



4.3 动力单元、受力与观测建模



本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模**
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模

教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统

教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模

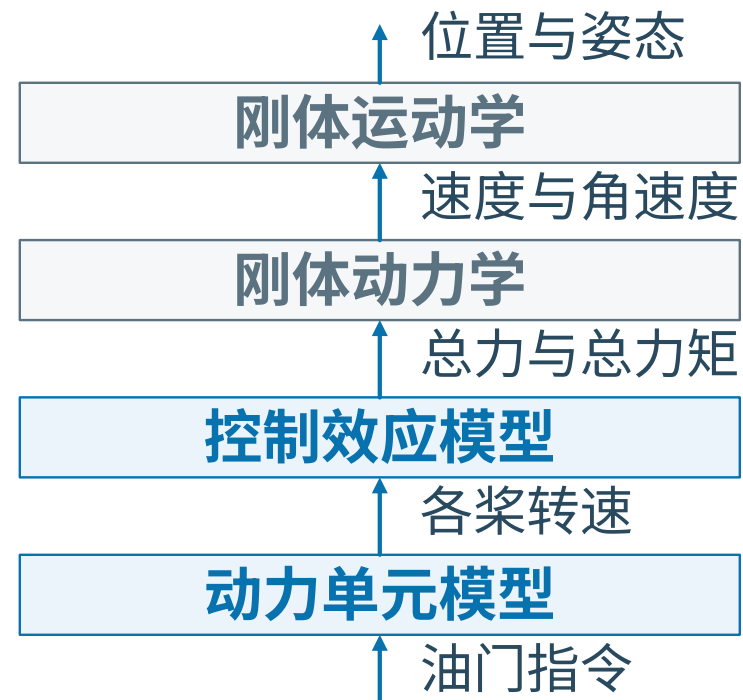
教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境



本节导入

为四层运动模型补齐动力与观测

- **输入端：**控制指令先驱动电机，转速经过推力与反扭矩关系才成为机体受力；课件4.2直接给定四桨推力，本节补上这一段。
- **环境端：**风与密度改变相对来流和气动力；接触状态改变地面支撑，二者接到受力求和处。
- **输出端：**刚体状态是真值；加速度计、陀螺仪等观测还要计算安装方向、偏置和采样，才成为飞控能用的测量。



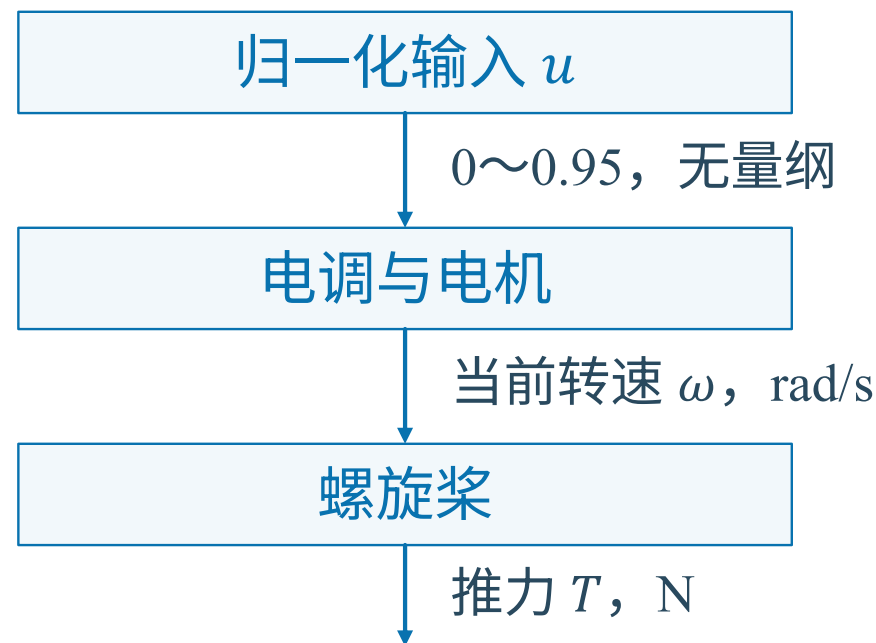
图：四层运动模型

真实输入先经过动力单元，运动真值再经过观测模型。

4.3.1 执行器分系统建模：信号的物理含义

控制量经电调、电机和桨，才成为推力

- 归一化指令 u 无量纲；脉宽调制（PWM）脉宽用微秒编码。电调驱动电机，再由桨产生推力； $u = 0.5$ 不等于半额定推力。
- **M0**：最小模板e0_MinModelTemp简称，[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e0_MinModelTemp/Exp1_MinModelTemp.slx
- inPWMs为16路归一化量，电机输入限幅0~0.95；单位按连线确认。



图：每一级都有不同的物理量

归一化指令只规定输入尺度，物理输出由动力模型决定。

4.3.1 执行器分系统建模：时域动态方程

电机为什么不会在指令跳变时瞬间到位

- 一阶近似把电控和转动惯量的主要滞后合并为时间常数 τ_m ； ω_∞ 是当前输入对应的稳态目标。
- 当目标高于当前转速时，右侧差值为正，电机加速；越接近目标，差值越小，转速变化也逐渐减慢。
- 时间常数越大，同样差值产生的转速变化率越小。该方程是指定工作区间的近似，不要求学生先会拉普拉斯变换。

$$\tau_m \dot{\omega} + \omega = \omega_\infty, \quad \dot{\omega} = \frac{\omega_\infty - \omega}{\tau_m}$$

一阶模型用当前转速与目标转速之差决定加速快慢。

4.3.1 执行器分系统建模：稳态目标与动态追赶

先求目标转速，再由当前状态追赶目标

- 稳态映射 $\omega_{\infty} = C_R u + \omega_{\text{bias}}$ 给出输入不变、过渡衰减后的终点，需逐点测量；电压、桨型、负载或来流变了要重测。台架“静拉力”试验同样有动态过程。

- 动态按目标减当前转速来加速：**差值越小越慢， τ_m 越大越慢。

例：取0.10 s，则此刻 $184/0.10=1840 \text{ rad/s}^2$ 。

同一时刻的两个不同量



差值越小，加速越慢

图：目标决定终点，状态决定当前输出

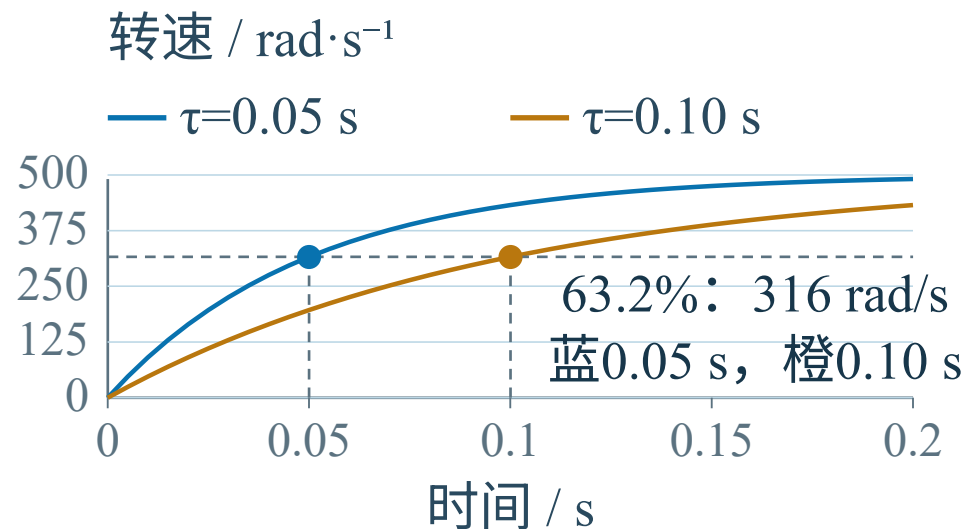
$$\dot{\omega} = (\omega_{\infty} - \omega) / \tau_m$$

稳态曲线给出终点，不能单独说明到达终点的速度。

4.3.1 执行器分系统建模：阶跃算例

在响应曲线上直接读出时间常数

- 零初速、目标500 rad/s时，
蓝线 $\tau_m = 0.05$ s：0.05 s达到316.1，0.15 s达到475.1 rad/s。
- 橙线 $\tau_m = 0.10$ s：同一时刻0.05 s只到约196.7 rad/s；在各自一个时间常数处（同倍数），两线都到316.1 rad/s，即完成63.2%。



图：虚线为63.2%读数线（316 rad/s）

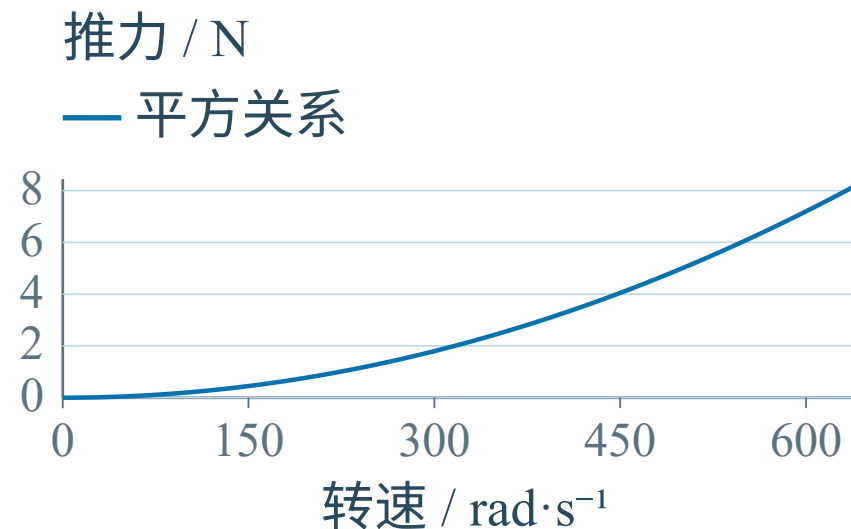
$$\omega(t) = \omega_{\infty} + (\omega_0 - \omega_{\infty})e^{-t/\tau_m}$$

一阶转速在一个时间常数内完成总变化量的约63.2%。

4.3.1 执行器分系统建模：平方规律

转速先换单位，再平方得到推力

- 低速近似 $T = c_T \omega^2$ 、 $Q = c_M \omega^2$ 。
取 $c_T = 2 \times 10^{-5} \text{ N}/(\text{rad/s})^2$ ：500 rad/s 产生 5 N，减半仅 1.25 N。
- c_T 、 c_M 即教材式(4.29)的拉力、反扭矩系数，代码中记作 k_T 、 k_Q 。阶跃算例一个时间常数处，推力只达终值约40%；6000 转/分先换成 628.3 rad/s，再得 7.90 N。



图：转速减半，推力减为四分之一

$$\omega = (2\pi/60)n_{\text{rpm}}$$

推力取决于当前转速的平方，因此不与转速同比例增长。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.1 执行器分系统建模：平方规律的适用条件

前进比与拉力、反扭矩系数的变化

$$J = \frac{V}{nD}$$

前进比描述来流速度相对螺旋桨旋转的快慢。
教材式(4.30)，为无量纲量。

V ：沿桨轴、垂直于桨盘的来流速度，单位 m/s。

n ：转速，单位转/秒；转/分数数据先除以60。

D ：螺旋桨直径，单位 m。

系数变化：在桨型等条件相近时， c_T 、 c_M 仍随前进比 J 变化。

适用范围：悬停及低速工况下，若 J 很小且系数变化可忽略，可沿用常数近似；来流明显改变时，按相应工况查表或辨识系数。

4.3.1 执行器分系统建模：教材图4.9

从油门到拉力的完整动力链

稳态映射：目标转速 动态：当前转速 平方输出

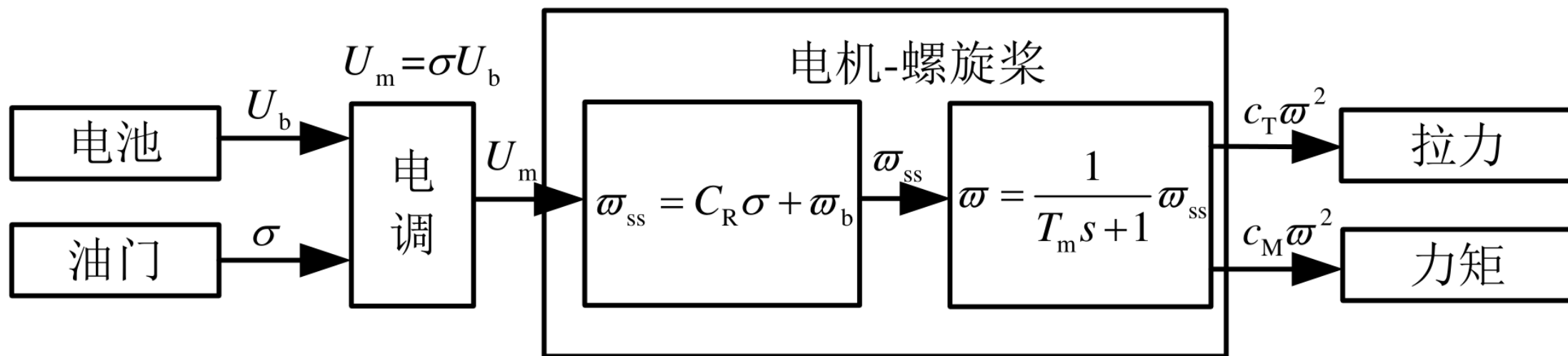


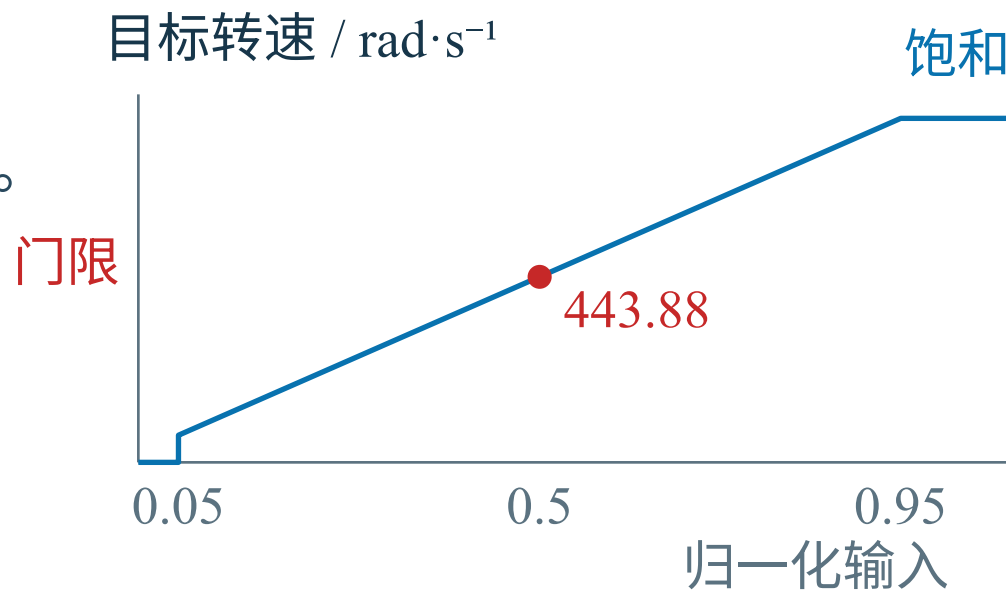
图4.9 电机螺旋桨执行器输出响应

- **符号对应：** 油门 $\sigma \rightarrow u$ ， $\varpi_{ss} \rightarrow \omega_{\infty}$ ， $\varpi \rightarrow \omega$ ， $T_m \rightarrow \tau_m$ ， $\varpi_b \rightarrow \omega_{bias}$ ；
 c_T, c_M 沿用（代码中kT、kQ）； s 在课件4.4展开。

4.3.1 执行器分系统建模：模板实际结构

M0：限幅和门限定目标，再算稳态推力

- M0先把输入限幅到 $[0, 0.95]$ 得 u_c ；
 $u_c < 0.05$ 时目标为零；
其余按 $842.1u_c + 22.83$ ，时间常数 0.0214 s 。
- $u = 0.5$ 得目标
 $842.1 \times 0.5 + 22.83 = 443.88\text{ rad/s}$ ；
取 $c_T = 1.681 \times 10^{-5}$ 时，
单桨 3.312 N 、四桨 13.25 N 。
- 质量 1.515 kg ，本题 $g = 9.8$ ，
重量 $14.85\text{ N} > \text{四桨} 13.25\text{ N}$ ：
离地、水平时才会向下加速。



图：门限与饱和改变稳态目标

门限决定目标是否为零，实际转速仍按动态方程连续变化。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.1 执行器分系统建模：阶跃与停转动画

记录关断前后，分清指令、转速与推力

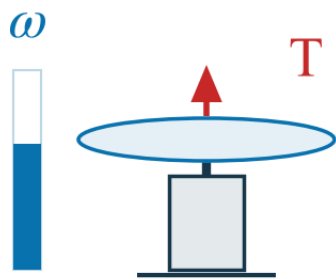
$t = 0.0214 \text{ s}$

$u = 0.60$

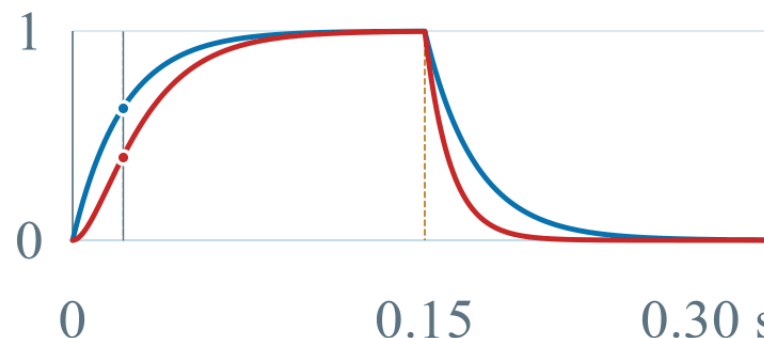
τ 时刻

$\omega/\omega_{\infty} = 0.632$

$T/T_{\infty} = 0.400$



电机 / 桨盘



图：输入关断后，转速连续衰减；推力随转速平方变化

- 输入0.6关断后，目标归零而转速连续衰减。按M0映射，输入0.04/0.06检验门限（目标0与73.36 rad/s），0.95/1.0检验饱和（目标均为822.8 rad/s）。

关断指令先改变目标，转速和推力随后连续衰减。



4.3 动力单元、受力与观测建模



本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模**
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模

教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统

教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模

教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境



4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.2 力和力矩分系统：单元衔接与实体连接

教材图4.3：动力、机体、环境与观测的连接

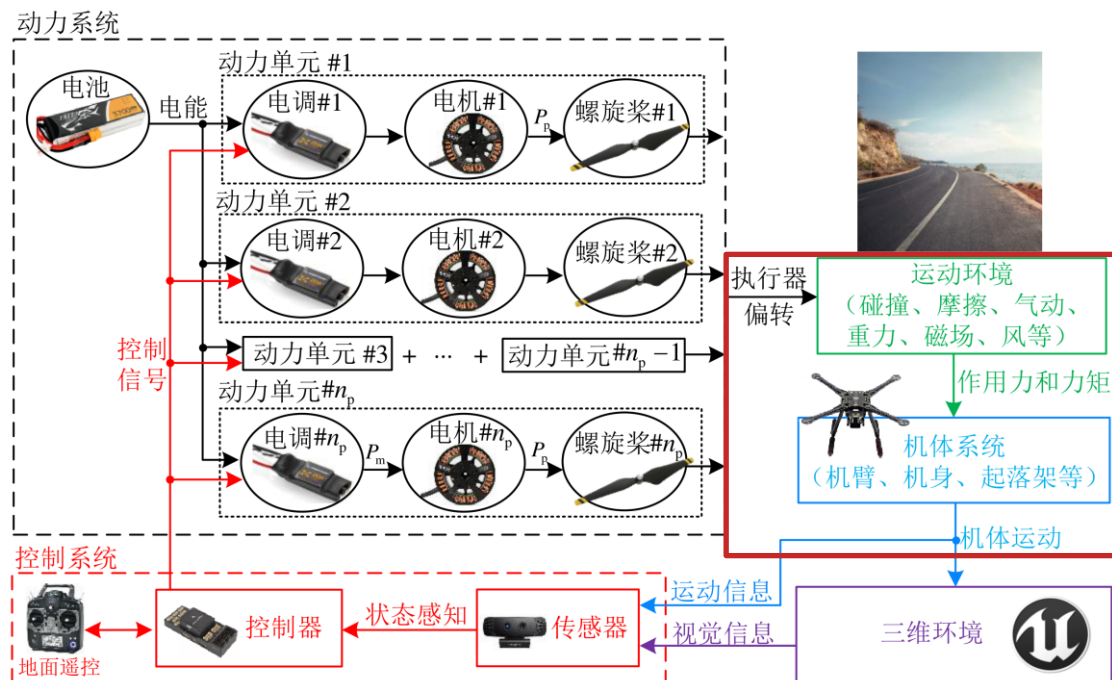


图4.3 多旋翼机身动力组件几何分布与拓扑连接

- 动力单元产生推力和反扭矩，经机架传给机体；运动环境的碰撞、摩擦、气动等作用也施加在同一机体上。
- 安装位置、轴向与旋向决定这些作用怎样进入刚体方程：单桨输出相同，位置不同也会形成不同合力矩，均相对质心计算。

相同推力作用在不同位置，会产生不同方向的机体力矩。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.2 力和力矩分系统：图4.3局部

执行器的作用经运动环境到达机体

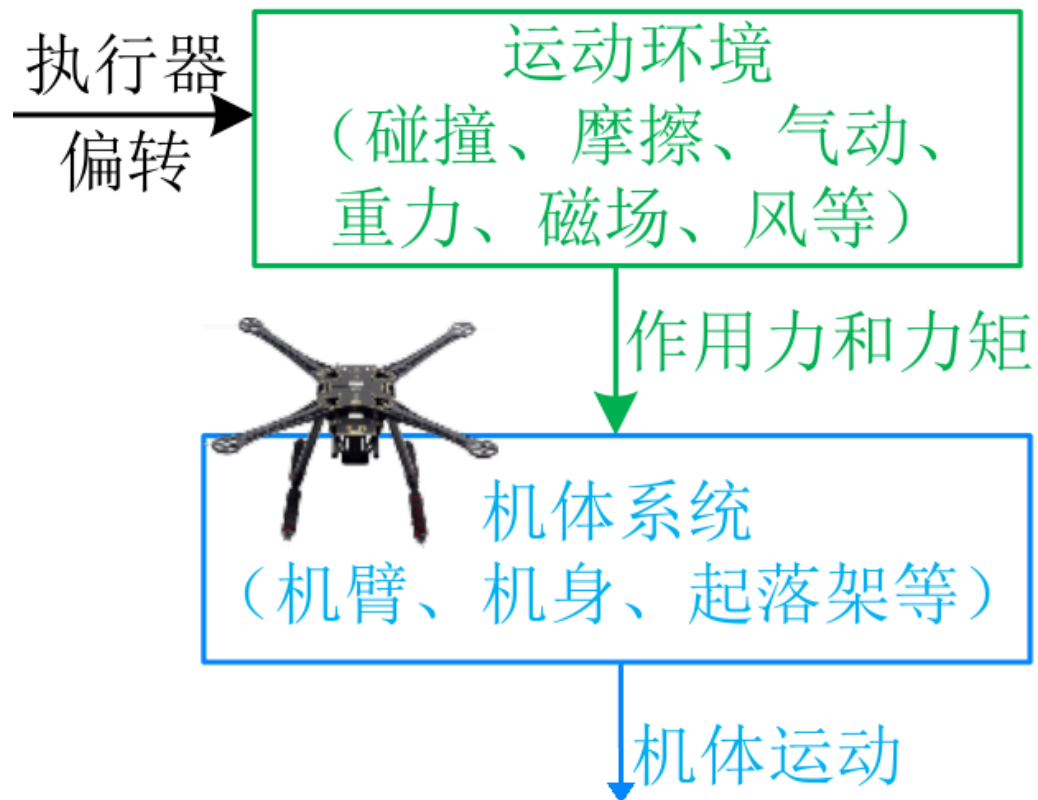


图4.3 (局部) 执行器→运动环境→机体系统

- **执行器偏转：**各动力单元输出推力与反扭矩，与碰撞、摩擦、气动、重力、磁场、风一并汇入运动环境。
- **作用力和力矩：**合成后作用于机体系统（机臂、机身、起落架），就是本单元要求的质心合力与合力矩。
- **机体运动：**再送往三维环境和传感器，经控制器回到电调，形成闭环。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.2 力和力矩分系统：坐标与力臂

以质心为原点，先写单桨力向量

- **沿用课件4.1：**机体系 b 为前右下，地面系 e 为北东下； R 把机体列向量转到地面系，所有力矩在质心处计算。
- 本单元先假设四个旋翼轴都平行于机体下轴，推力大小 $T_i \geq 0$ ，实际方向朝上；因此力向量为 $[0, 0, -T_i]^T$ 。
- 力臂 $\rho_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 从质心指向第 i 个旋翼；载荷改变质心时，力臂也要更新。

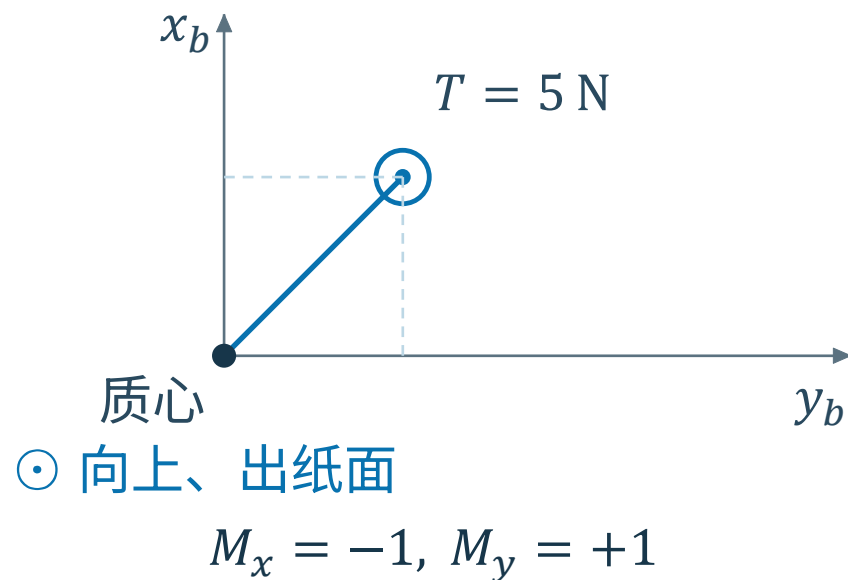
$$\mathbf{F}_{i,b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_i \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\rho}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

FRD中向上推力的第三分量为负，力臂从质心指向旋翼。

4.3.2 力和力矩分系统：叉乘算例

从单桨位置和推力，一步算到两个力臂矩

- FRD前右下为正，向上推力 $T_i \geq 0$ 写成 $[0, 0, -T_i]^T$ ；力臂 $\mathbf{p}_i$ 从质心指向旋翼。
- 叉乘 $\mathbf{p}_i \times \mathbf{F}_i = [-y_i T_i, x_i T_i, 0]^T$ 。前右桨增推力，产生负滚转、正俯仰，没有偏航力臂矩。
- 取 $x_i = y_i = 0.2 \text{ m}$ 、 $T_i = 5 \text{ N}$ ，得到 $[-1, 1, 0]^T \text{ N}\cdot\text{m}$ ；右侧和机头都有抬升趋势。



图：单桨的两个力臂矩

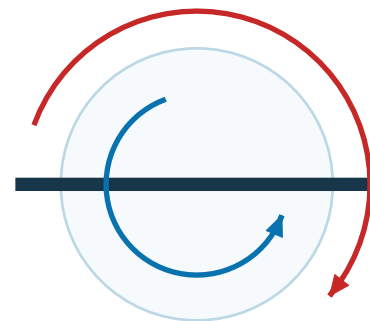
向上推力的滚转矩由左右位置决定，俯仰矩由前后位置决定。

4.3.2 力和力矩分系统：反扭矩符号

偏航反扭矩来自旋向，而不是竖直推力力臂

- 电机驱动旋翼时，机身承受相反转矩；稳态大小用 $Q_i = c_M \omega_i^2$ 。它与位置叉乘得到的力臂矩分别相加。
- 俯视时正下轴正转动为顺时针。教材用 $s_i = \pm 1$ 记机身反扭矩：奇数桨为正、偶数为负；实际机架的编号与旋向以所用模型为准。

旋翼受驱动转矩



机身反作用转矩

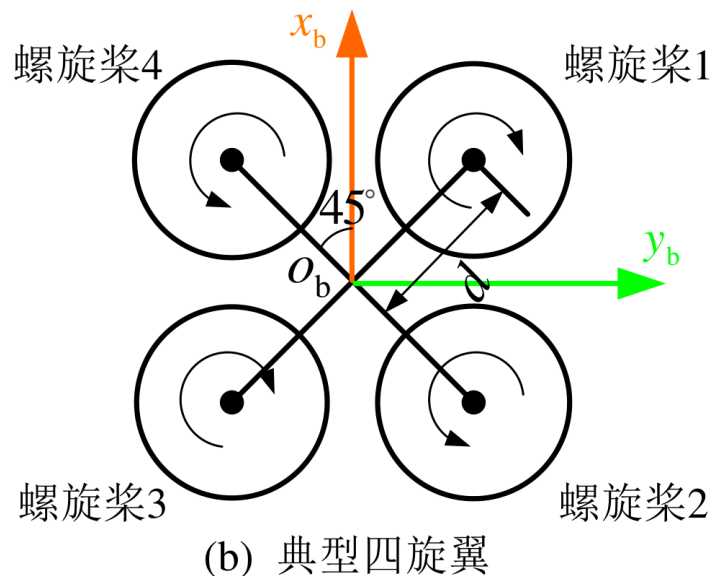
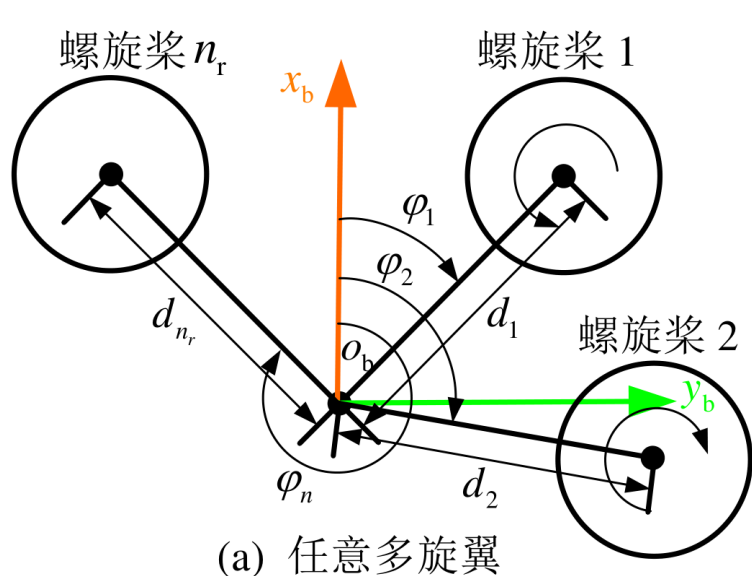
图：驱动与反作用转矩相反

$$\mathbf{M}_{i,b} = \boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{F}_{i,b} + [0, 0, s_i Q_i]^\top$$

机身反扭矩方向与旋翼受到的驱动转矩相反。

4.3.2 力和力矩分系统：教材图4.10与几何约定 一般旋翼位置与X构型编号

- 一般旋翼以角度和径向距离描述位置，几何量决定每桨的作用列。



- X构型从前右1号起，按顺时针编号：
\$45^\circ\$、\$135^\circ\$、
\$225^\circ\$、\$315^\circ\$。
- 径向臂长 $d = 0.25 \text{ m}$ ；
两轴力臂取投影
 $a = d/\sqrt{2} = 0.1768 \text{ m}$ 。
偏航符号按方程定义。

图4.10 多旋翼执行器作用力合成方法

4.3.2 力和力矩分系统：教材图4.10与几何约定

把X构型编号写成四桨的有符号坐标

臂长投影

- 沿用教材X编号和2 kg质量。径向臂长 $d = 0.25$ m，投影 $a = d/\sqrt{2} \approx 0.1768$ m；机体坐标取前、右、下为正。

四桨坐标

- 1至4号桨相对质心的平面坐标依次为 $(+a, +a)$, $(-a, +a)$, $(-a, -a)$, $(+a, -a)$ ，各桨均有 $z = 0$ 。先定位置符号，再求每一列。

单桨力矩

- 1号向上推力为 $[0, 0, -T_1]^T$ ，位置叉乘推力得到 $(\tau_x, \tau_y) = (-aT_1, +aT_1)$ 。其余三桨按同一规则求列；偏航项另加反扭矩。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.2 力和力矩分系统：矩阵列的物理含义

先推导第一列，再理解完整合成矩阵

- 定义总作用向量 $w = [T_\Sigma, \tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$ ，第一项是向上推力的正大小；刚体受力时再写成负机体z分量。
- 前右1号桨位于 $[a, a, 0]^T$ ，教材约定 $s_1 = +1$ 。若 $\eta = c_M/c_T$ ，每1 N单桨推力贡献 $[1, -a, a, \eta]^T$ 。
- 其余三列只需依次代入各桨的前后、左右位置和反扭矩符号；这比背诵某一个机架的整张矩阵更容易迁移。

$$\eta = \frac{c_M}{c_T}, \quad w_1 = [1, -a, a, \eta]^T T_1$$

矩阵的一列就是一个执行器对总推力和三个力矩的贡献。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.2 力和力矩分系统：完整X构型公式

读合成矩阵：每列是一台电机，每行是一种作用

- 令 $\mathbf{w} = [T_\Sigma, \tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$ ，首项是向上推力大小； t 为四桨推力， $\eta = c_M/c_T$ 。
- 前右1号桨每增加1 N，就贡献 $[1, -a, a, \eta]^T$ ；把四个位置与旋向的贡献按列排好，即得下式。逐行相加就得到总作用。

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -a & -a & a & a \\ a & -a & -a & a \\ \eta & -\eta & \eta & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}, \quad a = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

正向矩阵由几何与旋向确定，转速平方决定各列的权重。

4.3.2 力和力矩分系统：正向合成算例

三个输入图案，检验四桨合成是否正确

- 教学取 $d = 0.25 \text{ m}$ 、 $\eta = 0.02 \text{ m}$ 。四桨各 4.9 N 时，总推力 19.6 N ，三轴力矩都为零。
- 仅1号增加 1 N ，总推力增加 1 N ，力矩增量为 $[-0.1768, 0.1768, 0.02]^T \text{ N}\cdot\text{m}$ 。
- 对角1、3各加 1 N ，2、4各减 1 N 时，仅偏航矩变为 $0.08 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。必须在推力或转速平方上相抵，等量增减转速不保证抵消。

对称



三个力矩为零

只加1号



对角增减



滚转- / 俯仰+ / 偏航+

仅偏航 $+0.08 \text{ N}\cdot\text{m}$

图：对称、单桨增量与偏航增量

四桨对称检查抵消关系，单桨增量检查一整列的方向。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.2 力和力矩分系统：逆映射与可行域

X构型逆映射公式：从合力合矩求四桨推力

- 沿用教材编号与 $a = d/\sqrt{2}$ 、 $\eta = c_M/c_T$ ；下式求各桨推力，再检查非负及上限约束。

$$T_1 = \frac{1}{4} \left(T_\Sigma - \frac{\tau_x}{a} + \frac{\tau_y}{a} + \frac{\tau_z}{\eta} \right), \quad T_2 = \frac{1}{4} \left(T_\Sigma - \frac{\tau_x}{a} - \frac{\tau_y}{a} - \frac{\tau_z}{\eta} \right)$$

$$T_3 = \frac{1}{4} \left(T_\Sigma + \frac{\tau_x}{a} - \frac{\tau_y}{a} + \frac{\tau_z}{\eta} \right), \quad T_4 = \frac{1}{4} \left(T_\Sigma + \frac{\tau_x}{a} + \frac{\tau_y}{a} - \frac{\tau_z}{\eta} \right)$$

- 检验：**四个推力代回“读合成矩阵”页的正向矩阵，应恢复给定总推力与三轴力矩。

代数方程有解，只说明数学上配平，实际桨还受到非负与上限约束。

4.3.2 力和力矩分系统：逆映射与可行域

逆映射还要检查单桨推力是否可实现

- 按“X构型逆映射公式”页求四桨推力后，还须满足 $0 \leq T_i \leq T_{i,\max}$ ；代数解存在，执行器还要做得到。
- 例：只要偏航矩， $T_\Sigma = 19.6 \text{ N}$ 、 $\tau_z = 0.48 \text{ N} \cdot \text{m}$ 、 $\eta = 0.02 \text{ m}$ ，其余为零。偏航项给每桨增减 $\tau_z/(4\eta) = 0.48/0.08 = 6 \text{ N}$ 。

$$T_1 = T_3 = \frac{T_\Sigma}{4} + \frac{\tau_z}{4\eta} = 4.9 + 6 = 10.9 \text{ N}$$

$$T_2 = T_4 = \frac{T_\Sigma}{4} - \frac{\tau_z}{4\eta} = 4.9 - 6 = -1.1 \text{ N}$$

检验结果：另一组 $-1.1 \text{ N} < 0$ ，单向旋翼不可实现。

4.3.2 力和力矩分系统：实际模型编号核对

M0的电机顺序怎样对应教材顺序

- M0角度依次为 45° 、 225° 、 315° 、 135° ，模板1至4号实际在前右、后左、前左、后右。
- 同一位置对齐后，教材1、2、3、4号应连接M0的1、4、2、3号；同为X构型也不能按下标直接照抄。
- 模板旋翼方向数组为 $[-1, -1, +1, +1]$ ，机身反扭矩取相反号：M0的1、2号为正偏航贡献，3、4号为负。



同一位置，输入下标不同
 $1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 3$

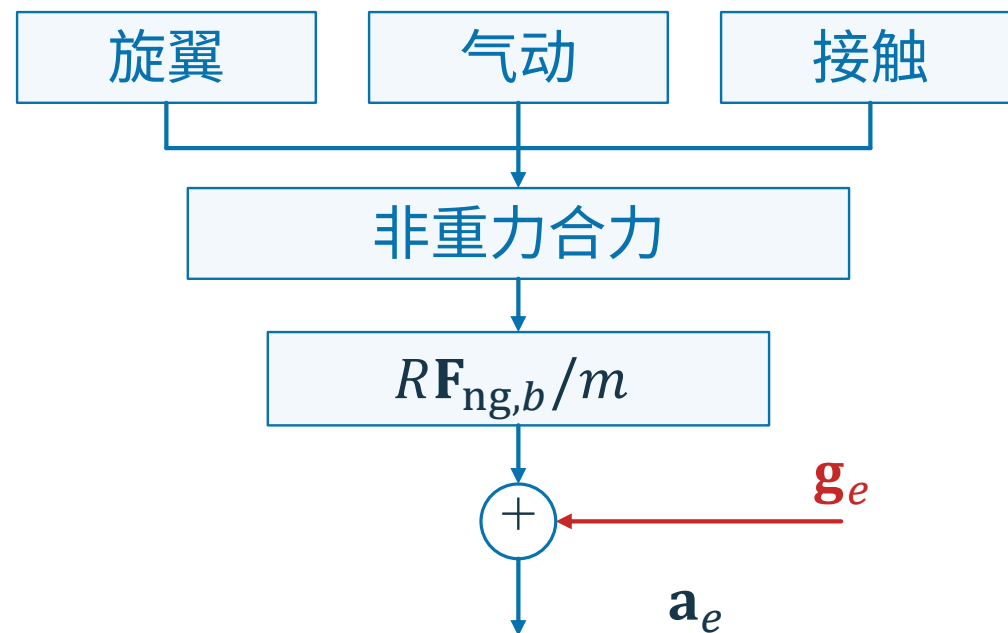
图：同构型的两套编号

先按实际位置和旋向对齐电机，再比较不同来源的矩阵。

4.3.2 力和力矩分系统：子模型汇总

合力汇总与旋转效应怎样接回刚体方程

- 将各桨推力、气动力与接触力统一为机体分量，在质心汇总，再送入课件4.2的刚体方程。
- 若模块已经接收含重力的总合力，就不在外面再加重力。旋翼陀螺效应指旋翼角动量随机体转动产生的附加力矩，与机体惯性耦合分开计入。



$$\mathbf{a}_e = \mathbf{g}_e + R\mathbf{F}_{ng,b}/m$$

图：非重力输入汇总，重力只加一次

重力只计一次，旋翼陀螺效应与刚体惯性耦合分别处理。



4.3 动力单元、受力与观测建模



本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模**
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模

教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统

教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模

教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

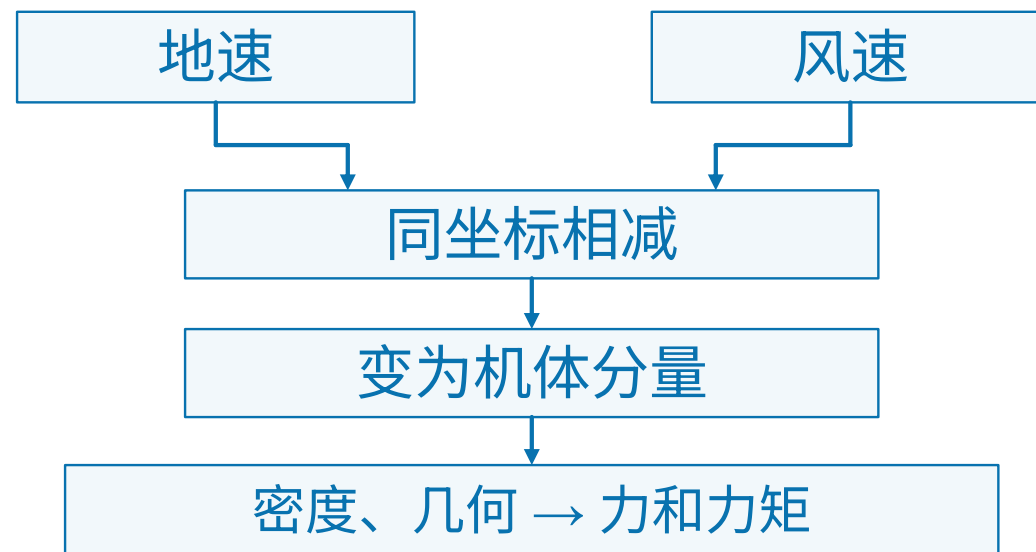


4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.3 环境分系统建模：单元衔接与环境量

环境先改变相对来流，再改变受力

- 风是空气对地运动。载具地速与风速同用NED分量相减，再乘 R^T ，才得到FRD相对空速；气象“北风”实际向南运动。
- 位置用于查询密度、重力与地形，速度姿态决定受力。环境改变气动力与接触条件，再由动力学改变运动；入门理想模型为解析核验取零气动力。



图：统一坐标后计算受力

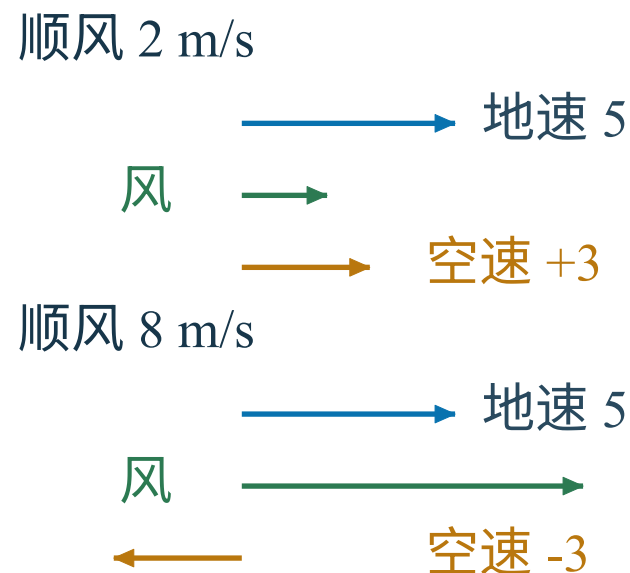
$$\mathbf{v}_{\text{rel},b} = R^T (\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_{\text{wind},e})$$

环境通过相对来流、气动参数与外力改变运动响应。

4.3.3 环境分系统建模：相对来流数例

同样向北飞，顺风可以改变阻力方向

- 教学例中飞机向北5 m/s，空气向北2 m/s，北向相对空速为3 m/s；采用 $F_N = -k v_N |v_N|$ 时，阻力指向南。
- 若空气改为向北8 m/s，北向相对空速变为-3 m/s，阻力反而指向北；飞机此时被更快向北流动的空气推动。
- 取 $k = 0.055 \text{ N}/(\text{m/s})^2$ ，两种工况的力分别为-0.495 N与+0.495 N；这里仅借用M0阻力系数做局部手算。



图：顺风大小改变相对运动

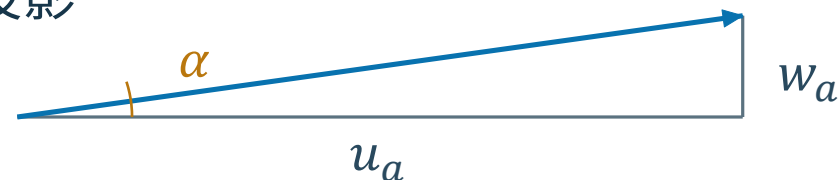
阻力抵抗的是相对空气运动，不一定与对地速度相反。

4.3.3 环境分系统建模：气流角定义

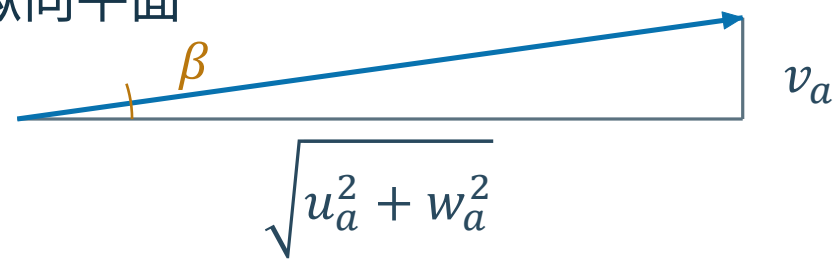
空速大小、迎角和侧滑角各说明什么

- 相对空速 $[u_a, v_a, w_a]^T$ 同时给大小和方向：
 α 是纵向平面倾角， β 是偏离该平面的角度，
并非机体姿态角。
- $[10, 1, 2]^T$ m/s得10.25 m/s、 11.31° 、 5.60° 。
atan2保留象限，反正弦须限域；零空速失去方向，低速可直接用速度分量。

纵向投影



偏离纵向平面



图：纵向角与侧滑角

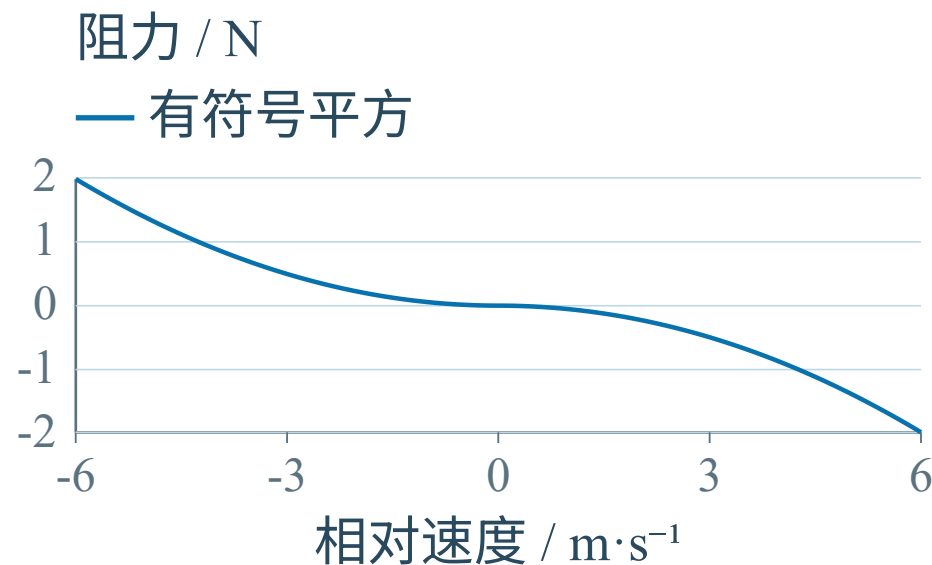
$$V_a = \sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}, \quad \alpha = \text{atan2}(w_a, u_a), \quad \beta = \arcsin(v_a/V_a)$$

速度方向与机体轴的相对关系决定气流角，零空速时气流角失去定义。

4.3.3 环境分系统建模：阻力方向与模型选择

平方阻力沿相对速度反向，在零点变平

- 一维模型 $F_D = -kv|v|$ 保留平方大小和速度符号：正速度受负力，负速度受正力，零速度的力为零。
- 零点切线斜率为零，故静止无风附近没有一阶平方阻力项；有风或运动工作点不为零时，不能沿用这一结论。
- 三维逐分量用 $-k \odot \mathbf{v} \odot |\mathbf{v}|$ ($\odot$ 为逐分量相乘)；它与 $-k \parallel \mathbf{v} \parallel \mathbf{v}$ 、线性阻力均不同，系数必须配套。



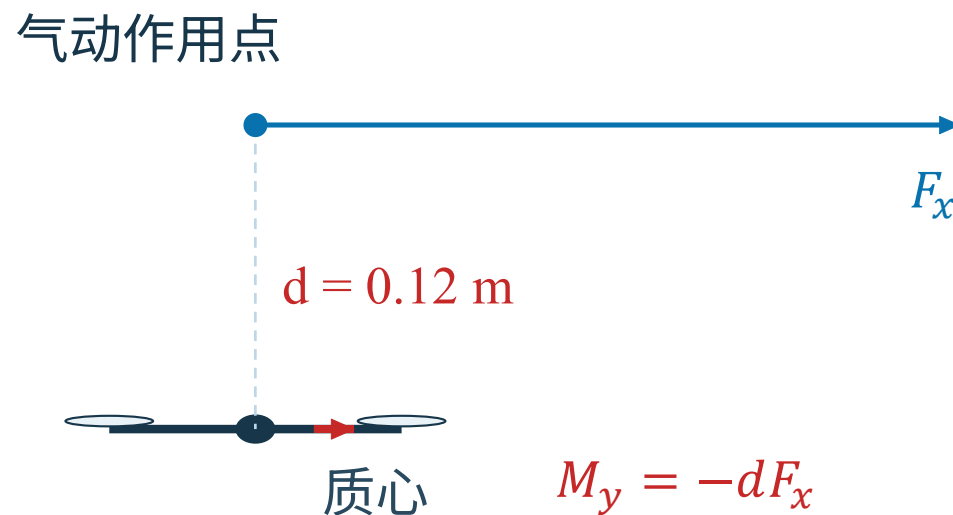
图：阻力在相对速度反向时反向

速度反向时阻力也反向，速度为零时该阻力项自然为零。

4.3.3 环境分系统建模：实际气动函数

M0怎样计算机身阻力与旋转阻尼

- M0平移阻力为 $F_D = -C_d \mathbf{v} \odot |\mathbf{v}|$,
 $C_d = 0.055 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$, 是有量纲系数。
- 旋转阻尼同样反向于角速度, 滚转 1 rad/s 时为 $-0.0035 \text{ N} \cdot \text{m}$; 上方 0.12 m 的等效作用点还产生 $[dF_y, -dF_x, 0]^T$ 力矩。



图：阻力作用点偏置也产生力矩

$$\mathbf{M}_{\text{damp}} = -\mathbf{C}_\omega \odot \boldsymbol{\omega}_b \odot |\boldsymbol{\omega}_b|, \quad \mathbf{C}_\omega = [0.0035, 0.0039, 0.0034]^T$$

阻力反向于相对空速，旋转阻尼反向于角速度。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.3 环境分系统建模：标准大气与动压

动压乘面积得力，再乘参考长度得力矩

- 动压 $q_a = \rho V_a^2 / 2$ 由密度与空速平方决定，单位Pa。取 $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ 、 $V_a = 10 \text{ m/s}$ ，得60 Pa。
- 升、阻、侧力系数 C_L, C_D, C_Y 乘 $q_a S$ ；力矩系数 C_l, C_m, C_n 还需翼展 b 或弦长 c ，与各自参考量配套。
- 若 $S = 0.4 \text{ m}^2$ 、 $C_L = 0.5, C_D = 0.1$ ，升力12 N、阻力2.4 N。系数随气流角和舵角变化；国际标准大气（ISA）是参考条件，实际天气可偏离。

$$L = q_a S C_L, \quad D = q_a S C_D, \quad Y = q_a S C_Y$$

$$M_x = q_a S b C_l, \quad M_y = q_a S c C_m, \quad M_z = q_a S b C_n$$

动压由密度与空速平方决定，气动系数再描述形状和状态的影响。

4.3.3 环境分系统建模：气动系数与单位

系数相同，滚转与俯仰力矩为什么不同

- **教学例：** $q_a = 60 \text{ Pa}$ 、 $S = 0.4 \text{ m}^2$ ，翼展 $b = 1.0 \text{ m}$ 、平均气动弦长 $c = 0.2 \text{ m}$ ；取 $C_l = C_m = 0.1$ 。
- 滚转力矩乘翼展 b ，俯仰力矩乘弦长 c 。本例动压、面积和系数相同，参考长度相差5倍，因此力矩也相差5倍。
- 这里的 C_l 是滚转力矩系数，不是升力系数 C_L 。系数值必须与参考面积和参考长度的定义配套，不能脱离这些量直接比较力矩。

$$M_x = q_a S b C_l = 60 \times 0.4 \times 1.0 \times 0.1 = 2.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_y = q_a S c C_m = 60 \times 0.4 \times 0.2 \times 0.1 = 0.48 \text{ N} \cdot \text{m}$$

气动力用动压乘面积，气动力矩还需要乘参考长度。

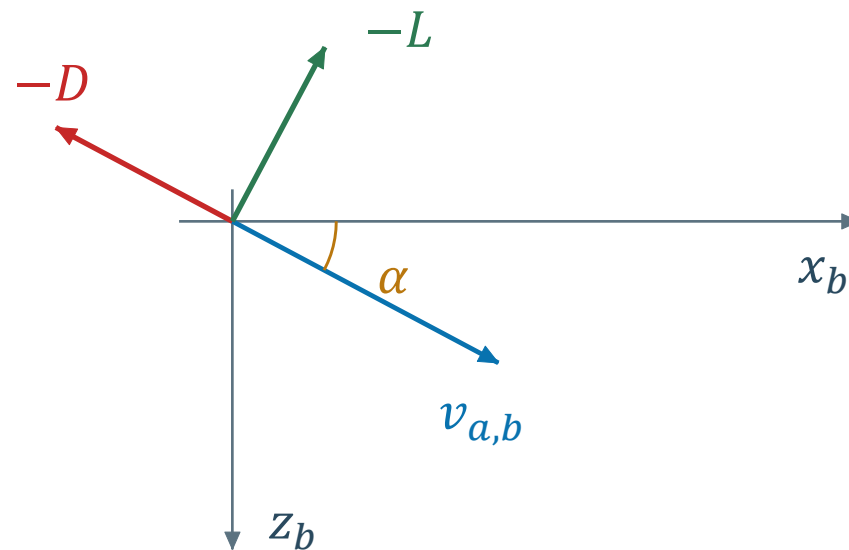
4.3.3 环境分系统建模：气流轴到机体轴

气流坐标中的升阻力要转回机体系

- 气流前轴沿相对空速，升力向上、阻力向后；力向量为 $[-D, Y, -L]^T$ ，还需转到机体系。
- 无侧滑时，按迎角转动纵向分量；零迎角给出 $F_x = -D$ 、 $F_z = -L$ ，可检查符号。
- 取 $\alpha = 10^\circ$ 、 $D = 2.4 \text{ N}$ 、 $L = 12 \text{ N}$ ，得 $F_x \approx -0.28 \text{ N}$ 、 $F_z \approx -12.23 \text{ N}$ 。

$$F_x = -D \cos \alpha + L \sin \alpha$$

$$F_z = -D \sin \alpha - L \cos \alpha \quad (\beta = 0)$$



图：同一气动力的两套分量

升阻力的定义方向随来流确定，送入刚体前必须统一为机体分量。

4.3.3 环境分系统建模：三维公式查阅

完整气流变换保留迎角与侧滑的影响

- 记 $C_{b \leftarrow w}$ 为气流到机体的变换，与4.1的机体到地面矩阵 R 区分； α, β 使用同一套气流角定义。
- 先计算 $C_{b \leftarrow w}[-D, Y, -L]^T$ ，若还需地面分量再乘 R ； $\alpha = \beta = 0$ 时本矩阵应退化为单位矩阵。

$$C_{b \leftarrow w} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{F}_{\text{aero,b}} = C_{b \leftarrow w}[-D, Y, -L]^T$$

完整气动力映射的输入是气流轴分量，输出是机体轴分量。

4.3.3 环境分系统建模：风场层级

常值、阵风、切变与紊流各描述一种变化

- 常值风保持不变；阵风是有限时间变化；切变随空间位置改变；紊流是具有指定统计特征的随机起伏。
- Dryden用成形滤波产生有时间关联的风；强度、长度尺度与功率谱分别说明幅度、变化尺度和频率分布。
- 叠加前统一坐标单位并保存参数与种子。冻结紊流假设（紊流随平均风整体平移）要求足够空速，悬停须另行论证。

常值：时间不变

阵风：有限变化

切变：随位置变

紊流：相关起伏

图：时间、空间和随机性不同维度

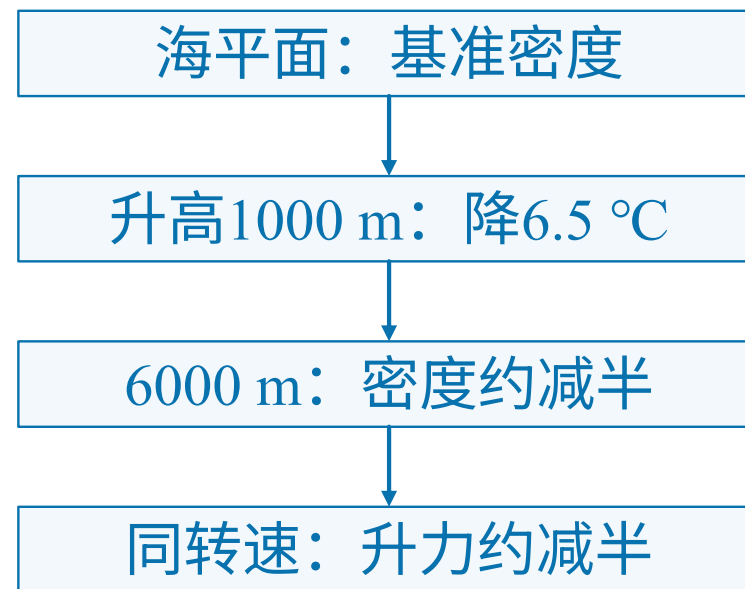
风场的时间变化、空间变化与随机特性是不同建模维度。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.3 环境分系统建模：标准大气与风场数据

海拔改变空气密度，实测数据可以重建风场

- 国际标准大气（ISA）按海拔给出气温与密度：每升高1000 m，气温约降6.5 °C，空气密度约降10%~12%。
- 海拔6000 m处密度约减半；同桨同转速、系数近似不变时，推力约减半。起降按机型核对推力余量与适配桨型。
- 数据驱动风场：在目标区域布设风速传感器长期记录风速风向，再用统计、曲线拟合或基函数展开重建典型风扰。



图：ISA中海拔对密度和升力的影响

高度通过密度改变动力与气动力，风场可由机理模型或实测数据给出。

4.3.3 环境分系统建模：单元实践与验收

风场实践：沿相对空速到受力的路径逐项核验

- 另存M0作练习副本，姿态和地速设为常值，依次输入无风、顺风2 m/s、逆风2 m/s，记录相对空速、阻力及地面分量。
- M0的WindDist接在机体速度减去变换后风速的路径上；先比较中间量，再释放运动积分器观察轨迹。
- **判据：** $R=I$ 、地速北向5 m/s、 $C_d=0.055$ 时，北向相对空速依次为5、3、7 m/s，阻力为-1.375、-0.495、-2.695 N。



图：可追踪的风扰注入路径

风只在确实接到相对来流与受力环节后，才构成动力学扰动。



4.3 动力单元、受力与观测建模



本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模**
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模

教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统

教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

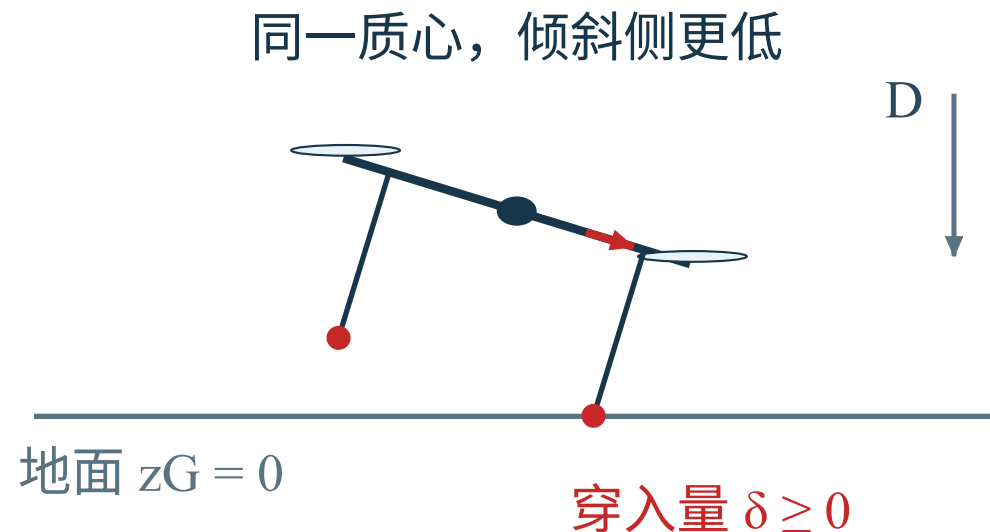
4.3.5 传感器子系统建模

教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

4.3.4 地形与接触：单元衔接与接触几何

先定位最低接触点，再求正穿入量

- 接触点由 $\mathbf{p}_{P,e} = \mathbf{p}_{C,e} + R\mathbf{p}_{P,b}$ 定位。质心同高，倾斜一侧也可能先触地；场景给几何，动力学算支撑。
- NED向下为正。平地 $z_G = 0$ 时，点在 -0.02 、 0 、 $+0.01$ m 分别为离地 2 cm、接触、压入 1 cm；惩罚法把微小穿入当作弹性压缩。



图：最低点决定接触，正穿入产生压缩

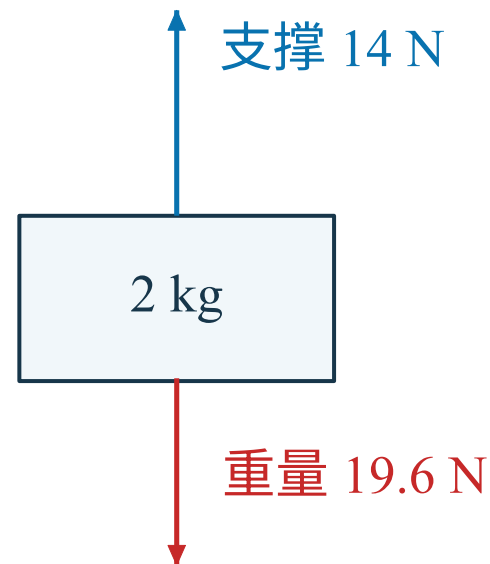
$$\delta = \max(0, z_P - z_G)$$

质心高度决定不了全部接触状态，姿态和起落架几何同样重要。

4.3.4 地形与接触：单边弹簧阻尼

地面只推不拉：从压缩和速度计算支撑

- 接触激活时 $N = \max(0, k\delta + c\dot{\delta})$ ，平地支撑为 $[0, 0, -N]^T$ ；离地时为零，截断防止回弹出现吸地拉力。
- 取 $m = 2 \text{ kg}$ 、 $k = 1000 \text{ N/m}$ 、 $c = 20 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ 。压入 0.01 m 且向下 0.2 m/s ，支撑仅 14 N ，小于 19.6 N 重量。
- 因此仍向下加速 2.8 m/s^2 。静态平衡压缩为 0.0196 m ；若原压缩下以 1 m/s 回弹，算出的负支撑应截为零。



仍向下加速

图：接触不等于已经达到力平衡

接触支撑既抵抗压缩，也抵抗落地速度，离地后应解除。

4.3.4 地形与接触：接触力数例

回弹时，负的候选支撑力怎么处理

- 沿用 $m = 2 \text{ kg}$, $k = 1000 \text{ N/m}$, $c = 20 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。压入 $\delta = 0.01 \text{ m}$ 时，以 1 m/s 向上回弹，即 $\dot{\delta} = -1 \text{ m/s}$ 。
- 弹簧项为 10 N ，阻尼项为 -20 N ，候选支撑为 -10 N 。单边地面只能推不能拉，因此把负候选值截断为零。
- 若无其他非重力竖直力，此刻下向加速度为 $a_D = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。速度仍可能向上，只是上升速度逐渐减小；速度方向不等于加速度方向。

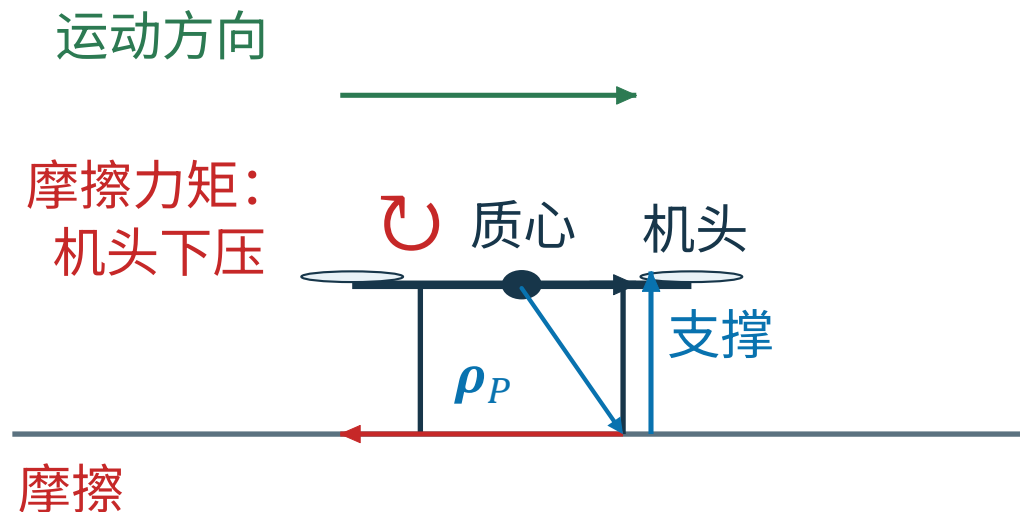
$$N = \max(0, 1000 \times 0.01 + 20 \times (-1)) = 0 \text{ N}$$

是否接触与合力是否平衡是两个不同判断。

4.3.4 地形与接触：摩擦与接触力矩

接触点的切向摩擦还会影响平移与转动

- 滑动摩擦大小为 μN 并反向于滑动；静摩擦在上限内平衡外力，如 $N=19.6\text{ N}$ 、 $\mu=0.4$ 时上限为 7.84 N 。
- 接触力变到机体系后还需计算 $\rho_P \times \mathbf{F}_{P,b}$ ；图中前滑时脚底摩擦向后、作用点低于质心，力矩使机头下压。



图：接触力对质心取矩

$$\mathbf{F}_t = -\mu N \mathbf{v}_t / \|\mathbf{v}_t\| \quad (\|\mathbf{v}_t\| > 0), \quad \|\mathbf{F}_{t,\text{static}}\| \leq \mu N$$

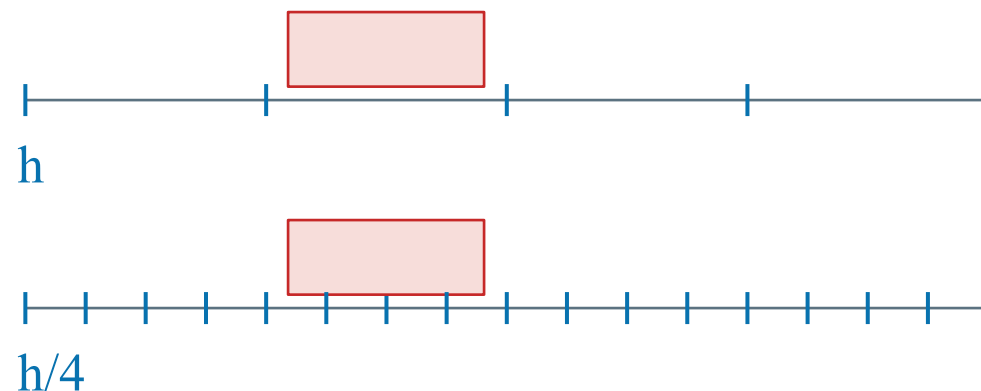
摩擦抵抗相对切向滑动，作用点偏离质心时还会产生力矩。

4.3.4 地形与接触：接触时间尺度

为什么接触越硬，求解步长越需要变小

- 弹簧质量系统的时间尺度约 $\sqrt{m/k}$ 。质量不变、刚度增大到4倍时，响应时间约减半，粗步长更易跨过接触过程。
- 取 $m = 2 \text{ kg}$ 、 $k = 1000 \text{ N/m}$ ，该尺度约 0.0447 s 。过大步长会先深穿入，再算出过大恢复力，造成假反弹或发散。
- 固定物理参数，比较步长 h 与 $h/2$ 的接触时刻、最大穿入和峰值支撑；数值趋稳后再解释材料软硬。

同一接触过程，两种时间网格



红色窄区：接触快速变化

图：步长 h 在红区内无采样点， $h/4$ 时有3个
 $h/4$ 仅作演示，收敛检查仍比较 h 与 $h/2$

接触刚度提高会缩短响应时间，粗步长可能跨过整个碰撞过程。

4.3.4 地形与接触：实际地面模型边界

M0地面约束与理想落体要分开试验

- M0取TerrainIn第一项高程，按机体 $z - z_G$ 设置恢复力、水平阻尼和回正矩；没有逐足接触，源码还含重力抵消。
- 它适合平地整体支撑，单边材料模型与坡面碰撞需另建。地面试验分别检查离地、穿入和落地初态。
- 理想落体则关闭接触、确认电机已停并取零气动力。每次初始化，保存相同地形、初态和步长。

地面试验

理想落体

接触开启

接触关闭

记录支撑与力矩

电机已停转

初始化地面状态

气动力设零

图：两种试验保留的力不同

最小模板以高程和机体状态生成地面约束，适合先理解接口与作用。

4.3.4 地形与接触：地形数据与障碍物

地形服务器用离线文件给出高度，障碍物用轨迹描述

- 三维场景在线传地形，数据量大、易延迟丢包；地形服务器把地形预存为本地文件，是CopterSim的默认方案。
- 地形按规则网格存储，每个节点是地面系坐标；RflySim用.png存Z高程，.txt存XY边界、采样间隔和原点经纬高。
- 动态障碍物用随时间变化的地面系位置描述，轨迹不变即静态障碍物；RflySim可经Python接口创建并实时更新。

地形服务器

在线获取

.png：Z高程

来自三维场景

.txt：边界与原点

数据量大

离线、稳定、开销小

易延迟丢包

图：地形数据的两种获取方式

地形高度来自离线网格文件，障碍物以位置轨迹接入同一环境模型。



4.3 动力单元、受力与观测建模



本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

- 4.1 运动建模基础与运动学
- 4.2 刚体动力学与运动求解
- 4.3 动力单元、受力与观测建模**
- 4.4 配平、线性化与动态系统基础
- 4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
- 4.6 参数测量与静态模型辨识
- 4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
- 4.8 典型无人载具建模与扩展
- 4.9 建模工具、代码生成与模型部署
- 4.10 API与SDK建模接口
- 4.11 例程体系与综合实践
- 4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模

教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统

教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触

教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模

教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境



4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.5 传感器子系统建模：运动模型整体框架

运动真值、环境数据与传感器观测各有来源

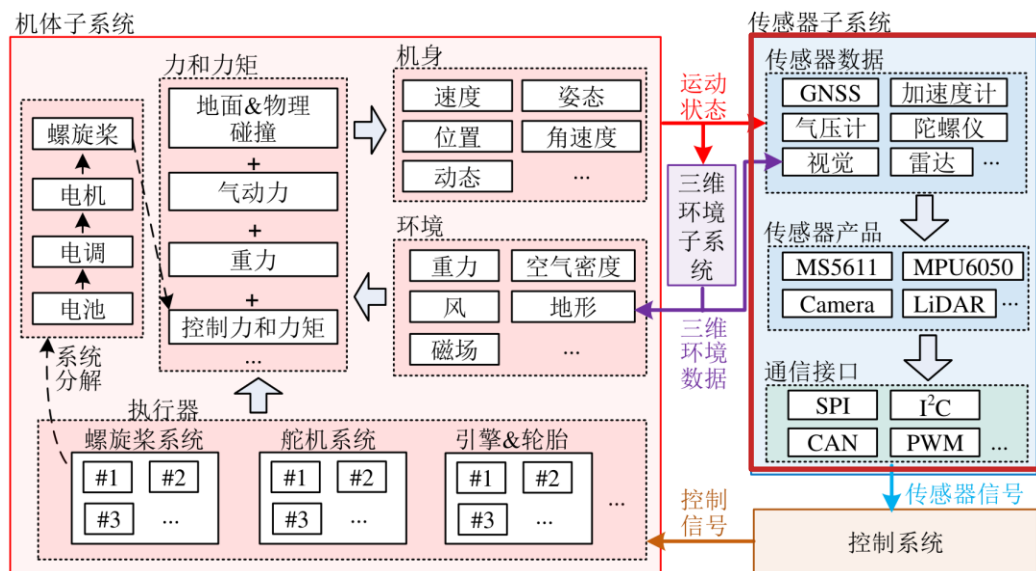


图4.7 无人系统载具运动模型整体框架
真值 $\neq$ 带噪量测 $\neq$ 估计

- **运动与环境：** 机体由力和力矩更新运动真值；三维环境依位姿组织场景，为视觉生成、地形接触和空间交互提供条件。
- **观测来源：** 传感器从真值或场景生成数据，再加入安装、采样和误差；真实位置、带噪测量与滤波估计不是同一变量。
- **闭环读图：** 观测进入控制系统，指令再驱动机体；调试可读取真值定位问题，接入控制器则须使用约定的观测接口。

先求物理运动，再生成观测，反馈控制由此闭合。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.5 传感器子系统建模：图4.7局部

传感器子系统：理想数据、产品特性与通信接口

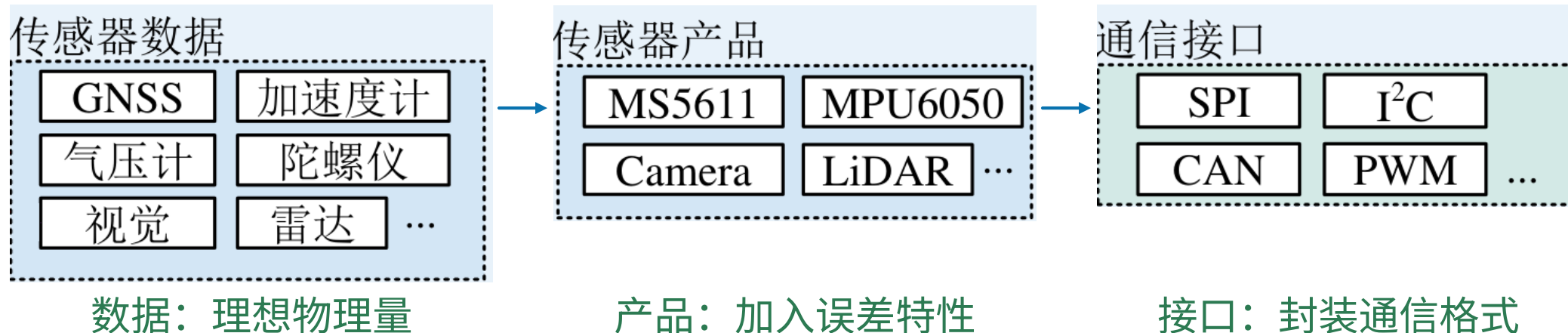


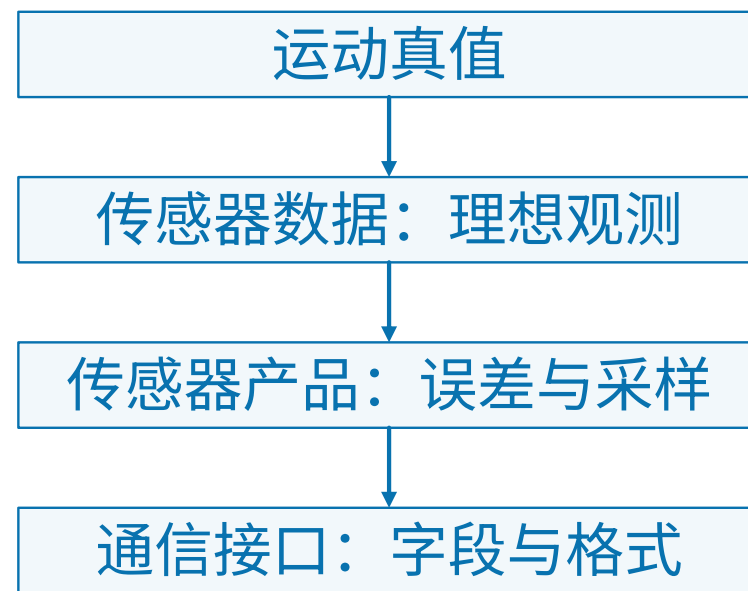
图4.7（局部）传感器子系统的三个分区

- **三层分工：**数据分系统取理想物理量；产品分系统加噪声、量化与校准误差；接口分系统封装成SPI、I²C、UART、CAN、USB等格式。
- **建模深度：**HITL（硬件在环）中数据经串口以MAVLink发给飞控，不必模拟SPI、I²C；用FPGA替代传感器芯片时才需要协议级模型。

4.3.5 传感器子系统建模：三层模型与接口约定

运动真值经过物理观测和产品误差，再成为接口数据

- 刚体积分器保存运动真值；理想观测按物理原理映射，再加入偏置、噪声、安装误差和采样。
- **接口约定：**模块之间约定的输入输出、单位、坐标系、频率与时序。M0用HILSensor30d、HILGPS30d等输出观测，另保留真值。
- 逐字段登记物理量、坐标、单位、时间戳和周期；先关产品误差，用静止、理想落体、已知加速核对比力。



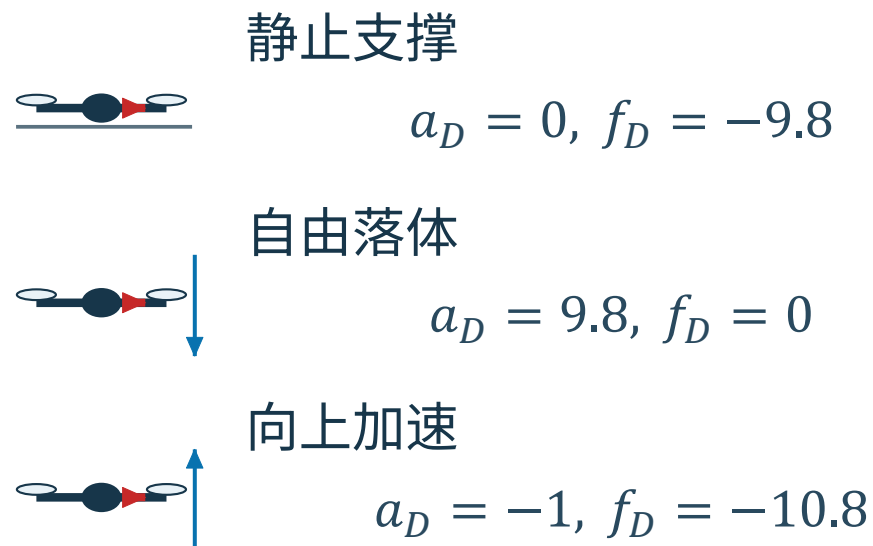
图：真值经数据、产品、接口三层成为观测

运动真值、理想测量与带误差的产品输出承担不同角色。

4.3.5 传感器子系统建模：比力三工况

从运动加速度减去重力，得到比力

- 质心处理论比力为 $f_b = R^T(a_e - g_e)$ ：先从运动加速度减重力，再转到传感器轴。
- 图中机体与NED对齐、传感器在质心且无误差。静止支撑运动加速度为零，比力却为 -9.8 m/s^2 。
- 理想落体必须同时取零推力、接触和气动；此时向下加速 9.8 而比力为零。向上加速 1 时，下向比力为 -10.8 。

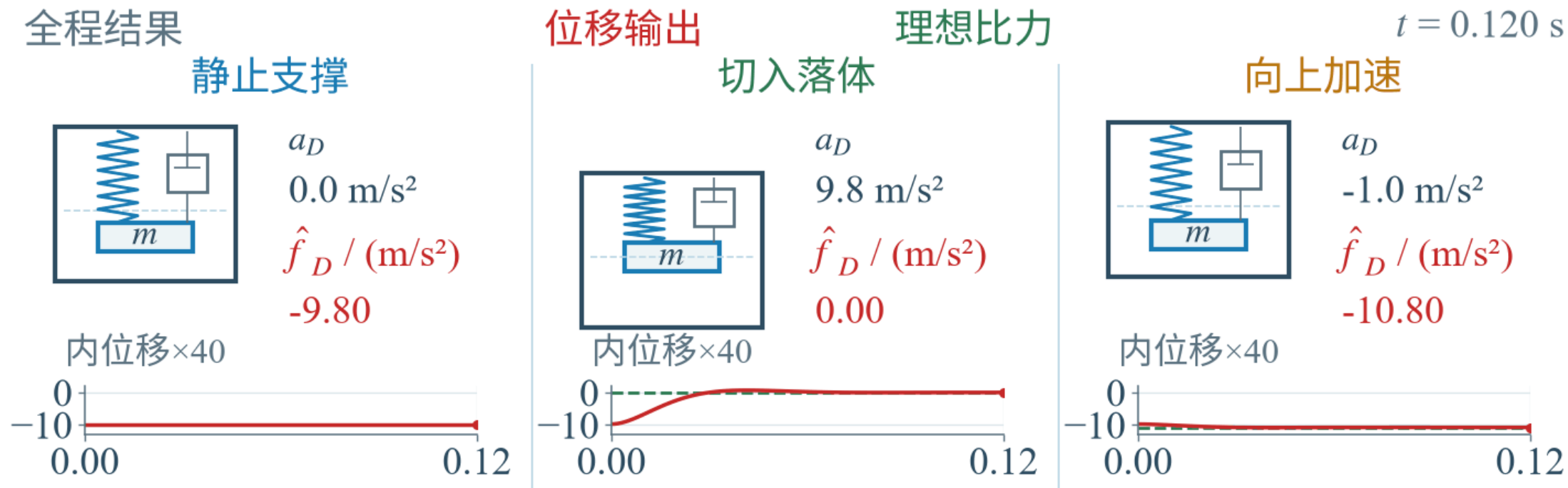


图：三个工况的理想比力

三个已知工况能同时检查重力处理、符号和加速度单位。

4.3.5 传感器子系统建模：敏感质量机构

敏感质量的相对位移怎样形成比力读数



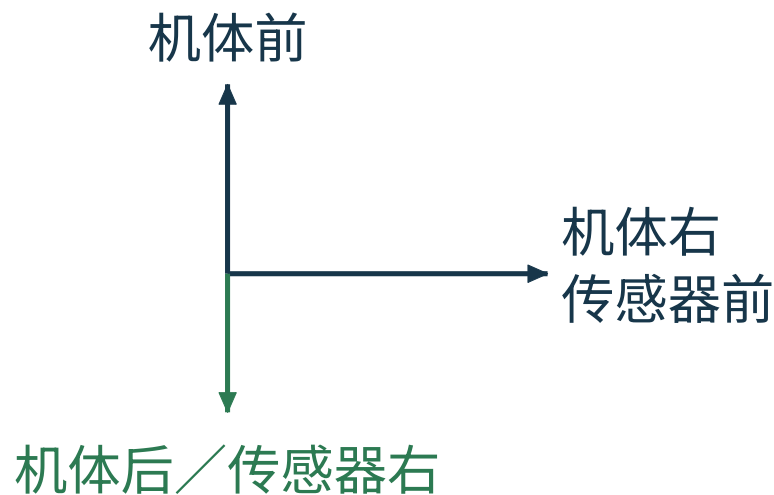
图：弹簧阻尼敏感质量的瞬态响应（单轴教学模型；内部位移放大）

三个已知工况能同时检查重力处理、符号和加速度单位。

4.3.5 传感器子系统建模：角速度与安装坐标

陀螺仪角速度与传感器安装方向怎么处理

- 陀螺测的是绕传感器轴的角速度，先用安装矩阵 $C_{s \leftarrow b}$ 投影，才能与机体角速度比较；它不是欧拉角导数。
- 图中传感器前轴朝机体右、右轴朝机体后、下轴不变：安装矩阵 $C_{s \leftarrow b}$ 的三行为 $[0, 1, 0]$ 、 $[-1, 0, 0]$ 、 $[0, 0, 1]$ ，机体前向 $[1, 0, 0]$ 映为 $[0, -1, 0]$ 。



图：安装旋转不是机体姿态

$$\boldsymbol{\omega}_s = C_{s \leftarrow b} \boldsymbol{\omega}_b, \quad \mathbf{f}_s = C_{s \leftarrow b} \mathbf{f}_b$$

陀螺输出是绕传感器轴的角速度，转换后才与机体方程对应。

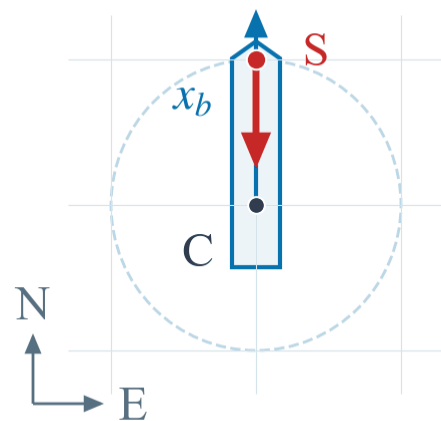
4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.5 传感器子系统建模：安装杆臂拓展

传感器离开质心后，还会感受到转动加速度

- 机体各点角速度相同，离质心的测点却另有切向与向心加速度； ρ_s 是安装杆臂，不能直接复制质心比力。
- 绕下轴匀速1 rad/s，质心前0.1 m测点的额外前向加速度为 -0.1 m/s^2 。基础三工况将测点放在质心，隔离这一影响。

$r = 0.10 \text{ m}$ $t = 0.00 \text{ s}$



重播暂停

水平加速度

C 0 m/s^2

S 0.10 m/s^2

机体系

$a_{x_b} = -0.10 \text{ m/s}^2$

陀螺仪

C, S 1 rad/s

图：同一转动，不同测点的加速度不同

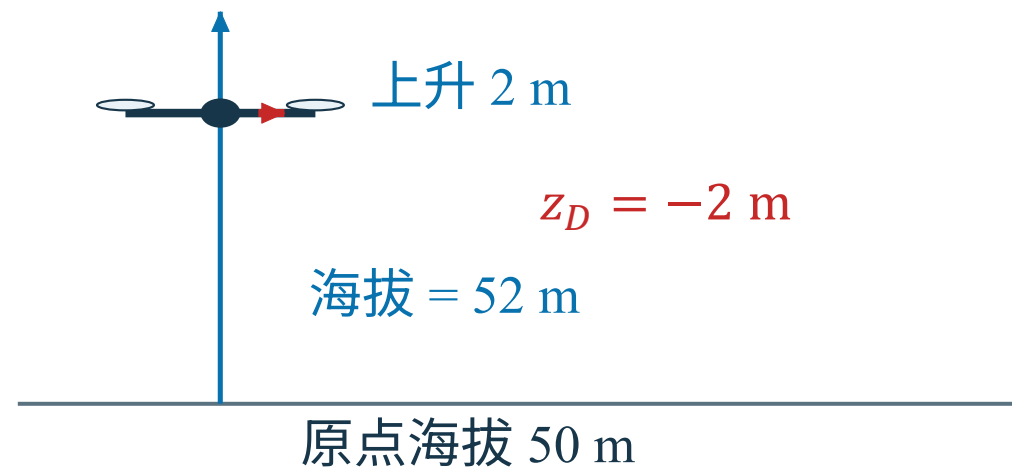
$$\mathbf{f}_s = C_{s \leftarrow b} [\mathbf{f}_{C,b} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \boldsymbol{\rho}_s + \boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \boldsymbol{\rho}_s)]$$

同一刚体各点角速度相同，但离质心不同的位置可有不同线加速度。

4.3.5 传感器子系统建模：GNSS与参考原点

同一上升运动，在GNSS和气压观测中怎样表示

- 全球导航卫星系统（GNSS）需地理原点，N、E米数不能当角度。海拔 $h = h_0 - z_D$ ：
原点50 m、 $z_D = -2$ m时海拔52 m。
- 气压随上升降低**：近地取 $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ，上升10 m约降117.6 Pa，大高度需完整大气模型。椭球高、海平面高和离地高须区分；1 hPa=100 Pa。



图：上升时海拔增大、气压降低

$$\Delta p \approx -\rho g \Delta h$$

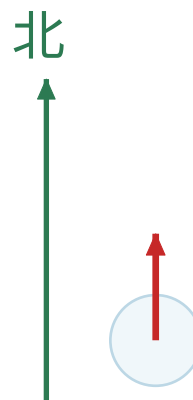
NED位置变成经纬高时，必须保留原点与垂直方向的定义。

4.3 动力单元、受力与观测建模

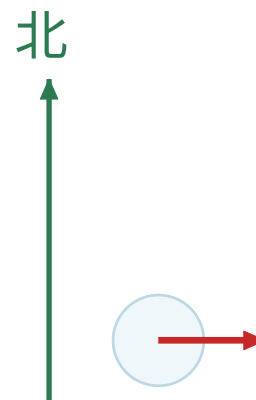
4.3.5 传感器子系统建模：磁场方向观测

磁力计看到的是地磁向量在自身轴上的分量

- 当地地磁向量先经姿态和安装转换。取 NED 地磁 $[20, 0, 40]^T \mu\text{T}$ ，且传感器轴与机体重合：朝北读数不变，朝东变为 $[0, -20, 40]^T \mu\text{T}$ 。
- 姿态改变的是轴向分量，而非当地磁场；铁磁材料与电流的附加磁场、产品误差，可在理想方向核对后另行加入。



机头朝北
 $[20, 0, 40]^T$



机头朝东
 $[0, -20, 40]^T$

$$\mathbf{B}_s = C_{s \leftarrow b} R^T \mathbf{B}_e$$

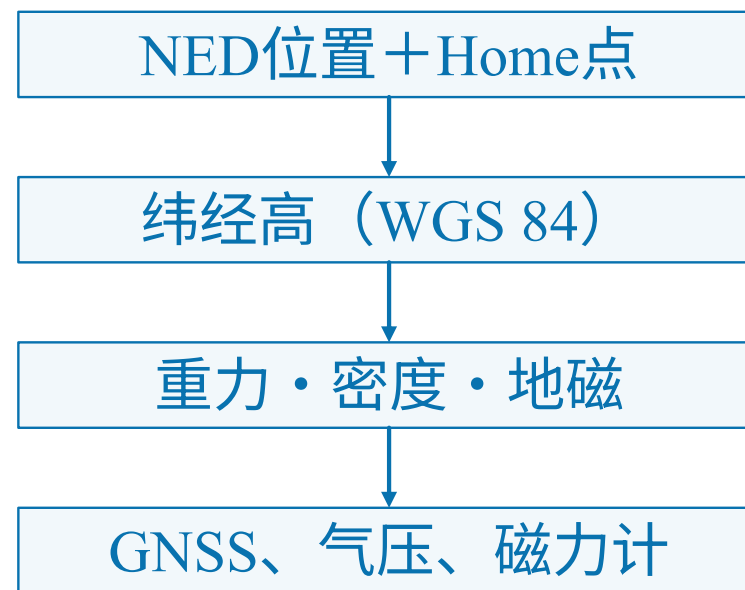
图：磁场固定而轴向分量改变

姿态改变会改变磁场分量，而不必改变当地地磁场本身。

4.3.5 传感器子系统建模：经纬高与地磁模型

由局部位置推算经纬高，再查重力、密度与地磁

- 已知Home点经纬高，由质心NED位置推算WGS 84经纬高（LLA）：纬度、经度以度计，高度相对参考椭球、向上为正。
- 按WGS地球模型求当地重力加速度，按ISA求密度与温度；GNSS还需叠加卫星数据才生成定位。
- 世界磁场模型（WMM）按经纬高给出地磁强度、倾角与磁偏角，是磁力计理想数据和磁航向修正的来源。



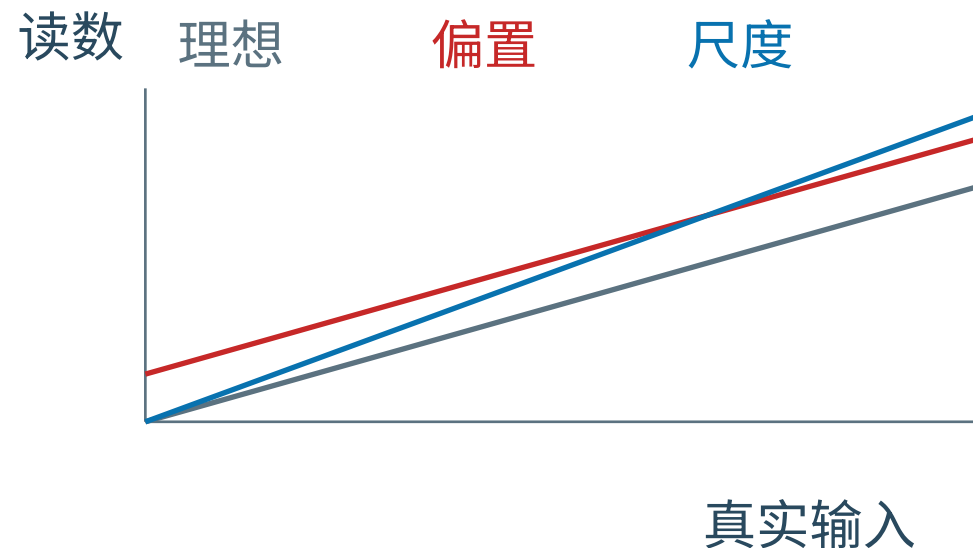
图：由局部位置查询全球环境模型

经纬高把局部运动接到全球模型，重力、大气和地磁按当地位置查询。

4.3.5 传感器子系统建模：偏置与随机噪声

偏置、尺度和安装误差改变测量的不同特征

- 先投影到传感器轴，再加尺度 K 、偏置 b 和噪声 n 。偏置0.2使真值1的均值到1.2，尺度1.02使10读成10.2。
- 安装误差还会混合各轴；平均不能消除固定偏置。误差先作用于观测，闭环才可能把它间接传到运动；各项坐标与作用顺序须声明。



图：偏置改零点，尺度改斜率

$$y_s = C_{s \leftarrow b} y_b, \quad y_m = K y_s + b + n$$

偏置使测量整体偏移，随机噪声使测量围绕某个水平散布。

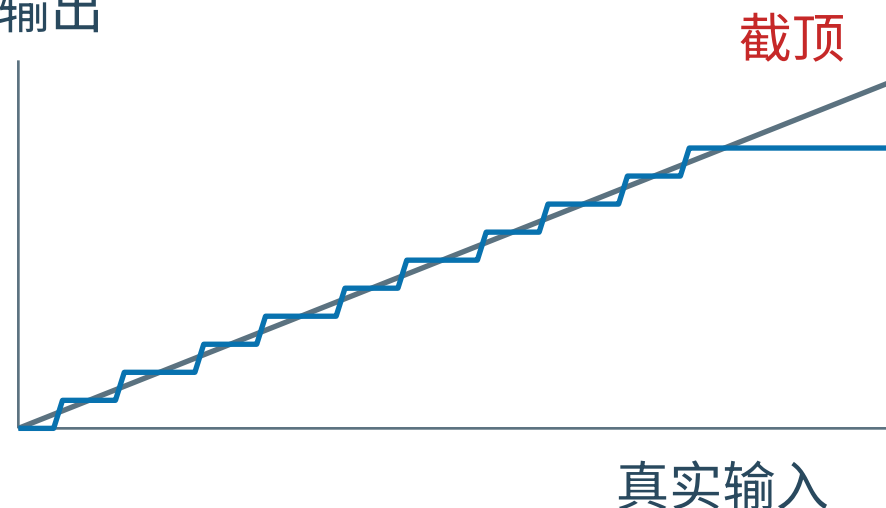
4.3.5 传感器子系统建模：分辨率与量程

有限分辨率和饱和也会改变数字测量

- 量化按间隔 Δ 舍入到有限台阶；最近值舍入且未饱和时，误差不超过 $\Delta/2$ 。
- 例 $\Delta = 0.02 \text{ m/s}^2$ ，3.456量化为3.46；同一台阶内小变化可能不改变数字输出。
- 量程上限4时，真实值5只能输出4，峰值被削平。量化、饱和与随机噪声是三种不同机制。

$$y_q = \Delta \text{round}(y/\Delta)$$

数字输出



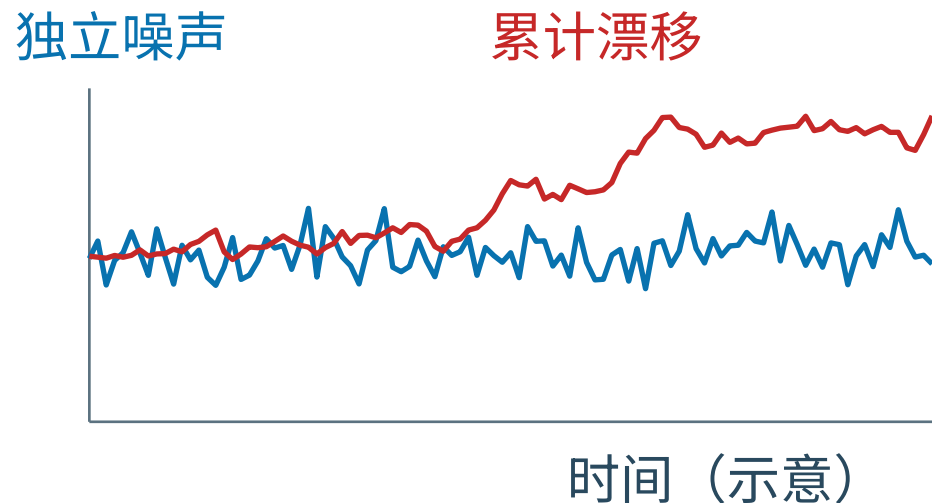
图：量化与截顶；台阶比例为示意

量化把连续值舍入到有限台阶，饱和把超出量程的值截到边界。

4.3.5 传感器子系统建模：漂移与噪声单位拓展

缓慢漂移与每个采样点的白噪声不同

- 白噪声是每次采样的独立抖动；随机游走逐步累积，偏置基线缓慢走开。下式给出按采样时间缩放的一种模型。
- ξ_k 为独立标准正态量； σ_b 单位是测量单位/根号秒，单样本噪声标准差则与测量单位相同。噪声密度需按带宽采样转换，不能混用。



图：独立抖动与累积漂移

$$b_{k+1} = b_k + \sigma_b \sqrt{T_s} \xi_k, \quad \xi_k \sim \mathcal{N}(0,1)$$

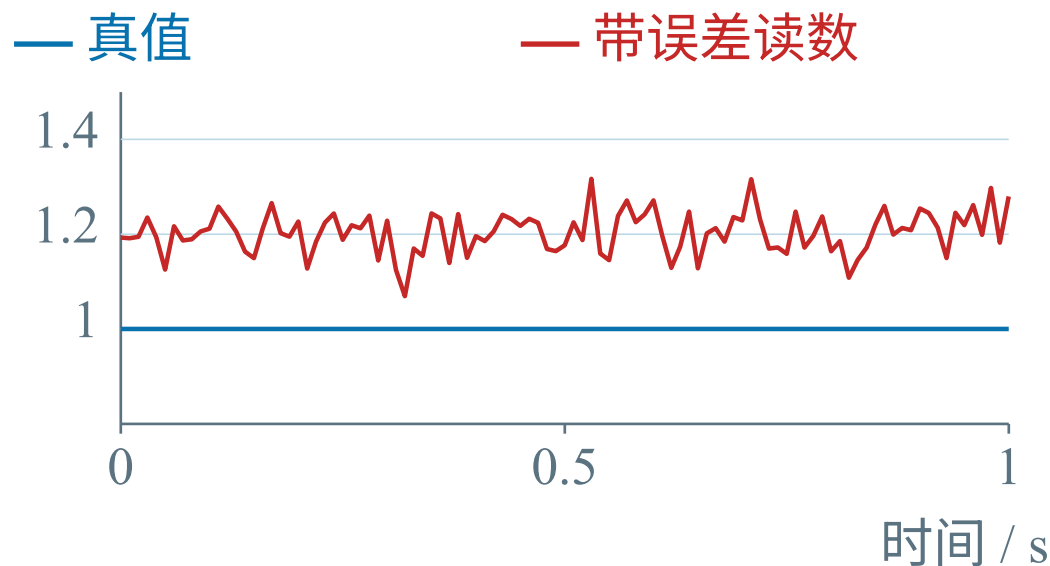
偏置漂移会随时间积累，离散噪声参数必须与采样定义配套。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.5 传感器子系统建模：用曲线辨认误差来源

看曲线分清偏置、采样保持与时间延迟

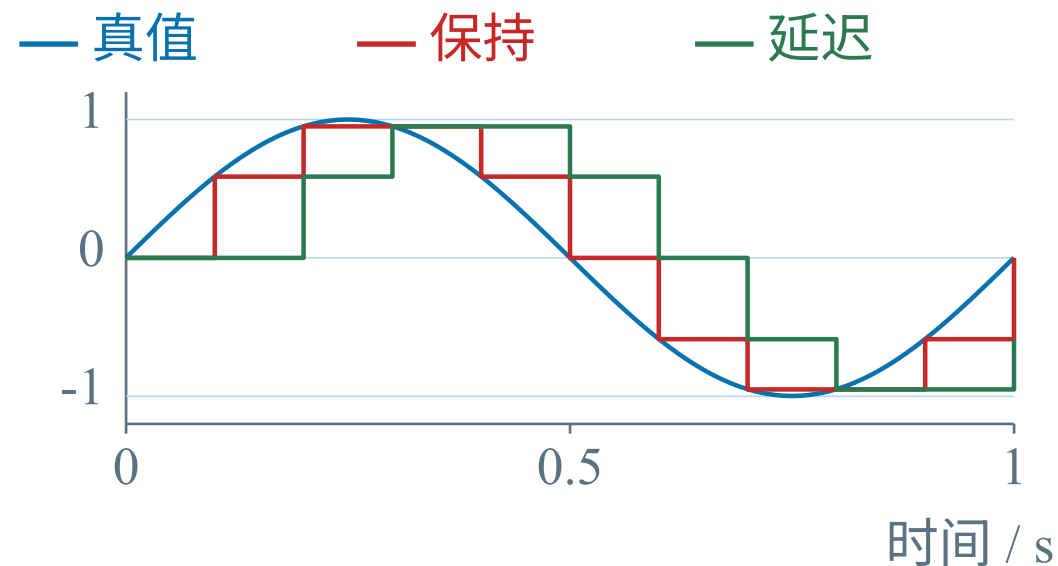
偏置与随机噪声 / m/s^2



偏置：均值上移0.2

- 真值1，带误差读数的均值升至1.2；随机噪声在均值附近散布。

采样保持与延迟 / 归一化值



采样：0.1 s 台阶

延迟：后移0.1 s

1 Hz真值；台阶与后移无需随机噪声也会出现。

4.3 动力单元、受力与观测建模

4.3.5 传感器子系统建模：采样时间戳与观测延迟

采样时刻与收到时刻之间发生了什么

采样周期0.1 s，传输延迟0.1 s；时间戳记录的是采集时刻。

全程结果

真实位置

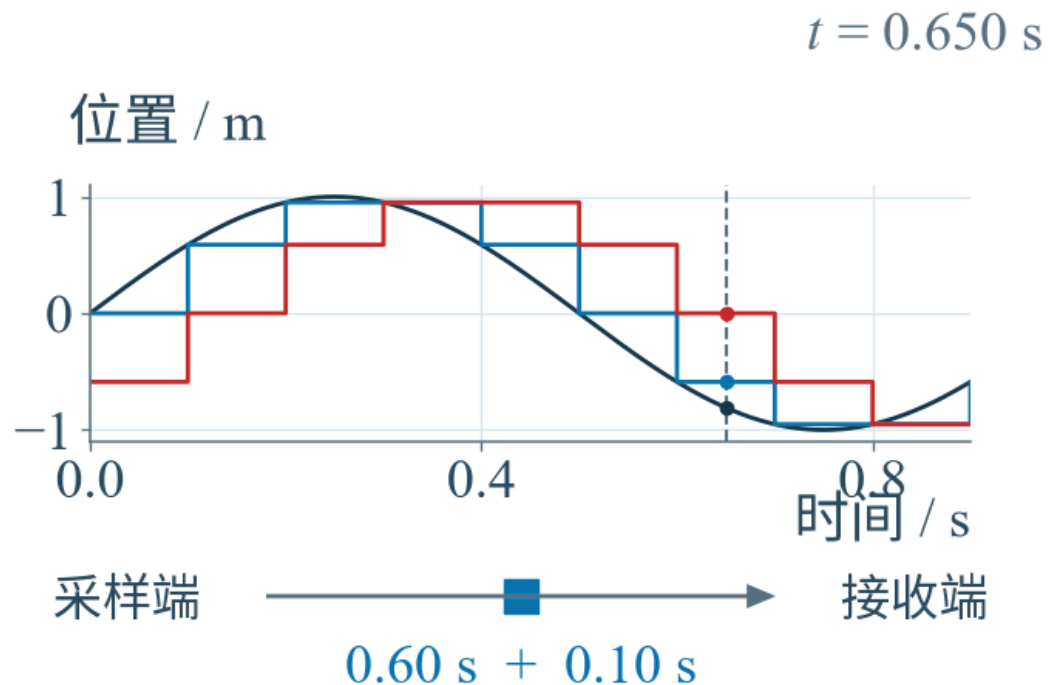
采样保持

接收可用

m -1 0 1

采集时刻 0.50 s

数据年龄 0.15 s



图：1Hz位置观测的采样、在途数据与接收保持

4.3.5 传感器子系统建模：振动噪声与视觉数据

噪声水平随转速变化，图像数据也要加产品特性

- 无振动时噪声标准差可取常数；电机、螺旋桨转动引起振动后，标准差随转速变化，需由实测数据辨识。
- 光流传感器先把相机图像压缩到较低分辨率，再模拟光流运算，输出速度估计；原始图像来自三维环境子系统。
- 相机、激光点云在理想图像上加模糊、畸变、噪声；光照、反射、雾化等可由UE、Unity等渲染引擎模拟。

向量数据

IMU、气压、磁场

噪声随转速变化

漂移、零偏、尺度

图像数据

相机、光流、点云

模糊、畸变、噪声

光照、反射、雾化

图：两类传感器数据加入的产品特性
图像、点云由RflySim3D生成（第3章）

振动使噪声随转速变化，视觉传感器同样要在理想数据上加入产品误差。

4.3.5 传感器子系统建模：部件自检例程

运行部件自检例程，核对同一条件下的数值

- **目录：** [安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e6_ModelingLearningLab/02_ComponentChecks/, 先读Readme.pdf
- **运行：** 只需Python 3标准库或基础MATLAB，不用Simulink。当前目录切到该文件夹，下方第一行在系统命令行运行，第二行在MATLAB命令窗口运行。
- **正常结束：** 生成motor_step.csv（Python另有checks.json，MATLAB另有checks.mat与motor_step.png）；目标528.09 rad/s，0.0214 s时转速333.82 rad/s、推力1.873 N。
- **常见失败：** 提示找不到python或文件时，检查解释器与当前目录；无写权限时把输出目录改到可写位置。

```
python component_checks.py --out-dir results  
component_checks('results_matlab')
```

离线部件计算给出明确基准，再与最小模板的对应模块逐项比较。

课堂练习：阶段实验A1·执行器与合成

阶段实验A1：由执行器输入计算合力与合矩

- **任务一：**把部件自检脚本中TAU（MATLAB为tau）改为0.0428 s，预测稳态转速、推力终值和响应快慢。
- **任务二：** $d = 0.25 \text{ m}$ 、 $\eta = 0.02 \text{ m}$ ，四桨各4.9 N；1、2号各增0.5 N，求总推力、三轴力矩和滚转角加速度（ $J_x = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ）。
- **阶段实验A1-A4：**A1（本节）物理计算；A2（课件4.7）参数验证；A3（课件4.10）接口实验；A4（课件4.12）一次模型改动。

参数： $\tau_m = 0.0428 \text{ s}$ ， $a \approx 0.177 \text{ m}$

输出：终值不变，响应时间加倍

合成： $T_\Sigma = 20.6 \text{ N}$
 $\Delta\tau \approx [-0.177, 0, 0]^T \text{ N} \cdot \text{m}$

导数： $\dot{p} \approx -3.54 \text{ rad/s}^2$

理想观测：见任务四

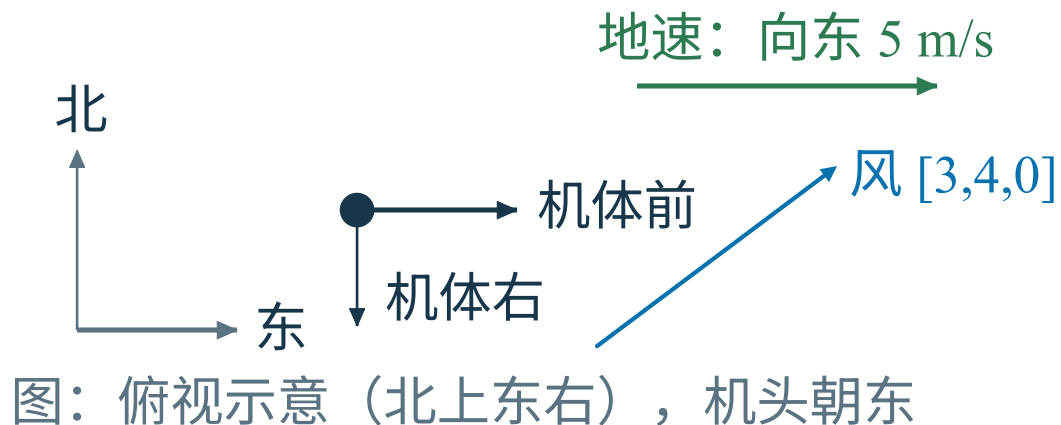
图：按计算链核对参考结果

先由真实执行器输出求合力合矩，再由惯量求角加速度。

课堂练习：阶段实验A1·环境与传感器

阶段实验A1：计算风的作用，并核对理想观测

- **任务三：**机头朝东，NED地速 $[0,5,0]^T$ 、风速 $[3,4,0]^T$ m/s， $k = 0.055 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$ ，求机体系相对空速与阻力。
- **任务四：**取 $g=9.8$ ，传感器在质心、与机体轴重合。求质心比力： $R = I$ 且向上加速 2 m/s^2 ；静置于使机体滚转 30° 的斜面上。
- 提交坐标参数、方程、输入—转速—推力曲线与解释。



- **参考三：** $\mathbf{v}_{\text{rel},b} = [1,3,0]^T$ m/s；阻力约 $[-0.055, -0.495, 0]^T$ N。
- **参考四：** $\mathbf{f}_b = [0,0,-11.8]^T$ ；斜面 $\mathbf{f}_b \approx [0, -4.90, -8.49]^T$ m/s²。

每个结果同时写明坐标、单位和工况，模型才可复现。

本节小结

从指令到观测：方法、关键判断与易错点

- **方法：**指令经限幅、门限得目标转速，一阶动态得当前转速， $T = c_T \omega^2$ ；按位置与旋向合成合力合矩；环境改变相对来流与接触，传感器把真值变成观测。
- **执行器：**区分目标转速与当前转速，推力用当前转速的平方；转速先由rpm换成rad/s，再代入拉力系数。
- **合成：**先核对电机编号与旋向，再比较矩阵；逆映射求出的各桨推力还须在0到单桨上限之间。
- **环境与接触：**阻力反向于相对空速而非地速；地面只推不拉，负支撑截为零，接触变硬时减小步长并确认收敛。
- **观测：**比力=运动加速度减重力；真值、量测、估计是三个变量； R 把机体向量转到地面系， R^T 反之，用反会使分量符号出错。