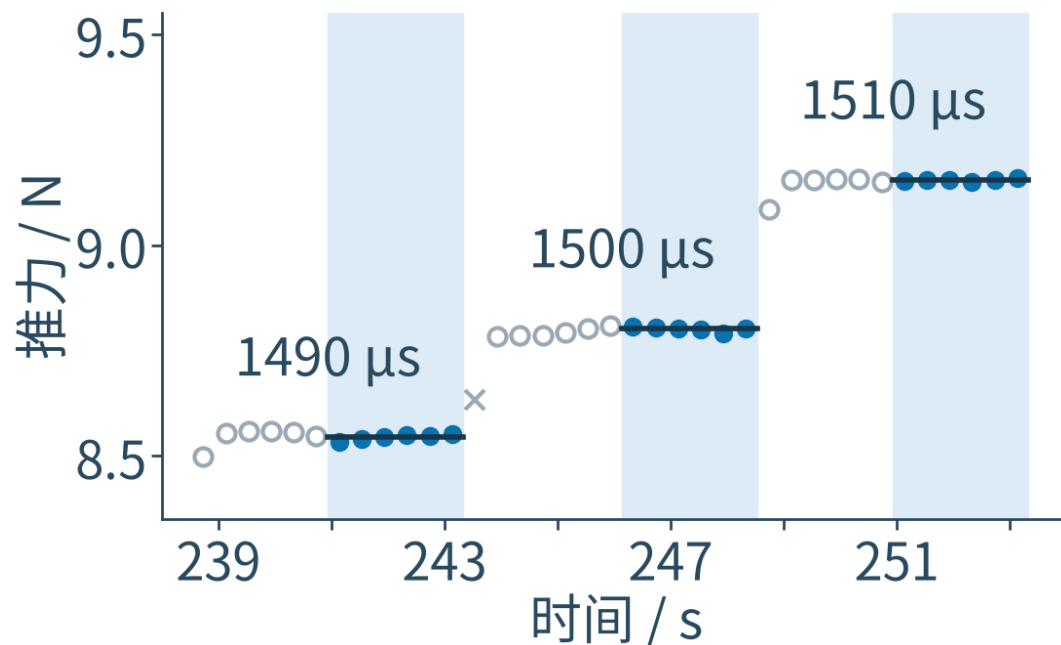




4.6.2 稳态数据与单位：如何得到一个稳态样本

静态关系需要稳定输入，但数据仍然会波动

- 指令保持足够长，输出才稳定在该档附近：换档后先是过渡样本（空心点），后半段（实心点）才计入该档均值（横线）；×为不足6个样本的过渡值。
- 台架固定只消除了整体位移，推力传感器仍可能有零点偏置、振动和温漂，电源电压也可能随负载改变。
- 每档保留均值、分散程度和时间范围，便于追溯异常点。



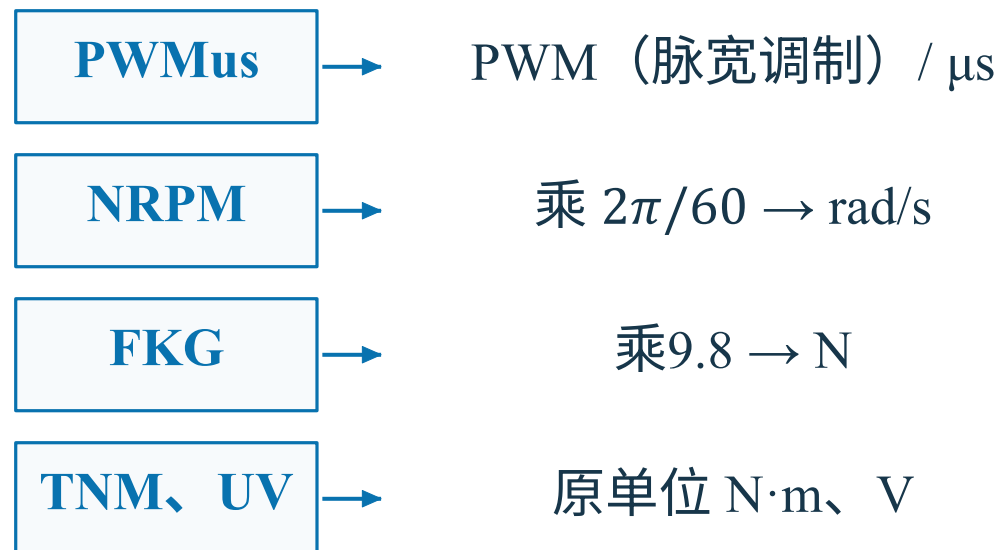
图： Static data.mat第552-588行（离线绘图）

静态描述稳态输入输出关系，不等于测量没有噪声。

4.6.2 稳态数据与单位：真实记录、量纲与供电条件

先读变量名和单位，再选择用于拟合的数据

- Static_data.mat共2385条记录，采样间隔约0.4 s。FKG为以kg计的拉力读数，乘9.8得N；NRPM乘 $2\pi/60$ 得rad/s；TNM已是N·m。
- 同目录XLSX首条电压16.6 V，MAT首条24.68 V，时间与输入也不同，属于两次记录；本节只用MAT。



图：保留原字段，再建立有单位的计算量

单位转换改变系数的数值，必须先于回归完成。

4.6.2 稳态数据与单位：原始记录到计算变量

把原始字段变成有单位的数值数组

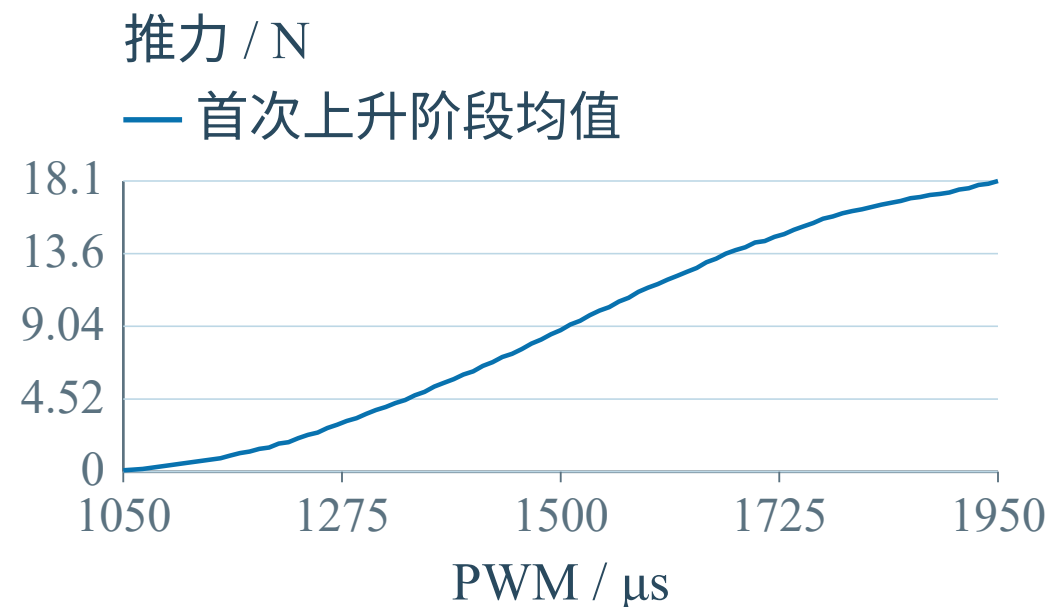
- **读取与换算：** MATLAB当前目录设为
[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/2.AdvExps/
e11_PowerSysIdModel/2.StaticThrIntID/（说明见该目录Readme.pdf），载入
Static_data.mat；FKG按例程约定乘 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ，确认时间单调后按时刻选段。

```
raw = load('Static_data.mat');  
pwm_us = raw.PWMus(:);  
omega = raw.NRPM(:)*(2*pi/60);  
F_N = raw.FKG(:)*9.8;  
Q_Nm = raw.TNM(:);  
t_s = raw.TIMEms(:)/1000;
```

先统一物理量和时间，再进行任何拟合。

4.6.2 稳态数据与单位：从同一记录取出91档稳态点 从一次阶梯记录提取91个稳态点

- 只取首次上升阶段，连续相同PWM为一段；每段至少6个样本，取后半段均值，得到1050–1950 μs 的91点。后续拟合与误差都在这一份记录内计算。
- 1500 μs 档取MATLAB第571–576行，均值5607.85 rpm、8.80146 N、24.235 V；固定台架仍有噪声与温漂，过渡段样本不进入均值。



图：由真实MAT提取的91档均值

处理规则和被保留的样本区间一起决定拟合结果。

4.6.2 稳态数据与单位：分段取均值

按PWM分段、取后半段均值，得到91行稳态点表

接续「原始记录到计算变量」页的pwm_us与F_N。连续相同PWM为一段；末行不超过第1139行（首次上升段）且不少于6个样本的段，取后半段均值。

```
last = 1139; % 本记录首次上升段的末行
st = [1; find(diff(pwm_us) ~= 0) + 1];
en = [st(2:end) - 1; numel(pwm_us)];
rpm = []; thrust_N = [];
for j = find(en <= last & en - st + 1 >= 6)'
    idx = st(j) + floor((en(j) - st(j) + 1)/2) : en(j);
    rpm(end+1,1) = mean(raw.NRPM(idx));
    thrust_N(end+1,1) = mean(F_N(idx));
end
D = table(rpm, thrust_N); % 91行
```

- **st、en**：每段首、末行
- **筛选**：末行 ≤ 1139 且样本 ≥ 6
- **idx**：该段后半段的行号
- **D**：91行，与e6的CSV中rpm、thrust_N两列相同



4.6 参数测量与静态模型辨识



本章目录

参数测量与静态模型辨识

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识**
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.6.1 参数来源与物理测量

教材对应：第4.2.2.1、4.2.2.4节

4.6.2 稳态数据与单位

教材对应：第4.2.2.4节（例程e11台架数据）

4.6.3 最小二乘与推力拟合

教材对应：第4.1.4.4节式(4.29)、第4.2.2.4节

4.6.4 整体与分级静态模型

教材：4.2.2.4节（整体与分级静态模型）

4.6.5 复现、回填与适用范围

教材：4.2.2.4节（参数回填与适用范围）

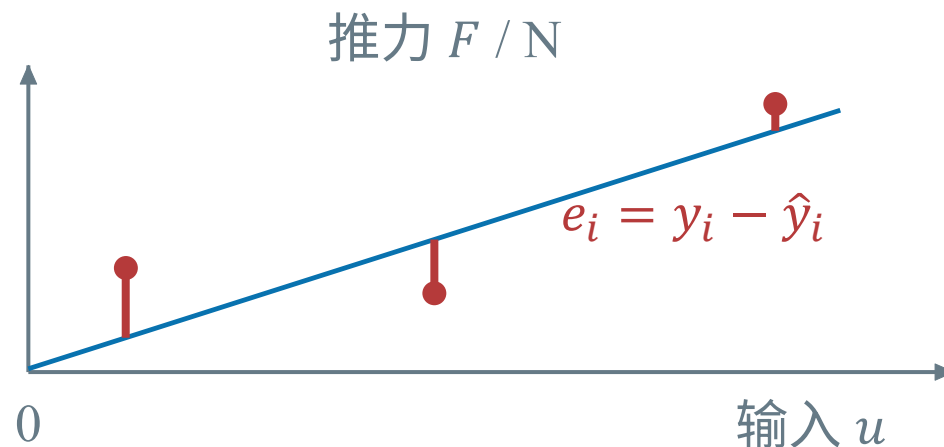


4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.3 最小二乘与推力拟合：最小二乘法

最小二乘把“最接近数据”写成一个明确问题

- 给定输入 u_i ，模型预测 $\hat{y}_i$ ，与测量差 $e_i = y_i - \hat{y}_i$ 。正负差直接相加会抵消，平方误差和则把各点偏离累积起来。
- 最小二乘选择让这组误差平方和最小的参数。它回答当前结构怎样最接近数据；异常值或结构错误仍可能使估计偏离物理值。



图：教学示意，竖线为残差

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} (e_1^2 + \cdots + e_N^2)$$

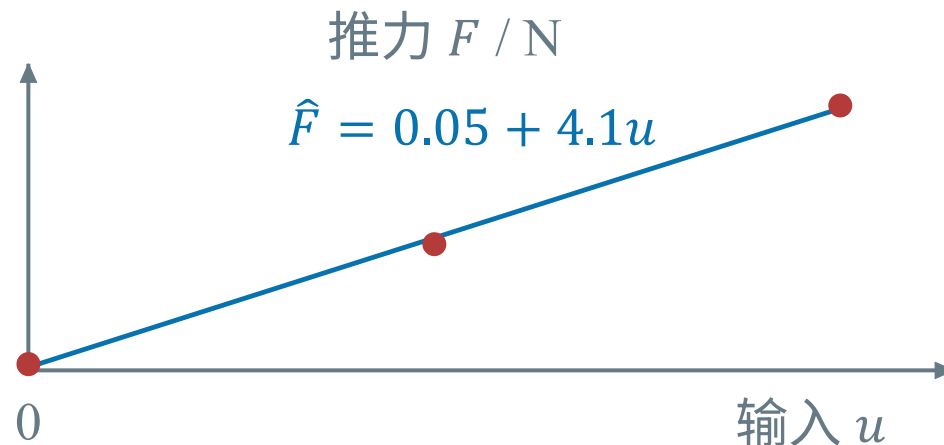
先规定模型形式，再寻找使平方误差和最小的参数。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.3 最小二乘与推力拟合：最小二乘法·三点直线拟合

三个教学点怎样手算一条最小二乘直线

- 以 (u, F) 记教学点：(0,0.1)、(0.5,2.0)、(1,4.2)， F 单位N；拟合 $F = a + bu$ ，均值 $\bar{u} = 0.5$ 、 $\bar{F} = 2.1$ 。
- 下式得斜率4.1 N、截距0.05 N；预测0.05、2.10、4.15 N，误差0.05、-0.10、0.05 N。截距可能含测量零偏，未必是真实零油门推力。



图：三点、拟合线与误差

$$b = \frac{\sum_i (u_i - \bar{u})(F_i - \bar{F})}{\sum_i (u_i - \bar{u})^2} = \frac{2.05}{0.5} = 4.1, \quad a = \bar{F} - b\bar{u} = 0.05$$

直线的斜率解释变化率，截距解释零点偏移。

4.6.3 最小二乘与推力拟合：回归矩阵的构造

把样本方程堆成矩阵，统一求解模型参数

- 把 $F_i = a + bu_i + e_i$ 按样本堆叠，得 $\mathbf{F} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}$ ，参数 $\boldsymbol{\theta} = [a, b]^T$ 。矩阵的行是样本、列是待估参数的作用。
- 代入三点算出下式的 $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ 与 $\mathbf{X}^T\mathbf{F}$ ，解得 $a = 0.05$ 、 $b = 4.1$ ，与三点直线算例一致。输入始终相同时截距与斜率无法分开；实际计算用线性求解器，不必显式求逆。

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 2.0 \\ 4.2 \end{bmatrix}, \mathbf{X}^T\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 3 & 1.5 \\ 1.5 & 1.25 \end{bmatrix}, \mathbf{X}^T\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 6.3 \\ 5.2 \end{bmatrix}$$

回归矩阵的每一列对应一个待估参数的作用方式。

4.6.3 最小二乘与推力拟合：平方推力模型·系数求解

平方推力模型的未知量只有一个系数

- 设 $F = c_T \omega^2$ （教材式(4.29)记作 $T = c_T \varpi^2$ ）。推力对转速是非线性的，但对待估参数 c_T 是线性的；每个样本只提供一项 ω_i^2 。
- 对平方误差求导并令其为零，得到下式；它只用到数据的两个求和，可以直接计算。
- 这一结构在零转速时预测零推力；传感器零偏与低转速气动特性要在拟合前单独处理并写明。

$$\hat{c}_T = \frac{\sum_i \omega_i^2 F_i}{\sum_i \omega_i^4}, \quad [c_T] = \text{N}/(\text{rad/s})^2$$

把转速平方作为回归变量，平方推力关系仍是线性参数模型。

4.6.3 最小二乘与推力拟合：静态推力模型·矩阵求解

用五行代码比较两个静态推力模型

- **数据与方法：** D为「分段取均值」页得到的91行稳态表（e6例程生成的CSV中rpm、thrust_N两列与之相同）；反斜杠按矩阵列求系数，两种结构用同样样本和rad/s单位，比较均方根误差（RMSE）。

```
% D：「分段取均值」页得到的91行表
% e6输出的CSV中rpm、thrust_N两列与D相同
w = D.rpm*(2*pi/60); F = D.thrust_N;
kT = (w.^2) \ F;
Phi = [w.^2, w]; c = Phi \ F;
rmse1 = sqrt(mean((F-(w.^2)*kT).^2));
rmse2 = sqrt(mean((F-Phi*c).^2));
```

数据：分段取均值页的91点

转速：统一为 rad/s

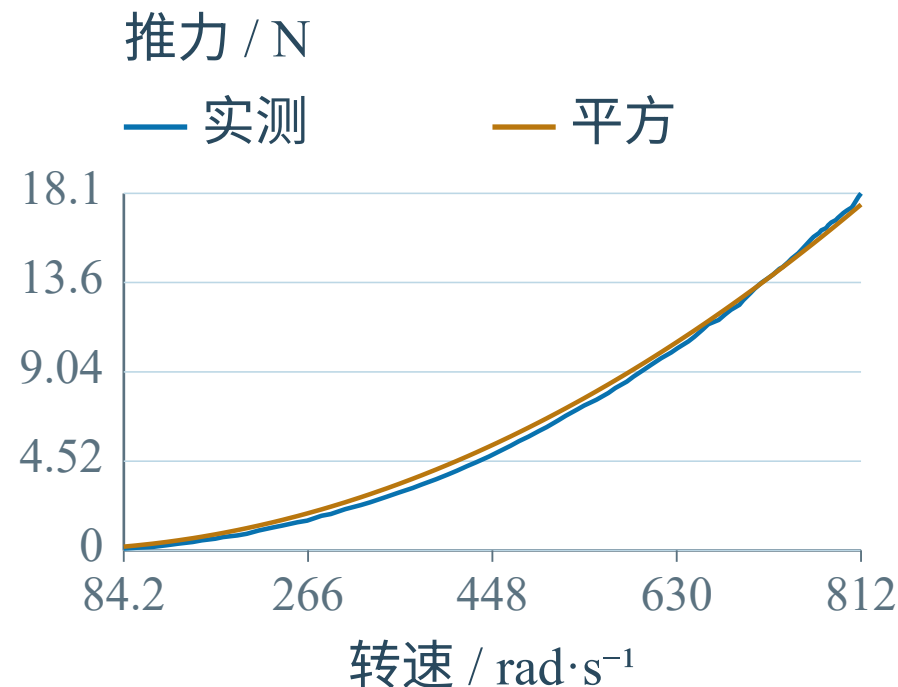
求解：代码中kT即 c_T

比较：RMSE单位均为N

4.6.3 最小二乘与推力拟合：平方推力模型·系数与残差

对真实静态点重算平方系数并看剩余误差

- 对这91个点计算得
 $c_T = 2.657299 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad}/\text{s})^2$ ，训练RMSE
约0.335744 N。
样本：同一批91个稳态点
图示转速轴：84.2~812 rad/s
- 残差有系统趋势时，先检查模型结构、零点和电压条件，再考虑增加参数。
- **结论：**200–600 rad/s段实测平均比平方模型低约0.4 N，600 rad/s以上转为偏高，残差随转速系统变化。

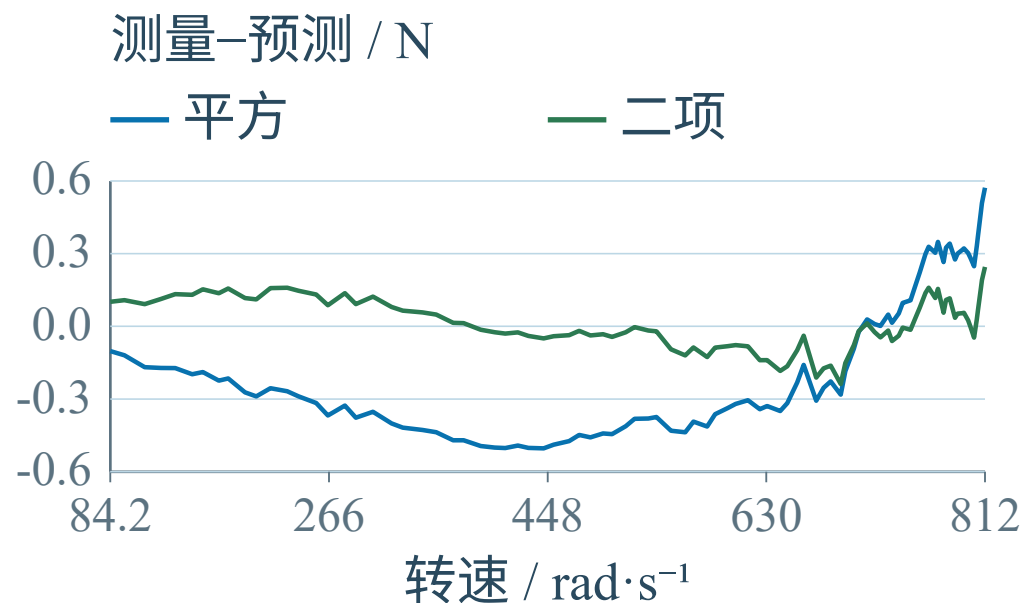


图：同一批真实静态点与平方模型

4.6.3 最小二乘与推力拟合：含一次项的推力模型

训练误差变小，还要检查低速与外推

- 同一91点拟合 $F = c_2 \omega^2 + c_1 \omega$ ，训练RMSE为0.103866 N，
 $c_2 = 3.044977 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad}/\text{s})^2$ ，
 $c_1 = -0.002744314 \text{ N}/(\text{rad}/\text{s})$ 。
- **结论：**零点 $\omega = -c_1/c_2 \approx 90.1 \text{ rad/s}$ ；
最低档84.2 rad/s处预测-0.015 N、实测0.086 N。低于约90 rad/s时预测推力为负，死区、饱和与工作范围须另行约束。



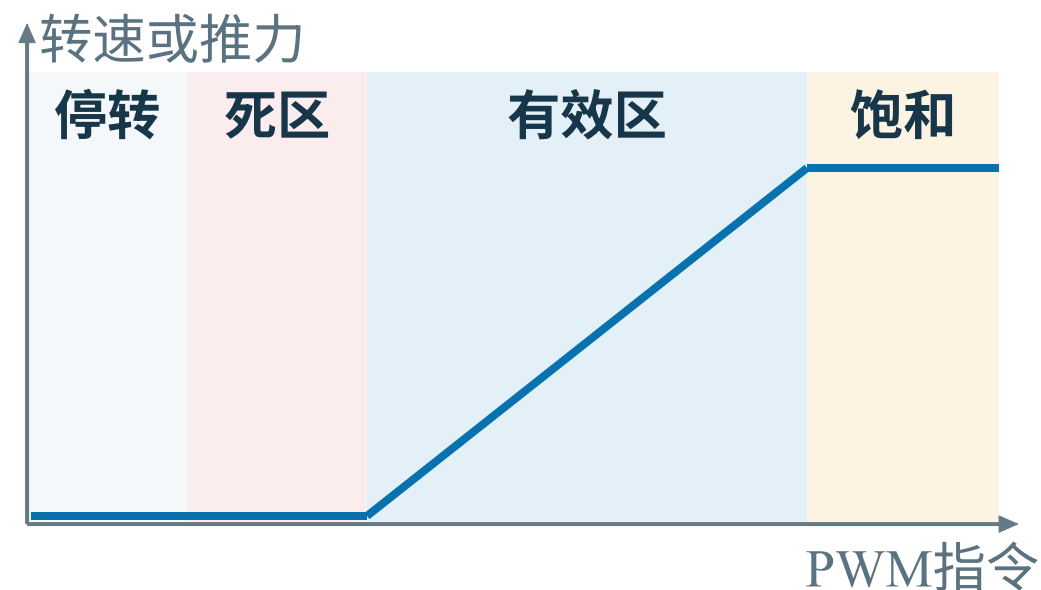
图：相同真实点上的两种结构

模型变复杂后，要同时检查误差下降与物理行为。

4.6.3 最小二乘与推力拟合：死区、零点与饱和边界

静态模型还需要零点、范围与饱和边界

- **停转、死区和饱和是不同机制：**死区内指令变化可能不能启动电机，饱和区继续加指令也不再增加预期输出。
- 用平移缩放后的输入变量回归，可减轻高次PWM幂的数值尺度问题；物理单位不变。
- 上升与下降支路作回程检查；两段电压、温度和迟滞可能不同，比较时一并记录。



图：静态曲线分区示意（非实测）

拟合曲线在数据范围内有证据，范围之外需要重新检验。



4.6 参数测量与静态模型辨识



本章目录

参数测量与静态模型辨识

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识**
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.6.1 参数来源与物理测量

教材对应：第4.2.2.1、4.2.2.4节

4.6.2 稳态数据与单位

教材对应：第4.2.2.4节（例程e11台架数据）

4.6.3 最小二乘与推力拟合

教材对应：第4.1.4.4节式(4.29)、第4.2.2.4节

4.6.4 整体与分级静态模型

教材：4.2.2.4节（整体与分级静态模型）

4.6.5 复现、回填与适用范围

教材：4.2.2.4节（参数回填与适用范围）



4.6.4 整体与分级静态模型：整体拟合与分级拟合

PWM到推力的整体模型适合直接替换哪一段

- 整体模型（e11称整合模型）直接拟合PWM到推力，适于固定的电机、电调、桨与供电组合；分级模型（e11称分解模型）保留中间转速，便于定位误差。
- 分级后前级误差仍会传到推力；换桨既改变旋翼受力，也改变电机负载，前后两级都要重新核对。



整体：固定配置



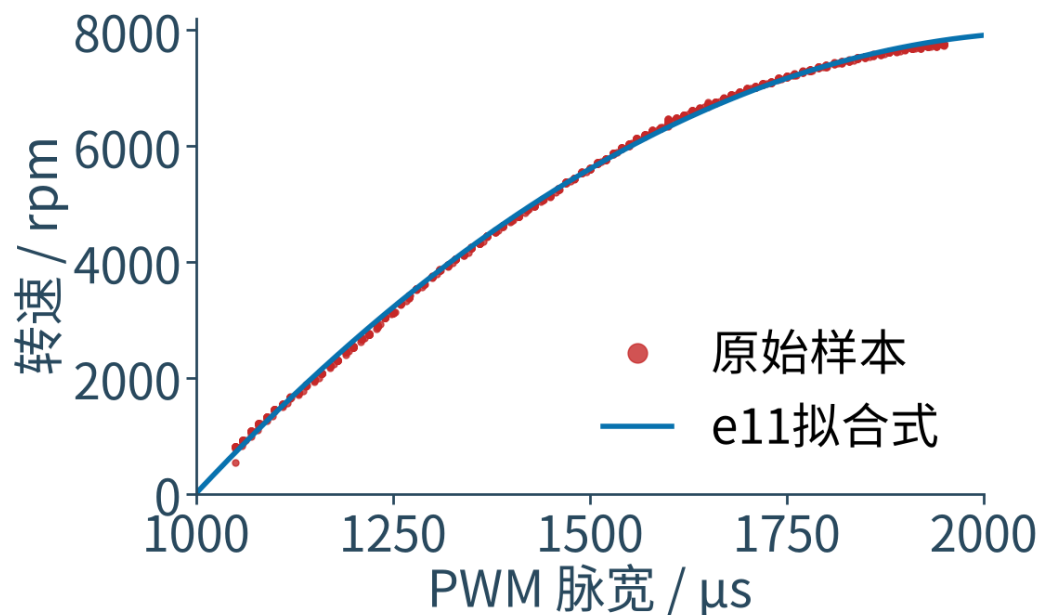
分级：保留中间量

图：选择整体拟合或保留中间转速

整体模型用较少接口描述整体，分级模型保留组件的解释。

4.6.4 整体与分级静态模型：电机静态模型

先拟合PWM到稳态转速，再连接螺旋桨



图：PWM—转速拟合（离线重绘）

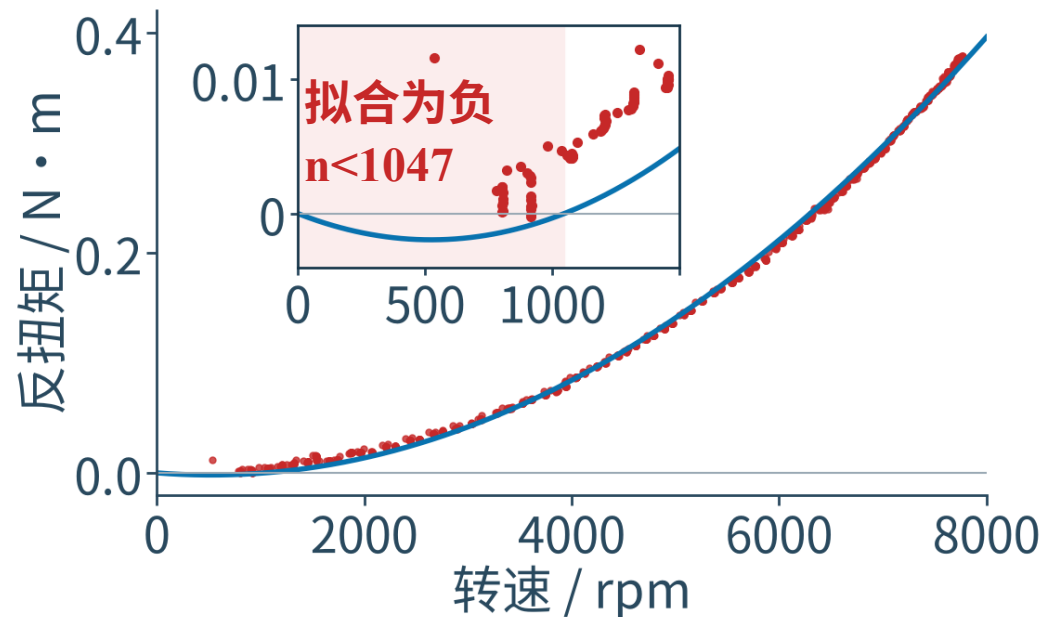
- **读图：**红点为原始样本，蓝线为e11拟合式；斜率渐减，单一直线难概括。
- **结构：** $\Delta u = u - 1000 \mu s$;
 $n = a_1 \Delta u + a_2 \Delta u^2$;
 $a_1 = 14.50 \text{ rpm}/\mu s$,
 $a_2 = -6.586 \times 10^{-3} \text{ rpm}/\mu s^2$ 。
- **核对：** $u = 1500 \mu s$ 时 $n \approx 5602 \text{ rpm}$ ，比该档均值5607.85 rpm低约0.1%；1000 μs 处为零是结构约束。

分级模型先确定目标转速，使动力链中的误差更容易定位。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.4 整体与分级静态模型：螺旋桨静态模型

反扭矩也必须辨识，并明确转速单位



图：转速—反扭矩拟合（离线重绘）

- **物理量：**推力决定平移与力臂转动，反扭矩直接参与偏航合矩，须单独辨识。
- **拟合：**e11取 $Q = \alpha_2 n^2 + \alpha_1 n$ ， n 以rpm计；
 $\alpha_2 = 7.120 \times 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rpm}^2$ ，
 $\alpha_1 = -7.457 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rpm}$ 。
- **限制：** $n < 1047 \text{ rpm}$ 时拟合值为负，最低约 $-0.002 \text{ N} \cdot \text{m}$ （局部放大红区）；停转、有效区与饱和区要分别定义。

推力与反扭矩分别约束平移和转动，系数必须跟随输入单位。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.4 整体与分级静态模型：从rpm拟合回到rad/s程序

输入单位改变，拟合系数也要逐项换算

- **原式定义：** e11反扭矩模型 $Q = \alpha_2 n^2 + \alpha_1 n$ 中 n 以rpm计；程序输入rad/s时先写 $n = (60/2\pi)\omega$ 。
- **逐项代入：** 改写成 $Q = \beta_2 \omega^2 + \beta_1 \omega$ 后，二次项带入两次换算因子，一次项只带入一次，系数数值随之改变。
- **等价检查：** 换算因子 $60/2\pi \approx 9.549$ 、 $(60/2\pi)^2 \approx 91.19$ ；
取 $n = 6000 \text{ rpm}$ ($\omega = 628.3 \text{ rad/s}$)，两式算得的 Q 都约为 $0.2116 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

$$\beta_2 = \alpha_2 \left(\frac{60}{2\pi} \right)^2, \quad \beta_1 = \alpha_1 \frac{60}{2\pi}$$

改变输入单位时，按每一项的幂次换算系数，才能保留同一物理模型。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.4 整体与分级静态模型：整条曲线与组件曲线的取舍

同一套台架记录可以形成两种模型交付

维度	整体模型（ u 为PWM脉宽）	分级模型（ n 为转速）
形式	$F = f_F(u), Q = f_Q(u)$	$n = f_n(u)$, 再 $F = g_F(n), Q = g_Q(n)$
接口	只有PWM输入，接口最少；转速只用于诊断	多一个中间量转速，需同步测量
误差定位	内部误差难以拆到电机或桨	分别定位两级偏差： 指令→转速、转速→载荷
适用条件	固定电机、电调、桨与电压组合；报告供电与区间	研究转速、换桨影响或分级动态；同样报告供电与区间
风险	更换任一组件须整体重测	前级偏差传到推力： $\delta F/F \approx 2 \delta \omega/\omega$ ， 转速高5%推力约高10%

模型拆分程度由要解释和要替换的物理环节决定。



4.6 参数测量与静态模型辨识



本章目录

参数测量与静态模型辨识

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识**
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.6.1 参数来源与物理测量

教材对应：第4.2.2.1、4.2.2.4节

4.6.2 稳态数据与单位

教材对应：第4.2.2.4节（例程e11台架数据）

4.6.3 最小二乘与推力拟合

教材对应：第4.1.4.4节式(4.29)、第4.2.2.4节

4.6.4 整体与分级静态模型

教材：4.2.2.4节（整体与分级静态模型）

4.6.5 复现、回填与适用范围

教材：4.2.2.4节（参数回填与适用范围）



4.6.5 复现、回填与适用范围：静态模型拟合复现

从安装目录复现真实静态拟合

- **目录：** [安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e6_ModelingLearningLab/03_Identification/
- **步骤：** 先读该目录Readme.pdf；MATLAB当前目录设为该目录，运行下方命令（只做离线计算，结果写入outputs）。

```
metrics = identification_beginner();  
metrics.static_available
```

- **判据：** static_available为true；static_steady_candidates.csv共91行；两模型RMSE约0.336 N与0.104 N， $c_T \approx 2.657 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$ 。
- **排查：** 为false时检查2.AdvExps/e11_PowerSysIdModel/2.StaticThrIntID/是否已安装，或用identification_beginner(api_root)指定RflySimAPIs目录。

可重算的静态参数表同时交付数据范围、处理规则和拟合误差。

4.6 参数测量与静态模型辨识

4.6.5 复现、回填与适用范围：拟合参数回填与悬停配平

参数回填后，重新计算模型的悬停点

- **假设替换：**只在2 kg教学机中把 c_T 由名义值 2×10^{-5} （课件4.3）换成实测 $2.657299 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$ ，其余参数不变。
- **重新配平：**仍取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ，每桨需4.9 N；计算得到429.416 rad/s，原悬停转速494.975 rad/s不再适用。
- **适用范围：**429.4 rad/s落在91点数据区间84.2–812 rad/s内，属于内插；工作点移出区间要补测。保留旧模型，以相同初态、输入和步长对照。

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg}{4c_T}} \approx 429.416 \text{ rad/s}$$

回填静态系数会改变工作点，必须连同单位、接口和配平一起核对。



4.6 参数测量与静态模型辨识



课堂练习

用第二段阶梯复算拉力系数，检验它是否受供电影响

1 任务

同一文件的第二段阶梯：停转后由1950 μs 逐档降到1050 μs （MATLAB第1204-2342行）；按同一规则提取稳态点。

2 拟合

拟合 $F = c_T \omega^2$ 与 $F = c_2 \omega^2 + c_1 \omega$ ，各算RMSE；再与首次上升段比较 c_T 和1500 μs 档转速。

3 参考值

91点； $c_T \approx 2.662 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$ （上升段 2.657×10^{-5} ），RMSE为0.223 N与0.099 N；1500 μs 档 $\omega \approx 549.9 \text{ rad/s}$ 、7.79 N、22.76 V（上升段587.3 rad/s、8.80 N、24.24 V）。

4 判断

c_T 两段相差约0.2%，转速到推力的关系稳定；同一PWM下转速随电压降低而下降，PWM到转速一级须连同供电条件建档，这正是分级模型的用处。



本节小结

参数要带来源，拟合要报范围，换单位要按幂次

方法

参数写全数值、单位、对象配置与取得方式；稳态点取首次上升段，每段至少6个样本、取后半段均值；拟合平方与二项推力模型，按任务选整体或分级模型；换输入单位时按幂次换算系数；回填后重新配平。

关键判断

$c_T = 2.657 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$ ；两模型训练RMSE为0.336 N与0.104 N；二项模型零点约90 rad/s；回填后悬停转速429.4 rad/s落在84.2–812 rad/s数据区间内，属于内插。

易错点

把半间距代入双线摆公式，惯量差4倍；FKG未乘9.8；rpm下的系数未按幂次换成rad/s；把训练RMSE当独立验证精度；把负一次项模型用到零点以下。