本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模
教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统
教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模
教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

本节导入

为四层运动模型补齐动力与观测

- **输入端：** 控制指令先驱动电机，转速经过推力与反扭矩关系才成为机体受力；课件4.2直接给定四桨推力，本节补上这一段。
- **环境端：** 风与密度改变相对来流和气动力；接触状态改变地面支撑，二者接到受力求和处。
- **输出端：** 刚体状态是真值；加速度计、陀螺仪等观测还要计算安装方向、偏置和采样，才成为飞控能用的测量。



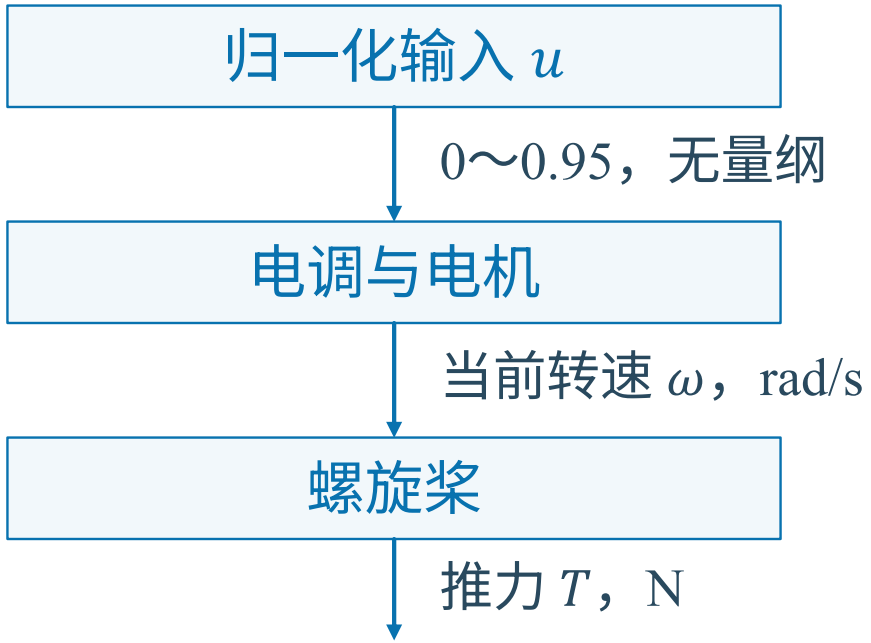
图：四层运动模型

真实输入先经过动力单元，运动真值再经过观测模型。

4.3.1 执行器分系统建模：信号的物理含义

控制量经电调、电机和桨，才成为推力

- 归一化指令u无量纲；脉宽调制（PWM）脉宽用微秒编码。电调驱动电机，再由桨产生推力；$u = 0.5$不等于半额定推力。
- **M0**：最小模板e0_MinModelTemp简称，[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e0_MinModelTemp/Exp1_MinModelTemp.slx
- inPWMs为16路归一化量，电机输入限幅0～0.95；单位按连线确认。



图：每一级都有不同的物理量

归一化指令只规定输入尺度，物理输出由动力模型决定。

4.3.1 执行器分系统建模：时域动态方程

电机为什么不会在指令跳变时瞬间到位

- 一阶近似把电控和转动惯量的主要滞后合并为时间常数τ_m；ω_∞是当前输入对应的稳态目标。
- 当目标高于当前转速时，右侧差值为正，电机加速；越接近目标，差值越小，转速变化也逐渐减慢。
- 时间常数越大，同样差值产生的转速变化率越小。该方程是指定工作区间的近似，不要求学生先会拉普拉斯变换。

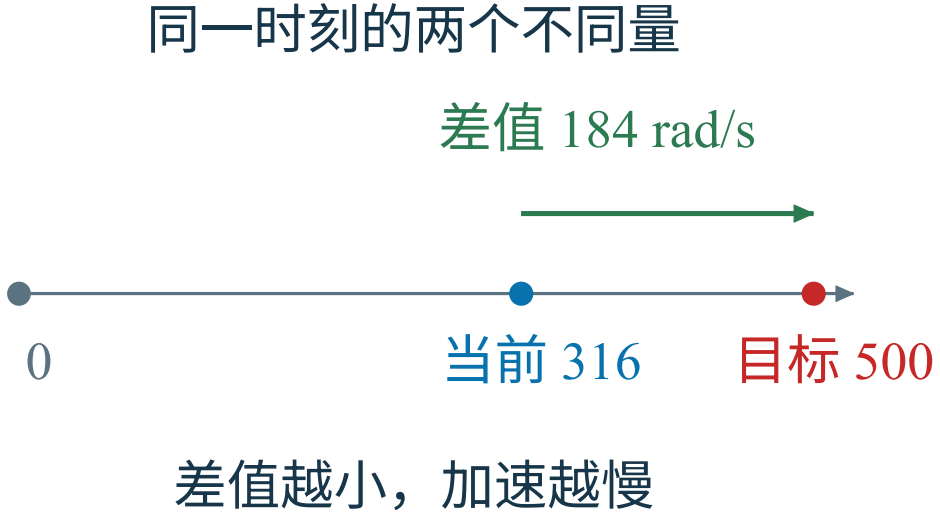
$$\tau_m \dot{\omega} + \omega = \omega_\infty, \qquad \dot{\omega} = \frac{\omega_\infty - \omega}{\tau_m}$$

一阶模型用当前转速与目标转速之差决定加速快慢。

4.3.1 执行器分系统建模：稳态目标与动态追赶

先求目标转速，再由当前状态追赶目标

- 稳态映射 $\omega_\infty = C_R u + \omega_{\text{bias}}$ 给出输入不变、过渡衰减后的终点，需逐点测量；电压、桨型、负载或来流变了要重测。台架“静拉力”试验同样有动态过程。
- **动态按目标减当前转速来加速：**差值越小越慢，τ_m越大越慢。
  例：取0.10 s，则此刻184/0.10=1840 rad/s²。



图：目标决定终点，状态决定当前输出

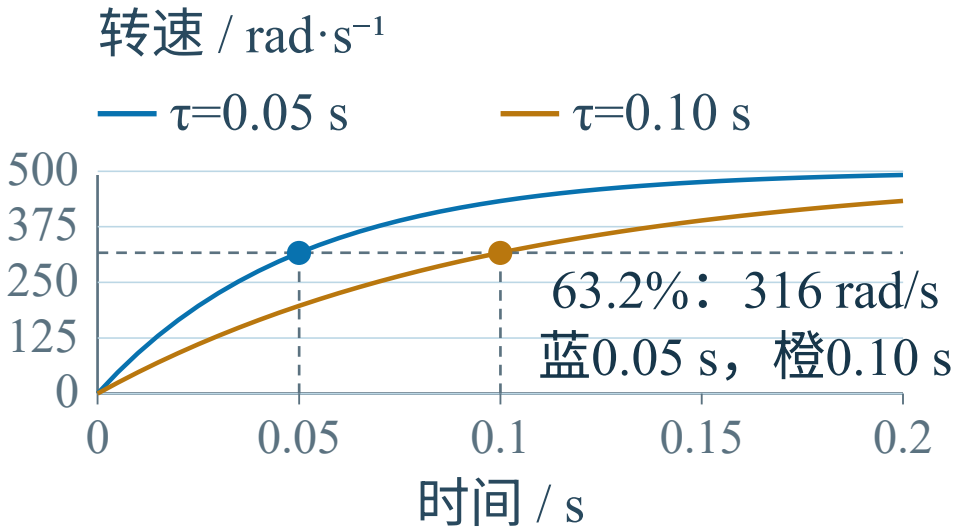
$$\dot{\omega} = (\omega_\infty - \omega)/\tau_m$$

稳态曲线给出终点，不能单独说明到达终点的速度。

4.3.1 执行器分系统建模：阶跃算例

在响应曲线上直接读出时间常数

- 零初速、目标500 rad/s时，
  蓝线$\tau_m = 0.05$ s：0.05 s达到316.1，0.15 s达到475.1 rad/s。
- 橙线$\tau_m = 0.10$ s：同一时刻0.05 s只到约196.7 rad/s；在各自一个时间常数处（同倍数），两线都到316.1 rad/s，即完成63.2%。



图：虚线为63.2%读数线（316 rad/s）

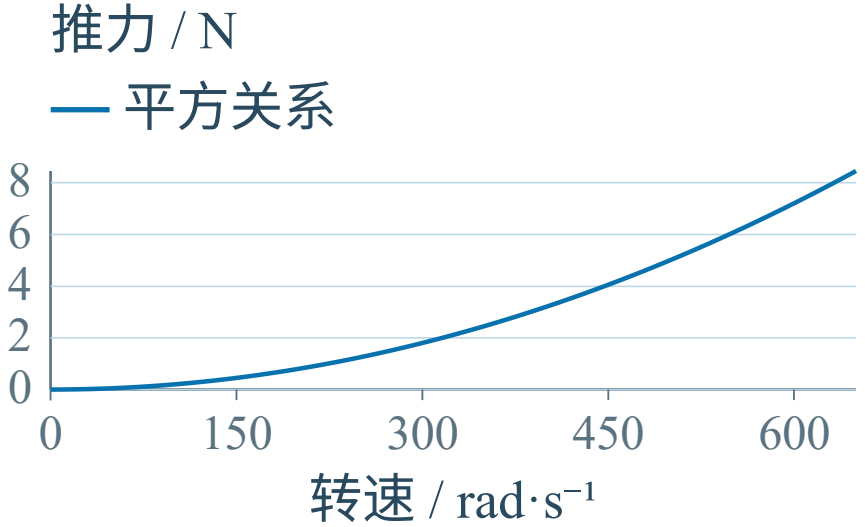
$$\omega(t) = \omega_\infty + (\omega_0 - \omega_\infty)e^{-t/\tau_m}$$

一阶转速在一个时间常数内完成总变化量的约63.2%。

4.3.1 执行器分系统建模：平方规律

转速先换单位，再平方得到推力

- 低速近似$T = c_T\omega^2$、$Q = c_M\omega^2$。取$c_T = 2 \times 10^{-5}$ N/(rad/s)²：500 rad/s产生5 N，减半仅1.25 N。
- c_T、c_M即教材式(4.29)的拉力、反扭矩系数，代码中记作kT、kQ。阶跃算例一个时间常数处，推力只达终值约40%；6000转/分先换成628.3 rad/s，再得7.90 N。



图：转速减半，推力减为四分之一

$$\omega = (2\pi/60)n_{\mathrm{rpm}}$$

推力取决于当前转速的平方，因此不与转速同比例增长。

4.3.1 执行器分系统建模：平方规律的适用条件

前进比与拉力、反扭矩系数的变化

$$J = \frac{V}{nD}$$

前进比描述来流速度相对螺旋桨旋转的快慢。
教材式(4.30)，为无量纲量。

V：沿桨轴、垂直于桨盘的来流速度，单位 m/s。
n：转速，单位转/秒；转/分数据先除以60。
D：螺旋桨直径，单位 m。

系数变化：在桨型等条件相近时，c_T、c_M仍随前进比J变化。
适用范围：悬停及低速工况下，若J很小且系数变化可忽略，可沿用常数近似；来流明显改变时，按相应工况查表或辨识系数。

4.3.1 执行器分系统建模：教材图4.9

从油门到拉力的完整动力链

稳态映射：目标转速　　动态：当前转速　　平方输出

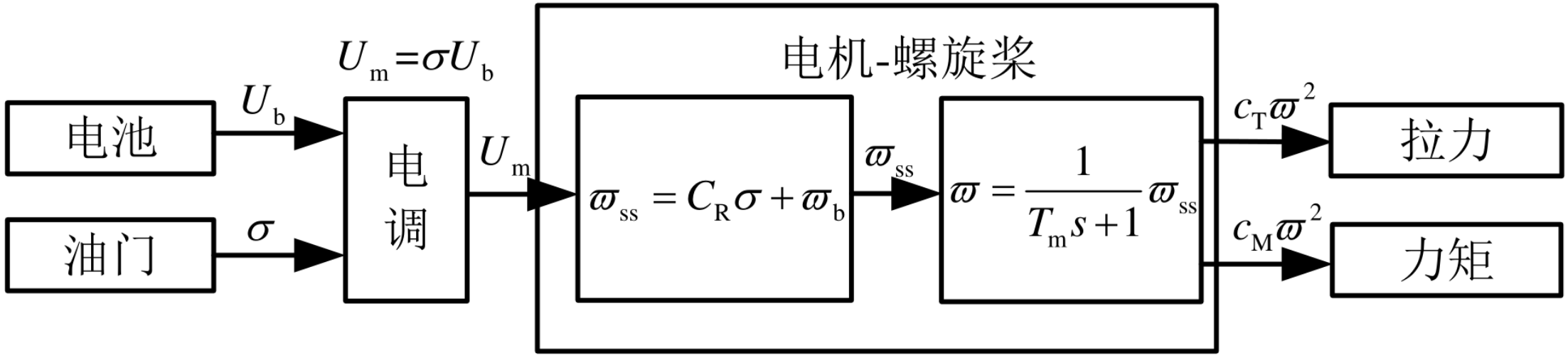


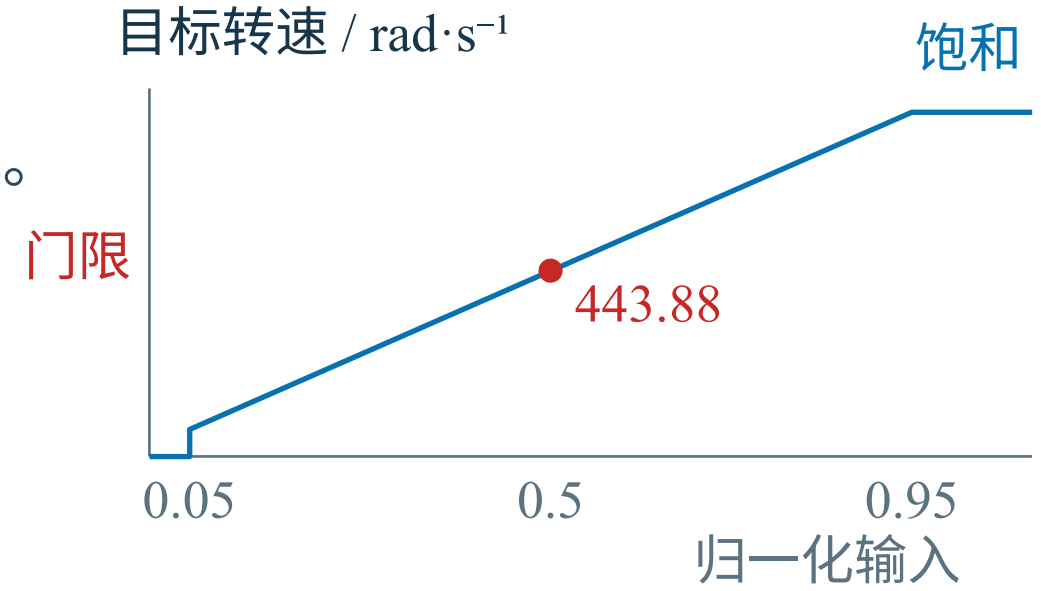
图4.9 电机螺旋桨执行器输出响应

- **符号对应：**油门$\sigma\to u$，$\varpi_{ss}\to\omega_\infty$，$\varpi\to\omega$，$T_m\to\tau_m$，$\varpi_b\to\omega_{bias}$；$c_T, c_M$沿用（代码中kT、kQ）；$s$在课件4.4展开。

4.3.1 执行器分系统建模：模板实际结构

M0：限幅和门限定目标，再算稳态推力

- M0先把输入限幅到[0,0.95]得u_c；
  $u_c < 0.05$时目标为零；
  其余按$842.1u_c + 22.83$，时间常数0.0214 s。
- $u = 0.5$得目标
  842.1×0.5+22.83=443.88 rad/s；
  取$c_T = 1.681 \times 10^{-5}$时，
  单桨3.312 N、四桨13.25 N。
- 质量1.515 kg，本题$g = 9.8$，
  重量14.85 N＞四桨13.25 N：
  离地、水平时才会向下加速。

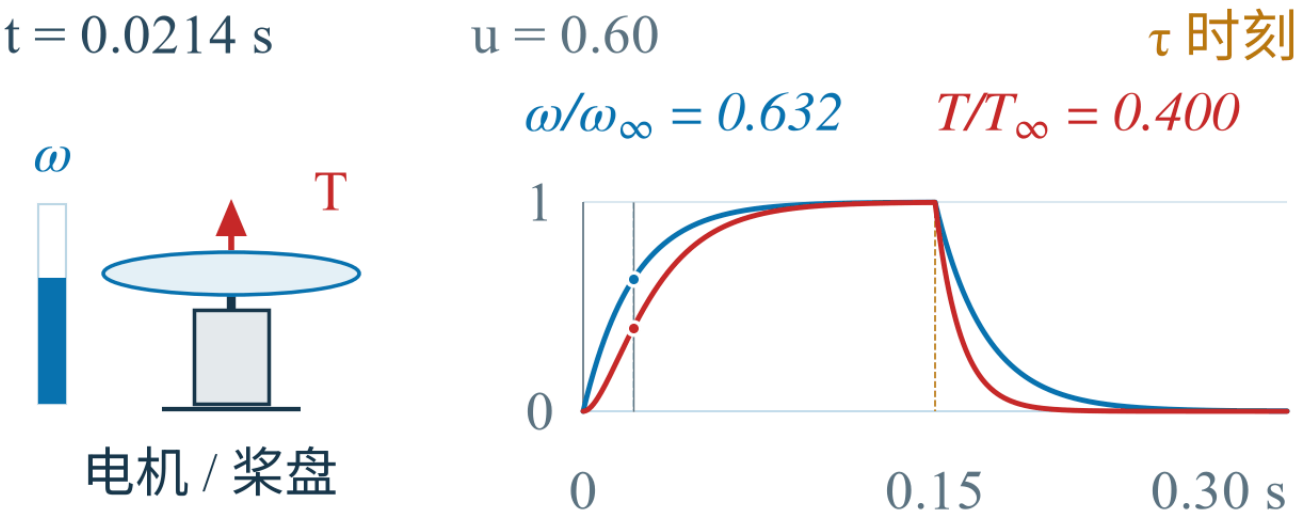


图：门限与饱和改变稳态目标

门限决定目标是否为零，实际转速仍按动态方程连续变化。

4.3.1 执行器分系统建模：阶跃与停转动画

记录关断前后，分清指令、转速与推力



图：输入关断后，转速连续衰减；推力随转速平方变化

- 输入0.6关断后，目标归零而转速连续衰减。按M0映射，输入0.04/0.06检验门限（目标0与73.36 rad/s），0.95/1.0检验饱和（目标均为822.8 rad/s）。

关断指令先改变目标，转速和推力随后连续衰减。

本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模
教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统
教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模
教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

4.3.2 力和力矩分系统：单元衔接与实体连接

教材图4.3：动力、机体、环境与观测的连接

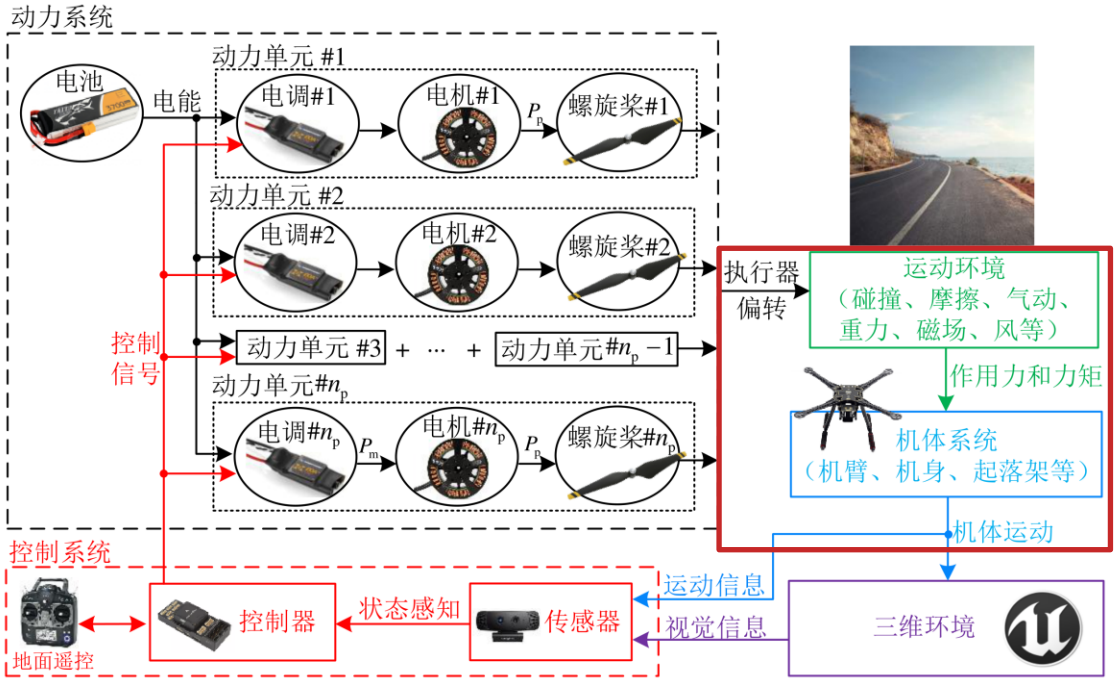


图4.3 多旋翼机身动力组件几何分布与拓扑连接

- 动力单元产生推力和反扭矩，经机架传给机体；运动环境的碰撞、摩擦、气动等作用也施加在同一机体上。
- 安装位置、轴向与旋向决定这些作用怎样进入刚体方程：单桨输出相同，位置不同也会形成不同合力矩，均相对质心计算。

相同推力作用在不同位置，会产生不同方向的机体力矩。

4.3.2 力和力矩分系统：图4.3局部

执行器的作用经运动环境到达机体

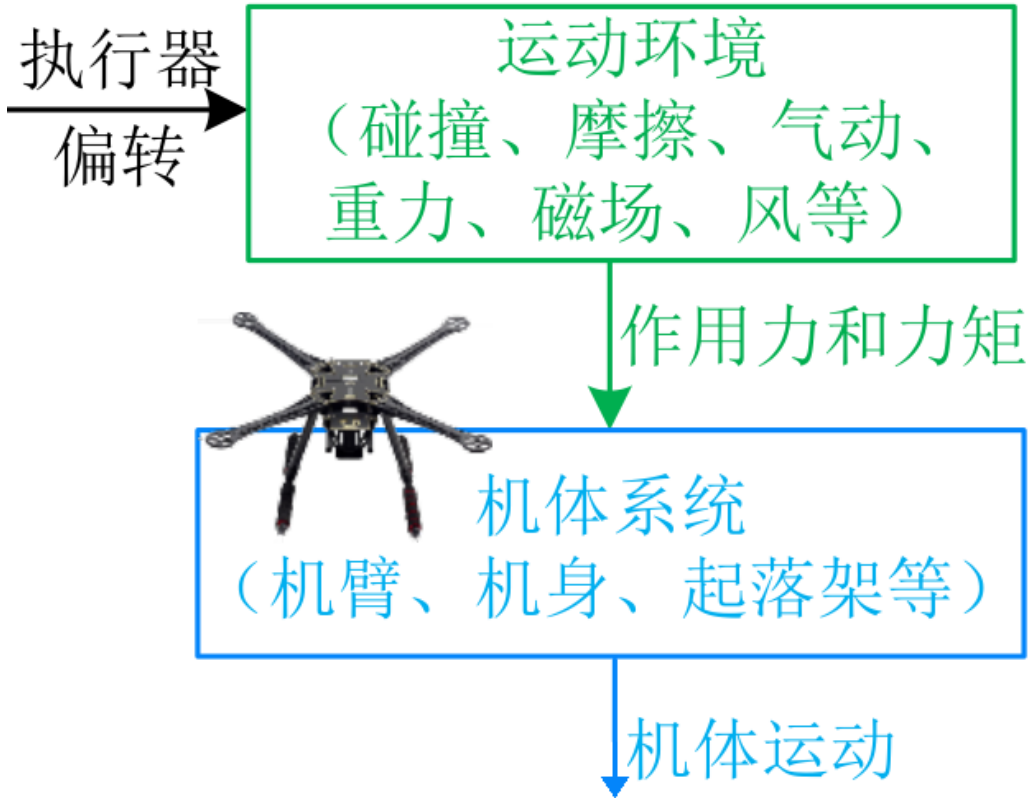


图4.3（局部）执行器→运动环境→机体系统

- **执行器偏转：**各动力单元输出推力与反扭矩，与碰撞、摩擦、气动、重力、磁场、风一并汇入运动环境。
- **作用力和力矩：**合成后作用于机体系统（机臂、机身、起落架），就是本单元要求的质心合力与合力矩。
- **机体运动：**再送往三维环境和传感器，经控制器回到电调，形成闭环。

4.3.2 力和力矩分系统：坐标与力臂

以质心为原点，先写单桨力向量

- **沿用课件4.1：**机体系b为前右下，地面系e为北东下；R把机体列向量转到地面系，所有力矩在质心处计算。
- 本单元先假设四个旋翼轴都平行于机体下轴，推力大小$T_i \geq 0$，实际方向朝上；因此力向量为$[0,0,-T_i]^T$。
- 力臂$\rho_i = [x_i, y_i, z_i]^T$从质心指向第$i$个旋翼；载荷改变质心时，力臂也要更新。

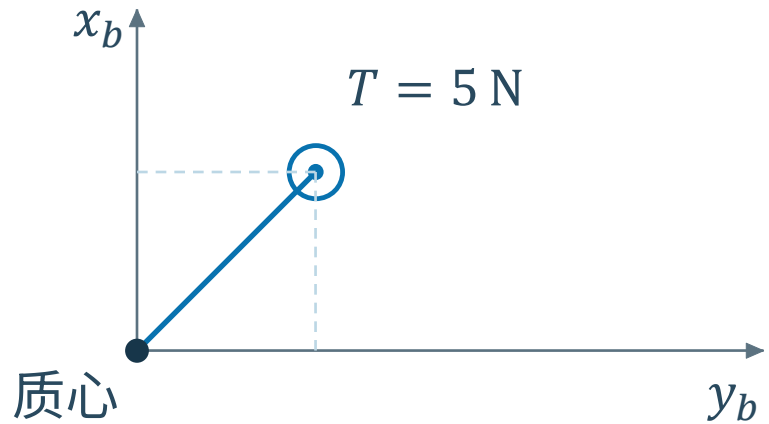
$$\mathbf{F}_{i,b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_i \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\rho}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

FRD中向上推力的第三分量为负，力臂从质心指向旋翼。

4.3.2 力和力矩分系统：叉乘算例

从单桨位置和推力，一步算到两个力臂矩

- FRD前右下为正，向上推力$T_i \geq 0$写成$[0,0,-T_i]^T$；力臂$\boldsymbol{\rho}_i$从质心指向旋翼。
- 叉乘$\boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{F}_i = [-y_i T_i, x_i T_i, 0]^T$。前右桨增推力，产生负滚转、正俯仰，没有偏航力臂矩。
- 取$x_i = y_i = 0.2$ m、$T_i = 5$ N，得到$[-1,1,0]^T$ N·m；右侧和机头都有抬升趋势。



⊙ 向上、出纸面

$M_x = -1,\ M_y = +1$

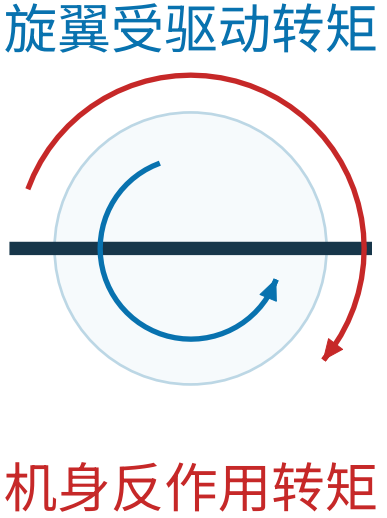
图：单桨的两个力臂矩

向上推力的滚转矩由左右位置决定，俯仰矩由前后位置决定。

4.3.2 力和力矩分系统：反扭矩符号

偏航反扭矩来自旋向，而不是竖直推力力臂

- 电机驱动旋翼时，机身承受相反转矩；稳态大小用$Q_i = c_{\mathrm{M}}\omega_i^2$。它与位置叉乘得到的力臂矩分别相加。
- 俯视时正下轴正转动为顺时针。教材用$s_i = \pm 1$记机身反扭矩：奇数桨为正、偶数为负；实际机架的编号与旋向以所用模型为准。



图：驱动与反作用转矩相反

$$\mathbf{M}_{i,b} = \boldsymbol{\rho}_i \times \mathbf{F}_{i,b} + [0,0,s_i Q_i]^{\mathrm{T}}$$

机身反扭矩方向与旋翼受到的驱动转矩相反。

4.3.2 力和力矩分系统：教材图4.10与几何约定

一般旋翼位置与X构型编号

- 一般旋翼以角度和径向距离描述位置，几何量决定每桨的作用列。

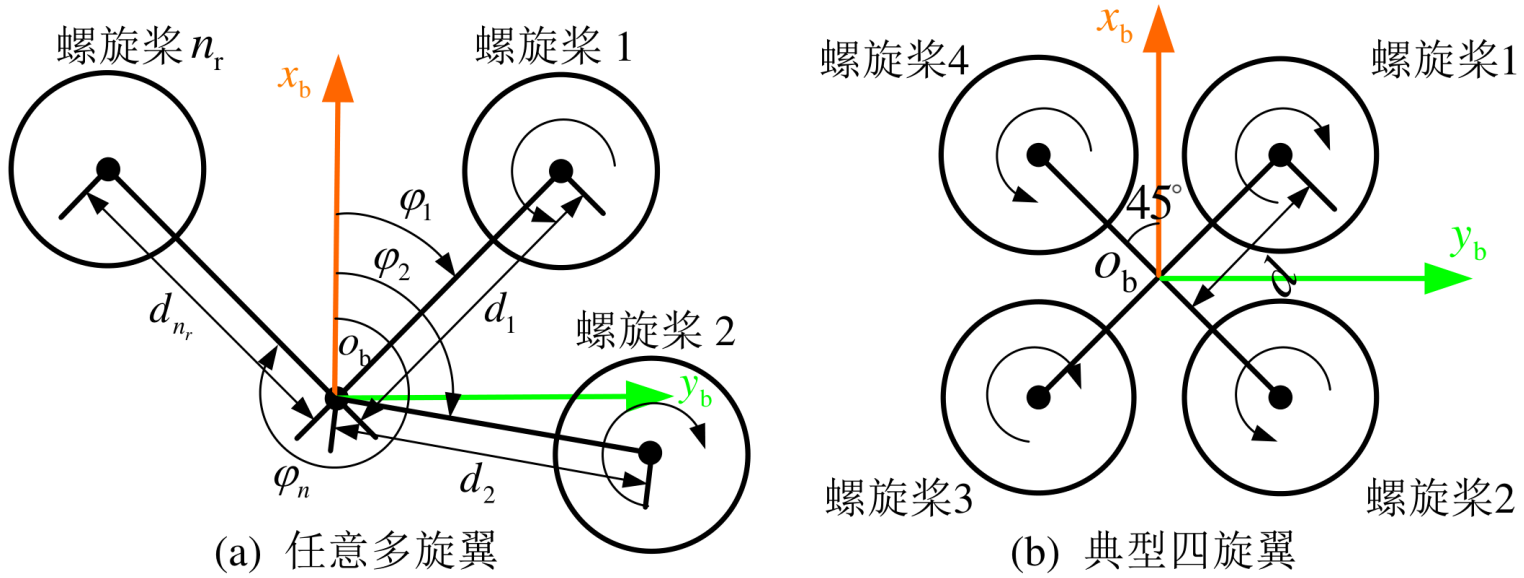


图4.10 多旋翼执行器作用力合成方法

- X构型从前右1号起，按顺时针编号：45°、135°、225°、315°。
- 径向臂长 $d = 0.25$ m；两轴力臂取投影 $a = d/\sqrt{2} = 0.1768$ m。偏航符号按方程定义。

4.3.2 力和力矩分系统：教材图4.10与几何约定

把X构型编号写成四桨的有符号坐标

臂长投影

- 沿用教材X编号和2 kg质量。径向臂长$d = 0.25\,\mathrm{m}$，投影$a = d/\sqrt{2} \approx 0.1768\,\mathrm{m}$；机体坐标取前、右、下为正。

四桨坐标

- 1至4号桨相对质心的平面坐标依次为$(+a,+a)$, $(-a,+a)$, $(-a,-a)$, $(+a,-a)$，各桨均有$z = 0$。先定位置符号，再求每一列。

单桨力矩

- 1号向上推力为$[0,0,-T_1]^T$，位置叉乘推力得到$(\tau_x,\tau_y) = (-aT_1,+aT_1)$。其余三桨按同一规则求列；偏航项另加反扭矩。

4.3.2 力和力矩分系统：矩阵列的物理含义

先推导第一列，再理解完整合成矩阵

- 定义总作用向量$w = [T_\Sigma, \tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$，第一项是向上推力的正大小；刚体受力时再写成负机体z分量。
- 前右1号桨位于$[a, a, 0]^{\mathrm{T}}$，教材约定$s_1 = +1$。若$\eta = c_{\mathrm{M}}/c_{\mathrm{T}}$，每1 N单桨推力贡献$[1, -a, a, \eta]^{\mathrm{T}}$。
- 其余三列只需依次代入各桨的前后、左右位置和反扭矩符号；这比背诵某一个机架的整张矩阵更容易迁移。

$$\eta = \frac{c_{\mathrm{M}}}{c_{\mathrm{T}}}, \quad \mathbf{w}_1 = [1, -a, a, \eta]^{\mathrm{T}} T_1$$

矩阵的一列就是一个执行器对总推力和三个力矩的贡献。

4.3.2 力和力矩分系统：完整X构型公式

读合成矩阵：每列是一台电机，每行是一种作用

- 令$\mathbf{w} = [T_\Sigma, \tau_x, \tau_y, \tau_z]^{\mathrm{T}}$，首项是向上推力大小；t为四桨推力，$\eta = c_{\mathrm{M}}/c_{\mathrm{T}}$。

- 前右1号桨每增加1 N，就贡献$[1, -a, a, \eta]^T$；把四个位置与旋向的贡献按列排好，即得下式。逐行相加就得到总作用。

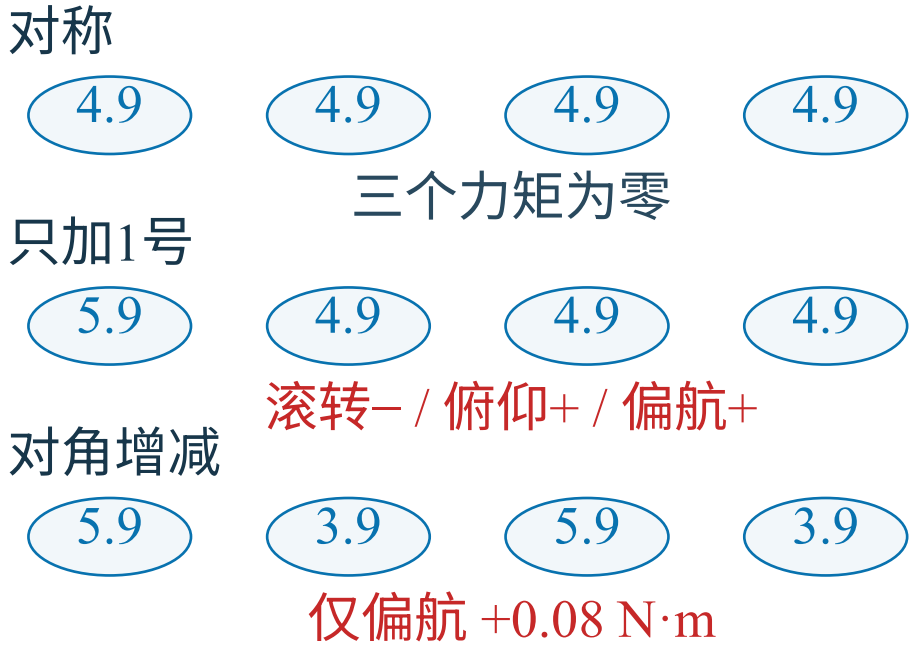
$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -a & -a & a & a \\ a & -a & -a & a \\ \eta & -\eta & \eta & -\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}, \quad a = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

正向矩阵由几何与旋向确定，转速平方决定各列的权重。

4.3.2 力和力矩分系统：正向合成算例

三个输入图案，检验四桨合成是否正确

- 教学取$d = 0.25$ m、$\eta = 0.02$ m。四桨各4.9 N时，总推力19.6 N，三轴力矩都为零。
- 仅1号增加1 N，总推力增加1 N，力矩增量为$[-0.1768, 0.1768, 0.02]^T$ N·m。
- 对角1、3各加1 N，2、4各减1 N时，仅偏航矩变为0.08 N·m。必须在推力或转速平方上相抵，等量增减转速不保证抵消。



图：对称、单桨增量与偏航增量

四桨对称检查抵消关系，单桨增量检查一整列的方向。

4.3.2 力和力矩分系统：逆映射与可行域

X构型逆映射公式：从合力合矩求四桨推力

- 沿用教材编号与$a = d/\sqrt{2}$、$\eta = c_{\mathrm{M}}/c_{\mathrm{T}}$；下式求各桨推力，再检查非负及上限约束。

$$T_1 = \frac{1}{4}\left(T_\Sigma - \frac{\tau_x}{a} + \frac{\tau_y}{a} + \frac{\tau_z}{\eta}\right), \quad T_2 = \frac{1}{4}\left(T_\Sigma - \frac{\tau_x}{a} - \frac{\tau_y}{a} - \frac{\tau_z}{\eta}\right)$$

$$T_3 = \frac{1}{4}\left(T_\Sigma + \frac{\tau_x}{a} - \frac{\tau_y}{a} + \frac{\tau_z}{\eta}\right), \quad T_4 = \frac{1}{4}\left(T_\Sigma + \frac{\tau_x}{a} + \frac{\tau_y}{a} - \frac{\tau_z}{\eta}\right)$$

- **检验：**四个推力代回“读合成矩阵”页的正向矩阵，应恢复给定总推力与三轴力矩。

代数方程有解，只说明数学上配平，实际桨还受到非负与上限约束。

4.3.2 力和力矩分系统：逆映射与可行域

逆映射还要检查单桨推力是否可实现

- 按“X构型逆映射公式”页求四桨推力后，还须满足$0 \le T_i \le T_{i,\max}$；代数解存在，执行器还要做得到。
- 例：只要偏航矩，$T_\Sigma = 19.6\,\mathrm{N}$、$\tau_z = 0.48\,\mathrm{N\cdot m}$、$\eta = 0.02\,\mathrm{m}$，其余为零。偏航项给每桨增减$\tau_z/(4\eta) = 0.48/0.08 = 6\,\mathrm{N}$。

$$T_1 = T_3 = \frac{T_\Sigma}{4} + \frac{\tau_z}{4\eta} = 4.9 + 6 = 10.9\,\mathrm{N}$$

$$T_2 = T_4 = \frac{T_\Sigma}{4} - \frac{\tau_z}{4\eta} = 4.9 - 6 = -1.1\,\mathrm{N}$$

检验结果：另一组 $-1.1\,\mathrm{N} < 0$，单向旋翼不可实现。

4.3.2 力和力矩分系统：实际模型编号核对

M0的电机顺序怎样对应教材顺序

- M0角度依次为45°、225°、315°、135°，模板1至4号实际在前右、后左、前左、后右。

- 同一位置对齐后，教材1、2、3、4号应连接M0的1、4、2、3号；同为X构型也不能按下标直接照抄。

- 模板旋翼方向数组为[−1,−1,+1,+1]，机身反扭矩取相反号：M0的1、2号为正偏航贡献，3、4号为负。



同一位置，输入下标不同
1→1，2→4，3→2，4→3

图：同构型的两套编号

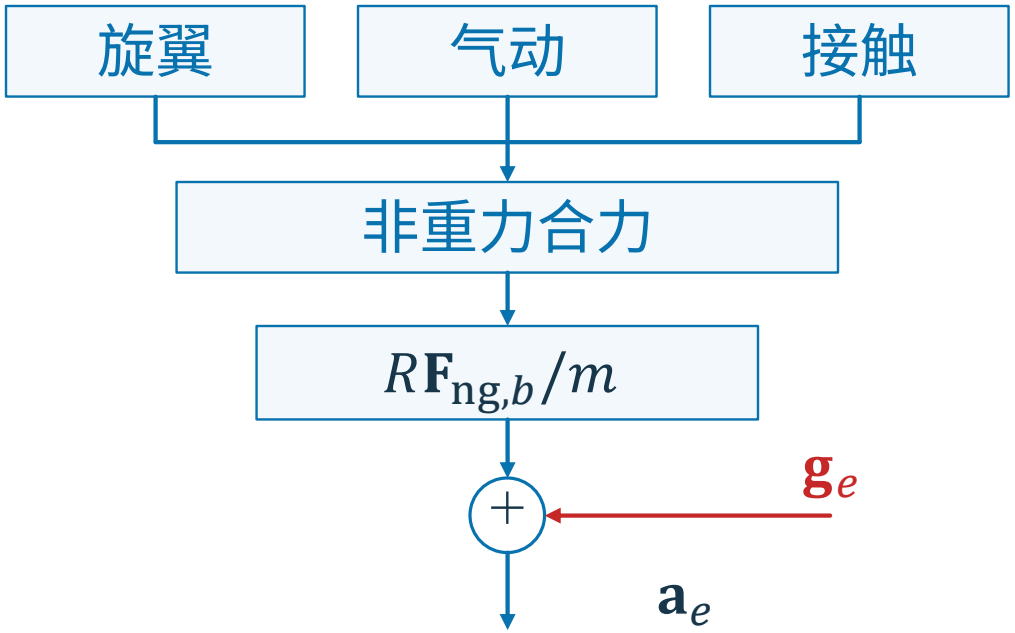
先按实际位置和旋向对齐电机，再比较不同来源的矩阵。

4.3.2 力和力矩分系统：子模型汇总

合力汇总与旋转效应怎样接回刚体方程

- 将各桨推力、气动力与接触力统一为机体分量，在质心汇总，再送入课件4.2的刚体方程。
- 若模块已经接收含重力的总合力，就不在外面再加重力。旋翼陀螺效应指旋翼角动量随机体转动产生的附加力矩，与机体惯性耦合分开计入。

$$\mathbf{a}_e = \mathbf{g}_e + R\mathbf{F}_{\mathrm{ng},b}/m$$



图：非重力输入汇总，重力只加一次

重力只计一次，旋翼陀螺效应与刚体惯性耦合分别处理。

本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模
教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统
教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

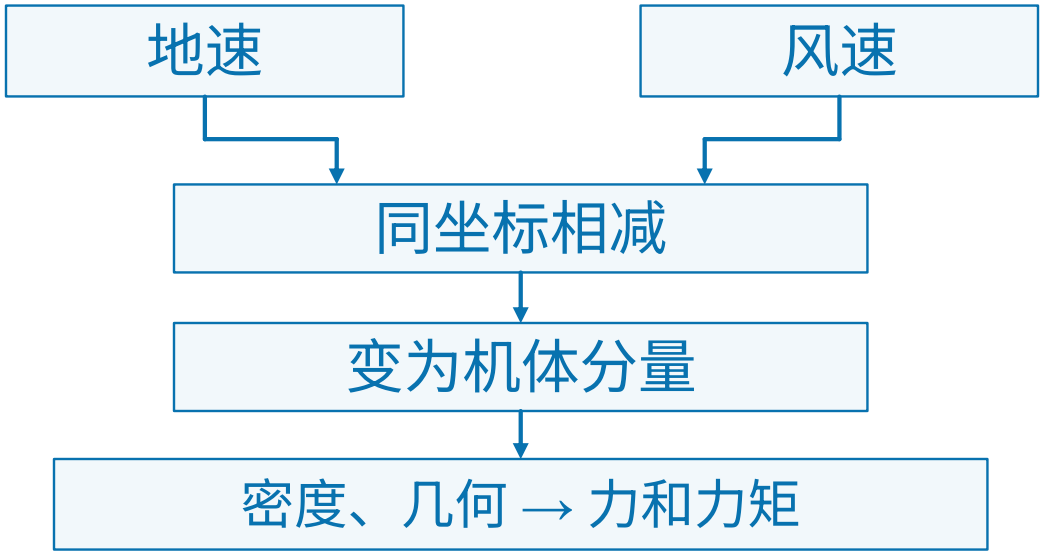
4.3.4 地形与接触
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模
教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

4.3.3 环境分系统建模：单元衔接与环境量

环境先改变相对来流，再改变受力

- 风是空气对地运动。载具地速与风速同用NED分量相减，再乘R^T，才得到FRD相对空速；气象“北风”实际向南运动。
- 位置用于查询密度、重力与地形，速度姿态决定受力。环境改变气动力与接触条件，再由动力学改变运动；入门理想模型为解析核验取零气动力。



图：统一坐标后计算受力

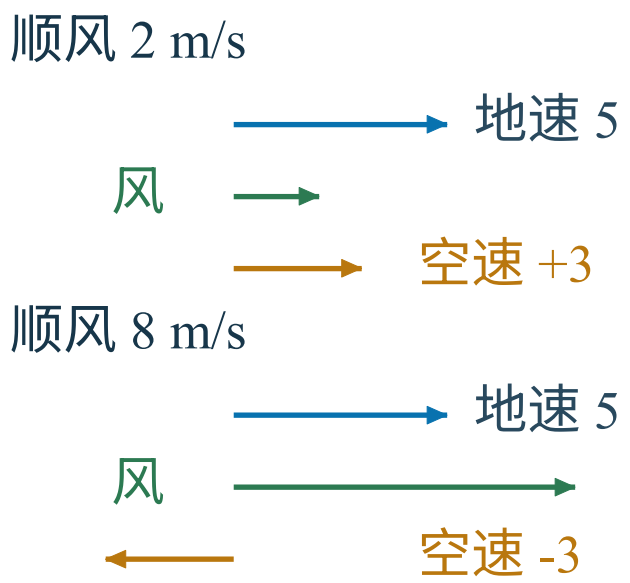
$$\mathbf{v}_{\mathrm{rel},b} = R^T(\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_{\mathrm{wind},e})$$

环境通过相对来流、气动参数与外力改变运动响应。

4.3.3 环境分系统建模：相对来流数例

同样向北飞，顺风可以改变阻力方向

- 教学例中飞机向北5 m/s，空气向北2 m/s，北向相对空速为3 m/s；
  采用$F_N = -kv_N|v_N|$时，阻力指向南。
- 若空气改为向北8 m/s，北向相对空速变为−3 m/s，阻力反而指向北；飞机此时被更快向北流动的空气推动。
- 取$k = 0.055\ \mathrm{N/(m/s)^2}$，两种工况的力分别为−0.495 N与+0.495 N；这里仅借用M0阻力系数做局部手算。



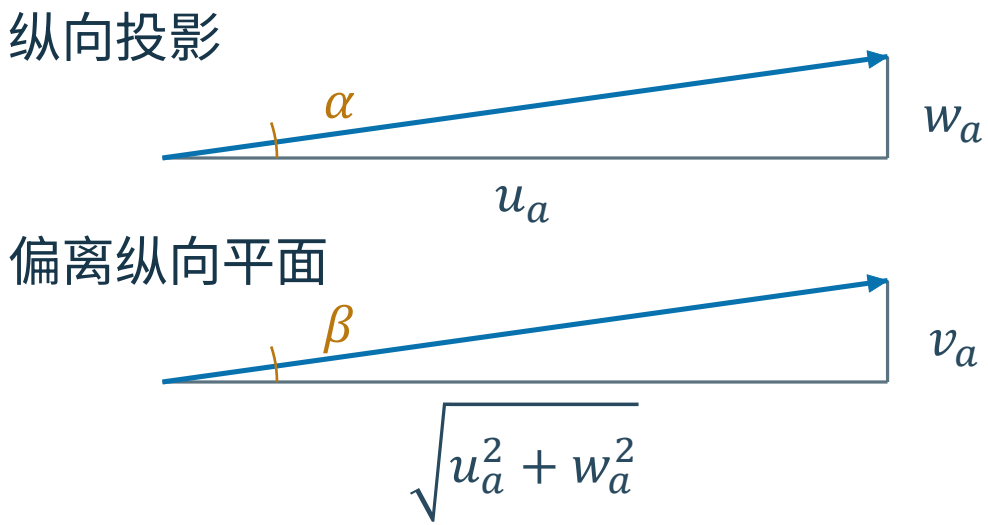
图：顺风大小改变相对运动

阻力抵抗的是相对空气运动，不一定与对地速度相反。

4.3.3 环境分系统建模：气流角定义

空速大小、迎角和侧滑角各说明什么

- 相对空速$[u_a, v_a, w_a]^T$同时给大小和方向：α是纵向平面倾角，β是偏离该平面的角度，并非机体姿态角。
- $[10,1,2]^T$ m/s得10.25 m/s、11.31°、5.60°。atan2保留象限，反正弦须限域；零空速失去方向，低速可直接用速度分量。



图：纵向角与侧滑角

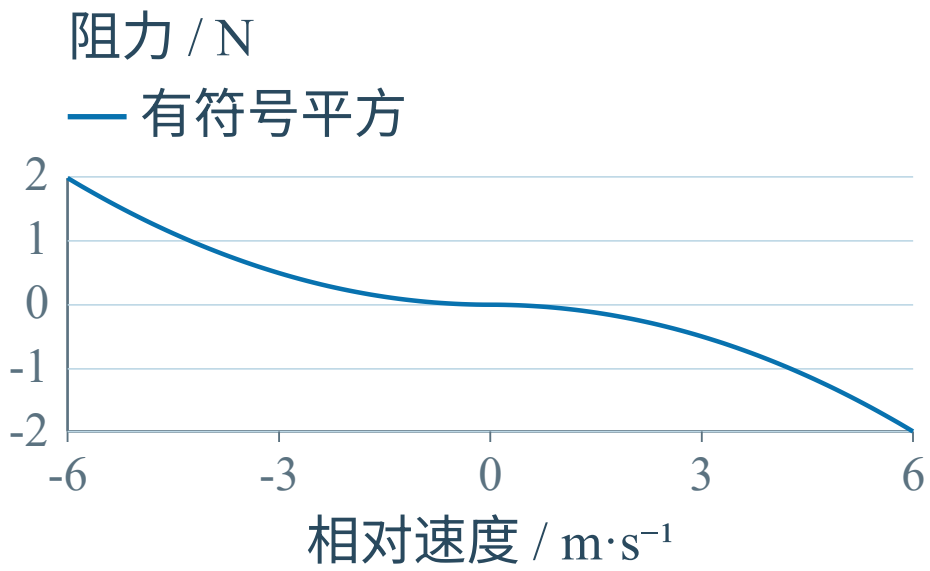
$$V_a = \sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}, \quad \alpha = \text{atan2}(w_a, u_a), \quad \beta = \arcsin(v_a / V_a)$$

速度方向与机体轴的相对关系决定气流角，零空速时气流角失去定义。

4.3.3 环境分系统建模：阻力方向与模型选择

平方阻力沿相对速度反向，在零点变平

- 一维模型$F_D = -kv|v|$保留平方大小和速度符号：正速度受负力，负速度受正力，零速度的力为零。
- 零点切线斜率为零，故静止无风附近没有一阶平方阻力项；有风或运动工作点不为零时，不能沿用这一结论。
- 三维逐分量用$-\mathbf{k} \odot \mathbf{v} \odot |\mathbf{v}|$（⊙为逐分量相乘）；它与$-k \| \mathbf{v} \| \mathbf{v}$、线性阻力均不同，系数必须配套。



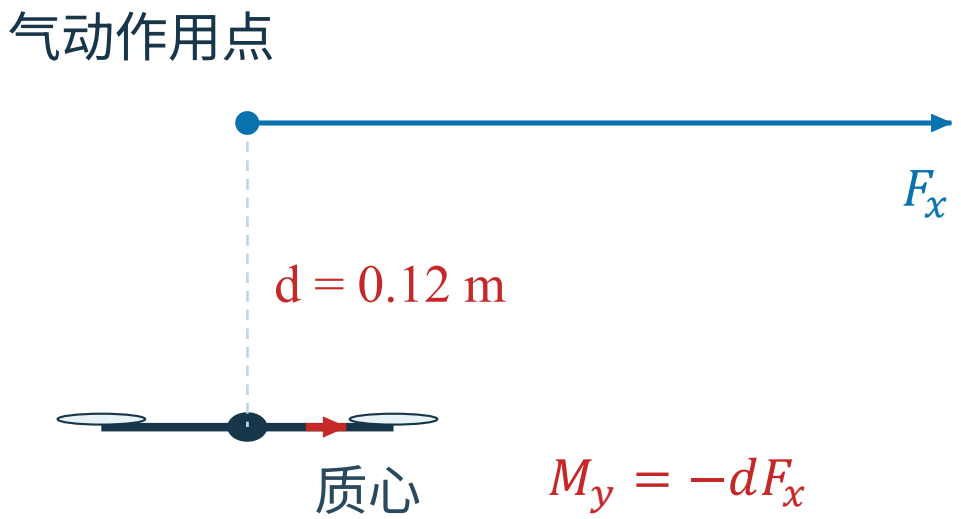
图：阻力在相对速度反向时反向

速度反向时阻力也反向，速度为零时该阻力项自然为零。

4.3.3 环境分系统建模：实际气动函数

M0怎样计算机身阻力与旋转阻尼

- M0平移阻力为$\mathbf{F}_D = -C_d \mathbf{v} \odot |\mathbf{v}|$，$C_d = 0.055\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^2/\mathrm{m}^2$，是有量纲系数。
- 旋转阻尼同样反向于角速度，滚转1 rad/s时为−0.0035 N·m；上方0.12 m的等效作用点还产生$[dF_y, -dF_x, 0]^T$力矩。



图：阻力作用点偏置也产生力矩

$$\mathbf{M}_{\mathrm{damp}} = -\mathbf{C}_\omega \odot \boldsymbol{\omega}_b \odot |\boldsymbol{\omega}_b|, \quad \mathbf{C}_\omega = [0.0035, 0.0039, 0.0034]^T$$

阻力反向于相对空速，旋转阻尼反向于角速度。

4.3.3 环境分系统建模：标准大气与动压

动压乘面积得力，再乘参考长度得力矩

- 动压$q_a = \rho V_a^2/2$由密度与空速平方决定，单位Pa。取$\rho = 1.2$ kg/m³、$V_a = 10$ m/s，得60 Pa。
- 升、阻、侧力系数C_L, C_D, C_Y乘$q_a S$；力矩系数C_l, C_m, C_n还需翼展b或弦长c，与各自参考量配套。
- 若$S = 0.4$ m²、$C_L = 0.5, C_D = 0.1$，升力12 N、阻力2.4 N。系数随气流角和舵角变化；国际标准大气（ISA）是参考条件，实际天气可偏离。

$$L = q_a S C_L, \quad D = q_a S C_D, \quad Y = q_a S C_Y$$

$$M_x = q_a S b C_l, \quad M_y = q_a S c C_m, \quad M_z = q_a S b C_n$$

动压由密度与空速平方决定，气动系数再描述形状和状态的影响。

4.3.3 环境分系统建模：气动系数与单位

系数相同，滚转与俯仰力矩为什么不同

- **教学例：** $q_a = 60\,\mathrm{Pa}$、$S = 0.4\,\mathrm{m}^2$，翼展$b = 1.0\,\mathrm{m}$、平均气动弦长$c = 0.2\,\mathrm{m}$；取$C_l = C_m = 0.1$。
- 滚转力矩乘翼展b，俯仰力矩乘弦长c。本例动压、面积和系数相同，参考长度相差5倍，因此力矩也相差5倍。
- 这里的C_l是滚转力矩系数，不是升力系数C_L。系数值必须与参考面积和参考长度的定义配套，不能脱离这些量直接比较力矩。

$$M_x = q_a S b C_l = 60 \times 0.4 \times 1.0 \times 0.1 = 2.4\,\mathrm{N \cdot m}$$

$$M_y = q_a S c C_m = 60 \times 0.4 \times 0.2 \times 0.1 = 0.48\,\mathrm{N \cdot m}$$

气动力用动压乘面积，气动力矩还需要乘参考长度。

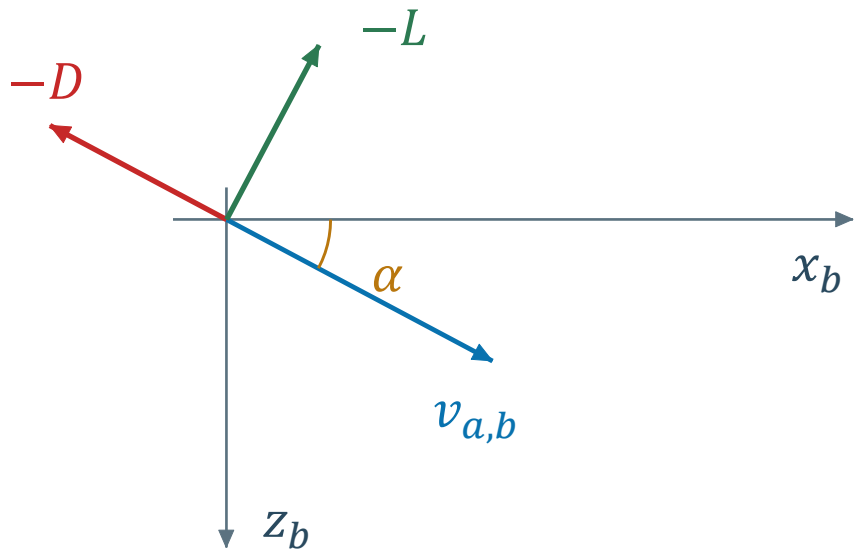
4.3.3 环境分系统建模：气流轴到机体轴

气流坐标中的升阻力要转回机体系

- 气流前轴沿相对空速，升力向上、阻力向后；力向量为$[-D, Y, -L]^T$，还需转到机体系。
- 无侧滑时，按迎角转动纵向分量；零迎角给出$F_x = -D$、$F_z = -L$，可检查符号。
- 取$\alpha = 10°$、$D = 2.4\ \mathrm{N}$、$L = 12\ \mathrm{N}$，得$F_x \approx -0.28\ \mathrm{N}$、$F_z \approx -12.23\ \mathrm{N}$。

$$F_x = -D\cos\alpha + L\sin\alpha$$

$$F_z = -D\sin\alpha - L\cos\alpha \quad (\beta = 0)$$



图：同一气动力的两套分量

升阻力的定义方向随来流确定，送入刚体前必须统一为机体分量。

4.3.3 环境分系统建模：三维公式查阅

完整气流变换保留迎角与侧滑的影响

- 记$C_{b\leftarrow w}$为气流到机体的变换，与4.1的机体到地面矩阵R区分；α,β使用同一套气流角定义。
- 先计算$C_{b\leftarrow w}[-D,Y,-L]^T$，若还需地面分量再乘$R$；$\alpha=\beta=0$时本矩阵应退化为单位矩阵。

$$C_{b\leftarrow w}=\begin{bmatrix}\cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\\ \sin\beta & \cos\beta & 0\\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha\end{bmatrix}$$

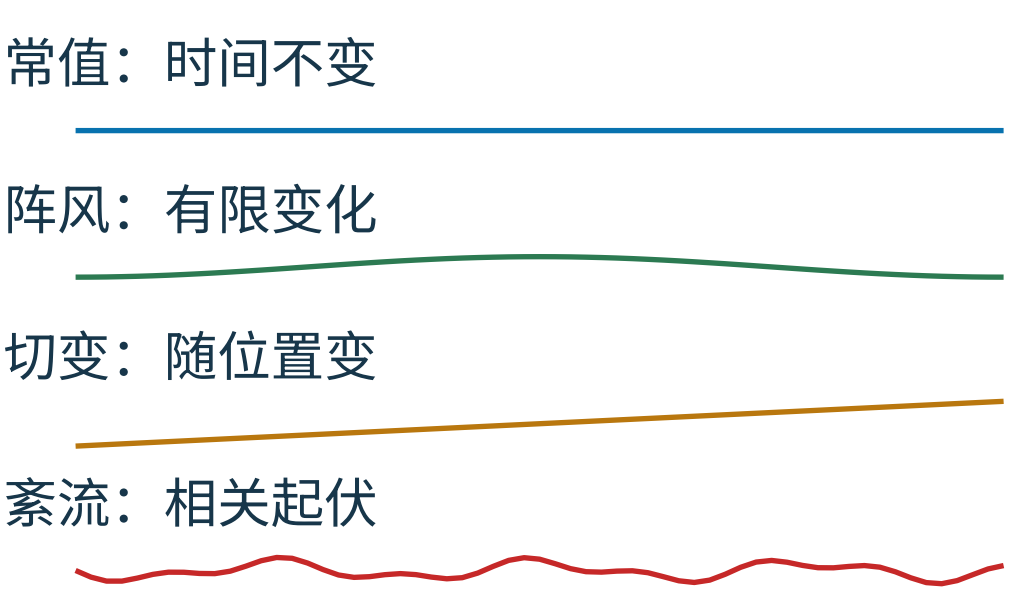
$$\mathbf{F}_{\text{aero,b}}=C_{b\leftarrow w}[-D,Y,-L]^{\mathrm{T}}$$

完整气动力映射的输入是气流轴分量，输出是机体轴分量。

4.3.3 环境分系统建模：风场层级

常值、阵风、切变与紊流各描述一种变化

- 常值风保持不变；阵风是有限时间变化；切变随空间位置改变；紊流是具有指定统计特征的随机起伏。
- Dryden用成形滤波产生有时间关联的风；强度、长度尺度与功率谱分别说明幅度、变化尺度和频率分布。
- 叠加前统一坐标单位并保存参数与种子。冻结紊流假设（紊流随平均风整体平移）要求足够空速，悬停须另行论证。



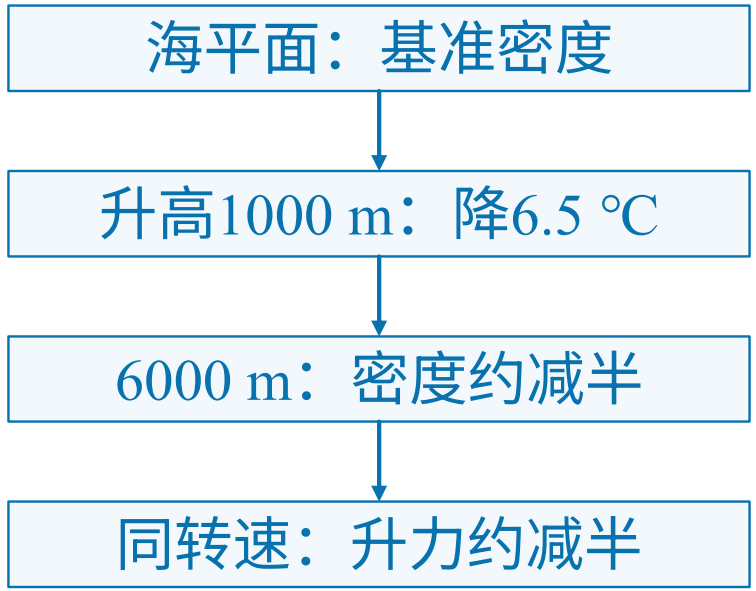
图：时间、空间和随机性是不同维度

风场的时间变化、空间变化与随机特性是不同建模维度。

4.3.3 环境分系统建模：标准大气与风场数据

海拔改变空气密度，实测数据可以重建风场

- 国际标准大气（ISA）按海拔给出气温与密度：每升高1000 m，气温约降6.5 ℃，空气密度约降10%～12%。
- 海拔6000 m处密度约减半；同桨同转速、系数近似不变时，推力约减半。起降按机型核对推力余量与适配桨型。
- 数据驱动风场：在目标区域布设风速传感器长期记录风速风向，再用统计、曲线拟合或基函数展开重建典型风扰。



图：ISA中海拔对密度和升力的影响

高度通过密度改变动力与气动力，风场可由机理模型或实测数据给出。

4.3.3 环境分系统建模：单元实践与验收

风场实践：沿相对空速到受力的路径逐项核验

- 另存M0作练习副本，姿态和地速设为常值，依次输入无风、顺风2 m/s、逆风2 m/s，记录相对空速、阻力及地面分量。
- M0的WindDist接在机体速度减去变换后风速的路径上；先比较中间量，再释放运动积分器观察轨迹。
- **判据：**R=I、地速北向5 m/s、Cd=0.055时，北向相对空速依次为5、3、7 m/s，阻力为−1.375、−0.495、−2.695 N。



图：可追踪的风扰注入路径

风只在确实接到相对来流与受力环节后，才构成动力学扰动。

本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模
教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统
教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

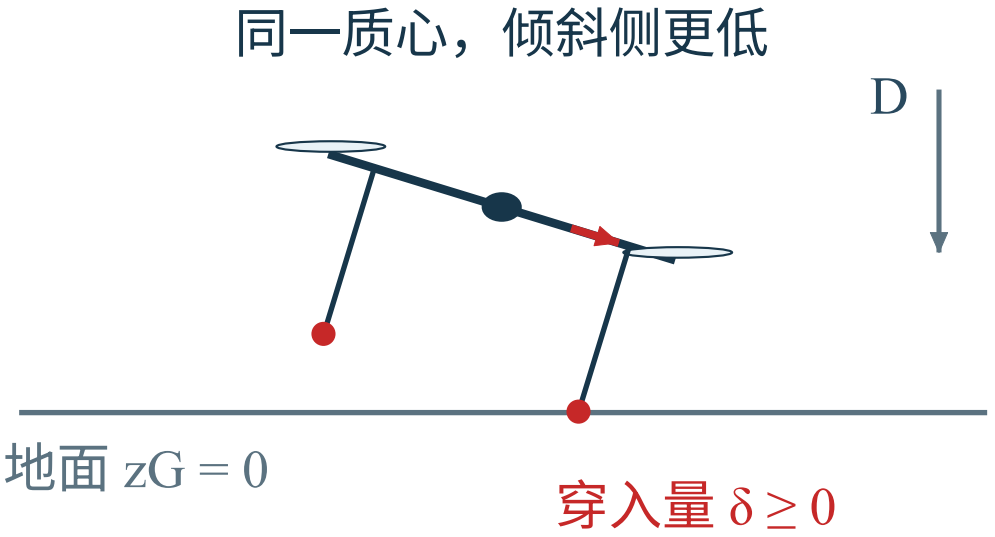
4.3.4 地形与接触
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模
教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

4.3.4 地形与接触：单元衔接与接触几何

先定位最低接触点，再求正穿入量

- 接触点由$\mathbf{p}_{P,e} = \mathbf{p}_{C,e} + R\boldsymbol{\rho}_{P,b}$定位。质心同高，倾斜一侧也可能先触地；场景给几何，动力学算支撑。
- NED向下为正。平地$z_G = 0$时，点在−0.02、0、+0.01 m分别为离地2 cm、接触、压入1 cm；惩罚法把微小穿入当作弹性压缩。



图：最低点决定接触，正穿入产生压缩

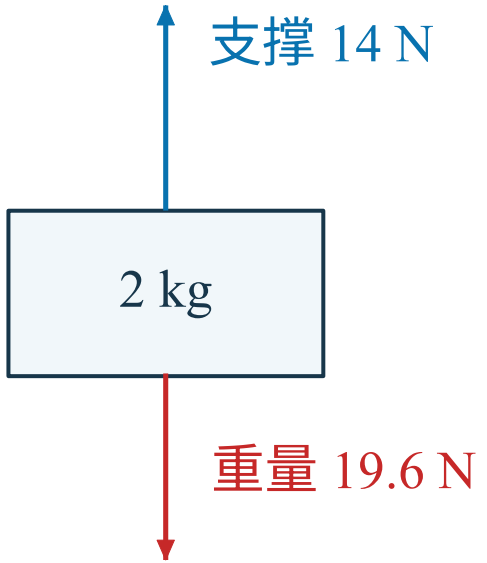
$$\delta = \max(0, z_P - z_G)$$

质心高度决定不了全部接触状态，姿态和起落架几何同样重要。

4.3.4 地形与接触：单边弹簧阻尼

地面只推不拉：从压缩和速度计算支撑

- 接触激活时$N = \max(0, k\delta + c\dot{\delta})$，平地支撑为$[0,0,-N]^T$；离地时为零，截断防止回弹出现吸地拉力。
- 取$m = 2$ kg、$k = 1000$ N/m、$c = 20$ N·s/m。压入0.01 m且向下0.2 m/s，支撑仅14 N，小于19.6 N重量。
- 因此仍向下加速2.8 m/s²。静态平衡压缩为0.0196 m；若原压缩下以1 m/s回弹，算出的负支撑应截为零。



图：接触不等于已经达到力平衡

接触支撑既抵抗压缩，也抵抗落地速度，离地后应解除。

4.3.4 地形与接触：接触力数例

回弹时，负的候选支撑力怎样处理

- 沿用$m = 2\,\mathrm{kg}$, $k = 1000\ \mathrm{N/m}$, $c = 20\,\mathrm{N\cdot s/m}$。压入$\delta = 0.01\,\mathrm{m}$时，以1 m/s向上回弹，即$\dot{\delta} = -1\ \mathrm{m/s}$。
- 弹簧项为10 N，阻尼项为−20 N，候选支撑为−10 N。单边地面只能推不能拉，因此把负候选值截断为零。
- 若无其他非重力竖直力，此刻下向加速度为$a_D = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$。速度仍可能向上，只是上升速度逐渐减小；速度方向不等于加速度方向。

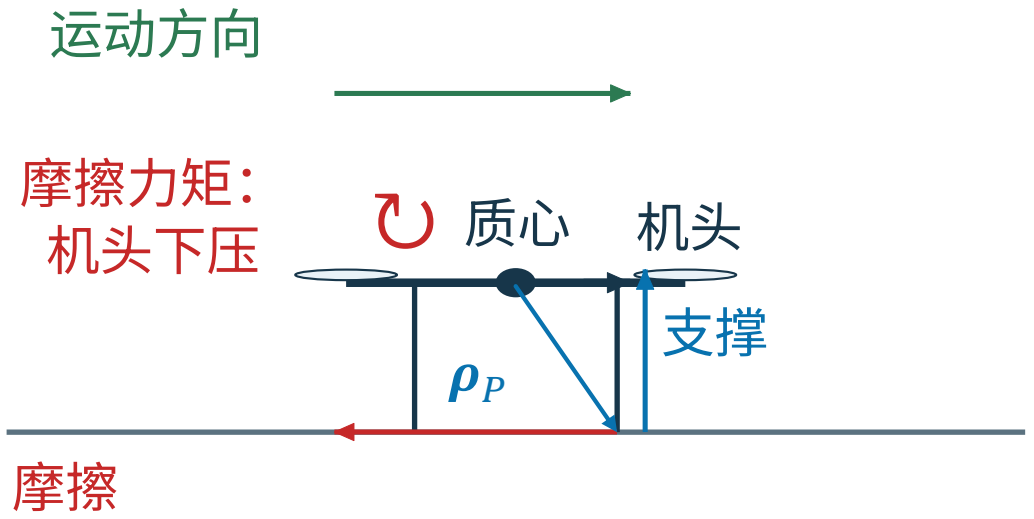
$$N = \max(0,\ 1000 \times 0.01 + 20 \times (-1)) = 0\,\mathrm{N}$$

是否接触与合力是否平衡是两个不同判断。

4.3.4 地形与接触：摩擦与接触力矩

接触点的切向摩擦还会影响平移与转动

- 滑动摩擦大小为μN并反向于滑动；静摩擦在上限内平衡外力，如N=19.6 N、μ=0.4时上限为7.84 N。
- 接触力变到机体系后还需计算$\boldsymbol{\rho}_P \times \mathbf{F}_{P,b}$；图中前滑时脚底摩擦向后、作用点低于质心，力矩使机头下压。



图：接触力对质心取矩

$$\mathbf{F}_t = -\mu N \mathbf{v}_t / \| \mathbf{v}_t \| \ (\| \mathbf{v}_t \| > 0), \quad \| \mathbf{F}_{t,\text{static}} \| \leq \mu N$$

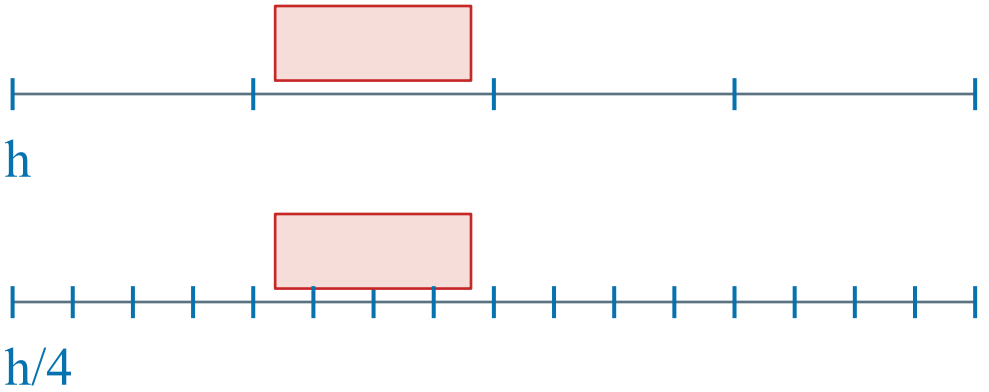
摩擦抵抗相对切向滑动，作用点偏离质心时还会产生力矩。

4.3.4 地形与接触：接触时间尺度

为什么接触越硬，求解步长越需要变小

- 弹簧质量系统的时间尺度约$\sqrt{m/k}$。质量不变、刚度增大到4倍时，响应时间约减半，粗步长更易跨过接触过程。
- 取$m = 2$ kg、$k = 1000$ N/m，该尺度约0.0447 s。过大步长会先深穿入，再算出过大恢复力，造成假反弹或发散。
- 固定物理参数，比较步长h与$h/2$的接触时刻、最大穿入和峰值支撑；数值趋稳后再解释材料软硬。

同一接触过程，两种时间网格



红色窄区：接触快速变化

图：步长h在红区内无采样点，h/4时有3个h/4仅作演示，收敛检查仍比较h与h/2

接触刚度提高会缩短响应时间，粗步长可能跨过整个碰撞过程。

4.3.4 地形与接触：实际地面模型边界

M0地面约束与理想落体要分开试验

- M0取TerrainIn第一项高程，按机体$z - z_G$设置恢复力、水平阻尼和回正矩；没有逐足接触，源码还含重力抵消。
- 它适合平地整体支撑，单边材料模型与坡面碰撞需另建。地面试验分别检查离地、穿入和落地初态。
- 理想落体则关闭接触、确认电机已停并取零气动力。每次初始化，保存相同地形、初态和步长。

地面试验	理想落体
接触开启	接触关闭
记录支撑与力矩	电机已停转
初始化地面状态	气动力设零

图：两种试验保留的力不同

最小模板以高程和机体状态生成地面约束，适合先理解接口与作用。

4.3.4 地形与接触：地形数据与障碍物

地形服务器用离线文件给出高度，障碍物用轨迹描述

- 三维场景在线传地形，数据量大、易延迟丢包；地形服务器把地形预存为本地文件，是CopterSim的默认方案。
- 地形按规则网格存储，每个节点是地面系坐标；RflySim用.png存Z高程，.txt存XY边界、采样间隔和原点纬经高。
- 动态障碍物用随时间变化的地面系位置描述，轨迹不变即静态障碍物；RflySim可经Python接口创建并实时更新。

地形服务器	在线获取
.png：Z高程	来自三维场景
.txt：边界与原点	数据量大
离线、稳定、开销小	易延迟丢包

图：地形数据的两种获取方式

地形高度来自离线网格文件，障碍物以位置轨迹接入同一环境模型。

本章目录

动力单元、受力与观测建模

第四章 载具运动建模与仿真

4.1 运动建模基础与运动学
4.2 刚体动力学与运动求解
4.3 动力单元、受力与观测建模
4.4 配平、线性化与动态系统基础
4.5 多旋翼模型逐步编程与仿真
4.6 参数测量与静态模型辨识
4.7 动态系统辨识、验证与模型修正
4.8 典型无人载具建模与扩展
4.9 建模工具、代码生成与模型部署
4.10 API与SDK建模接口
4.11 例程体系与综合实践
4.12 习题案例分析与课程设计

本节 5 个教学单元

4.3.1 执行器分系统建模
教材：4.1.4.3节；4.1.4.4节式(4.29–30)

4.3.2 力和力矩分系统
教材对应：第4.1.4.4节 力和力矩分系统

4.3.3 环境分系统建模
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（大气、风场与气动力）

4.3.4 地形与接触
教材对应：第4.1.4.2、4.1.4.4节（地形与接触力）

4.3.5 传感器子系统建模
教材对应：第4.1.4.6、4.1.4.7节 传感器与三维环境

4.3.5 传感器子系统建模：运动模型整体框架

运动真值、环境数据与传感器观测各有来源

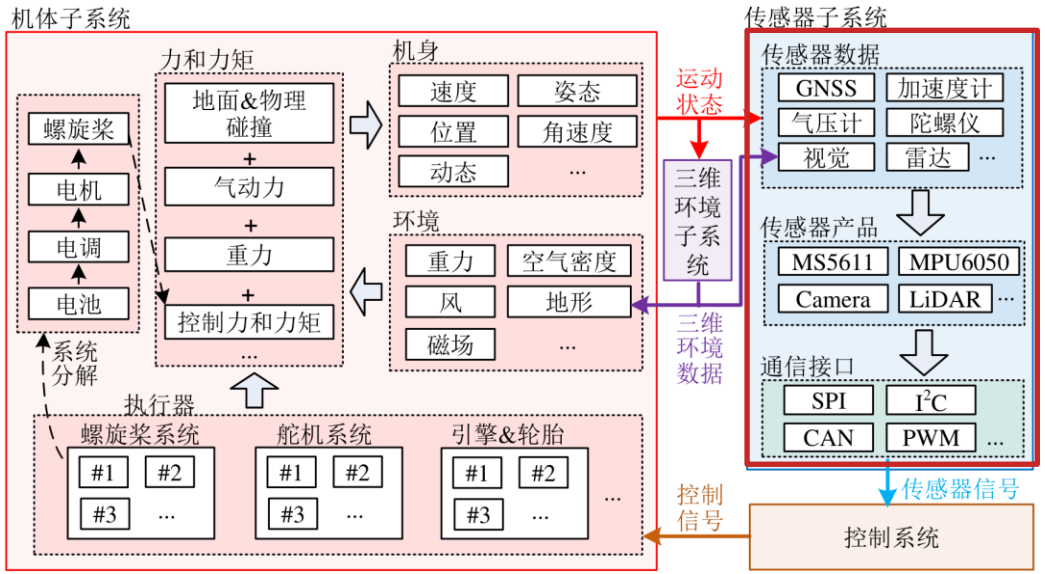


图4.7 无人系统载具运动模型整体框架

真值 ≠ 带噪量测 ≠ 估计

- **运动与环境：** 机体由力和力矩更新运动真值；三维环境依位姿组织场景，为视觉生成、地形接触和空间交互提供条件。
- **观测来源：** 传感器从真值或场景生成数据，再加入安装、采样和误差；真实位置、带噪测量与滤波估计不是同一变量。
- **闭环读图：** 观测进入控制系统，指令再驱动机体；调试可读取真值定位问题，接入控制器则须使用约定的观测接口。

先求物理运动，再生成观测，反馈控制由此闭合。

4.3.5 传感器子系统建模：图4.7局部

传感器子系统：理想数据、产品特性与通信接口

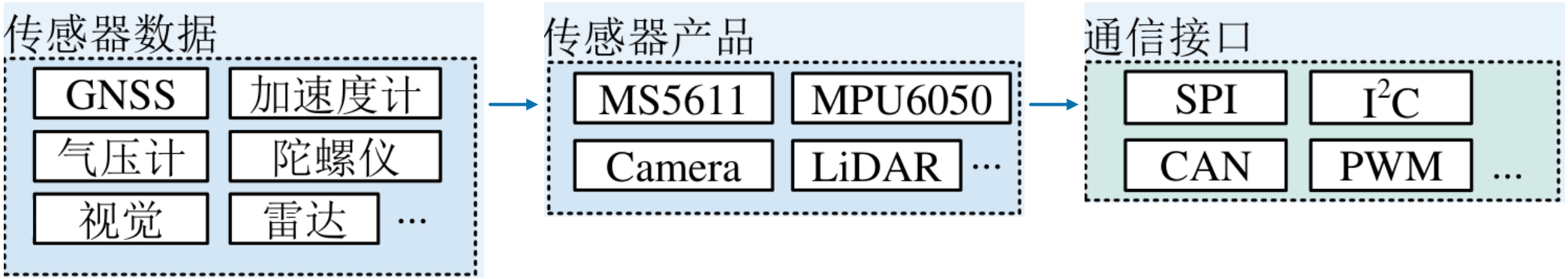


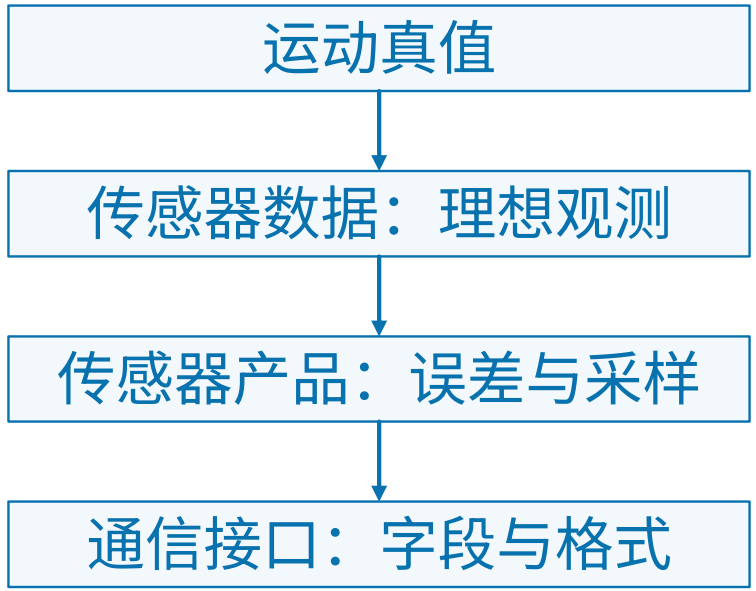
图4.7（局部）传感器子系统的三个分区

- **三层分工：**数据分系统取理想物理量；产品分系统加噪声、量化与校准误差；接口分系统封装成SPI、I²C、UART、CAN、USB等格式。
- **建模深度：**HITL（硬件在环）中数据经串口以MAVLink发给飞控，不必模拟SPI、I²C；用FPGA替代传感器芯片时才需要协议级模型。

4.3.5 传感器子系统建模：三层模型与接口约定

运动真值经过物理观测和产品误差，再成为接口数据

- 刚体积分器保存运动真值；理想观测按物理原理映射，再加入偏置、噪声、安装误差和采样。
- **接口约定：**模块之间约定的输入输出、单位、坐标系、频率与时序。M0用HILSensor30d、HILGPS30d等输出观测，另保留真值。
- 逐字段登记物理量、坐标、单位、时间戳和周期；先关产品误差，用静止、理想落体、已知加速核对比力。



图：真值经数据、产品、接口三层成为观测

运动真值、理想测量与带误差的产品输出承担不同角色。

4.3.5 传感器子系统建模：比力三工况

从运动加速度减去重力，得到比力

- 质心处理论比力为$\mathbf{f}_b = R^T(\mathbf{a}_e - \mathbf{g}_e)$：先从运动加速度减重力，再转到传感器轴。

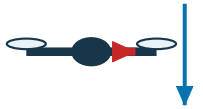
- 图中机体与NED对齐、传感器在质心且无误差。静止支撑运动加速度为零，比力却为$-9.8\ \mathrm{m/s^2}$。

- 理想落体必须同时取零推力、接触和气动力；此时向下加速9.8而比力为零。向上加速1时，下向比力为-10.8。



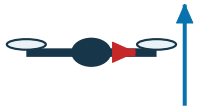
静止支撑

$$a_D = 0,\ f_D = -9.8$$



自由落体

$$a_D = 9.8,\ f_D = 0$$



向上加速

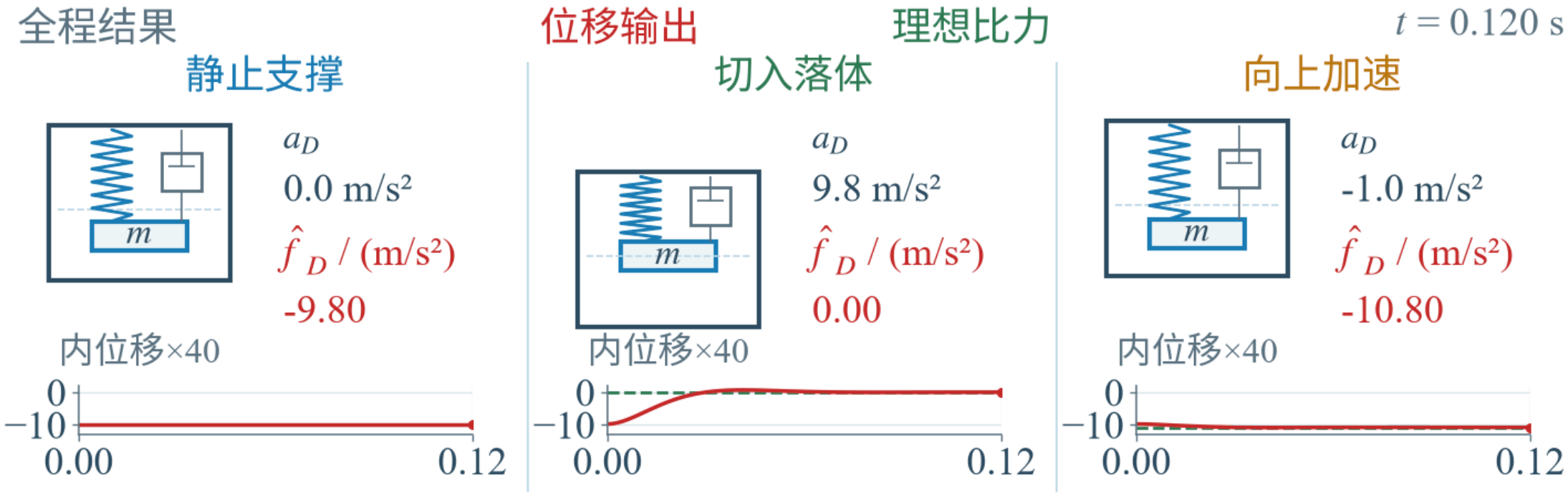
$$a_D = -1,\ f_D = -10.8$$

图：三个工况的理想比力

三个已知工况能同时检查重力处理、符号和加速度单位。

4.3.5 传感器子系统建模：敏感质量机构

敏感质量的相对位移怎样形成比力读数



图：弹簧阻尼敏感质量的瞬态响应（单轴教学模型；内部位移放大）

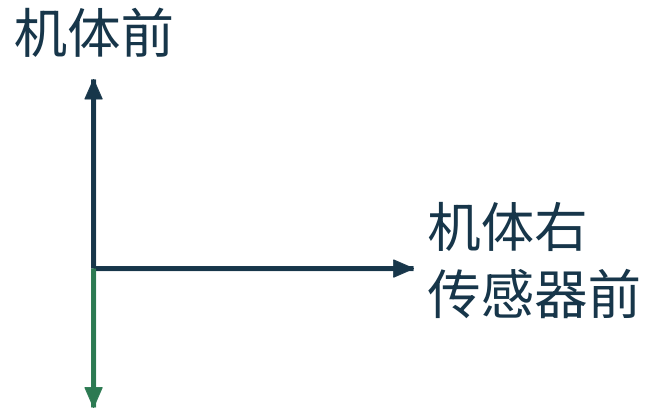
三个已知工况能同时检查重力处理、符号和加速度单位。

4.3.5 传感器子系统建模：角速度与安装坐标

陀螺仪角速度与传感器安装方向怎样处理

- 陀螺测的是绕传感器轴的角速度，先用安装矩阵 $C_{s\leftarrow b}$ 投影，才能与机体角速度比较；它不是欧拉角导数。

- 图中传感器前轴朝机体右、右轴朝机体后、下轴不变：安装矩阵 $C_{s\leftarrow b}$ 的三行为$[0,1,0]$、$[-1,0,0]$、$[0,0,1]$，机体前向$[1,0,0]$映为$[0,-1,0]$。



图：安装旋转不是机体姿态

$$\boldsymbol{\omega}_s = C_{s\leftarrow b}\boldsymbol{\omega}_b, \quad \mathbf{f}_s = C_{s\leftarrow b}\mathbf{f}_b$$

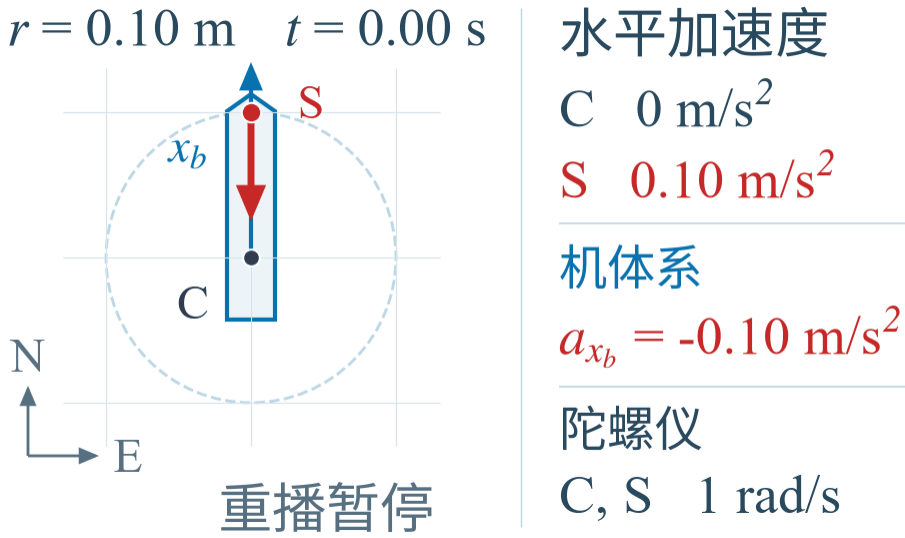
陀螺输出是绕传感器轴的角速度，转换后才与机体方程对应。

4.3.5 传感器子系统建模：安装杆臂拓展

传感器离开质心后，还会感受到转动加速度

- 机体各点角速度相同，离质心的测点却另有切向与向心加速度； $\boldsymbol{\rho}_s$ 是安装杆臂，不能直接复制质心比力。

- 绕下轴匀速1 rad/s，质心前0.1 m测点的额外前向加速度为−0.1 m/s²。基础三工况将测点放在质心，隔离这一影响。



图：同一转动，不同测点的加速度不同

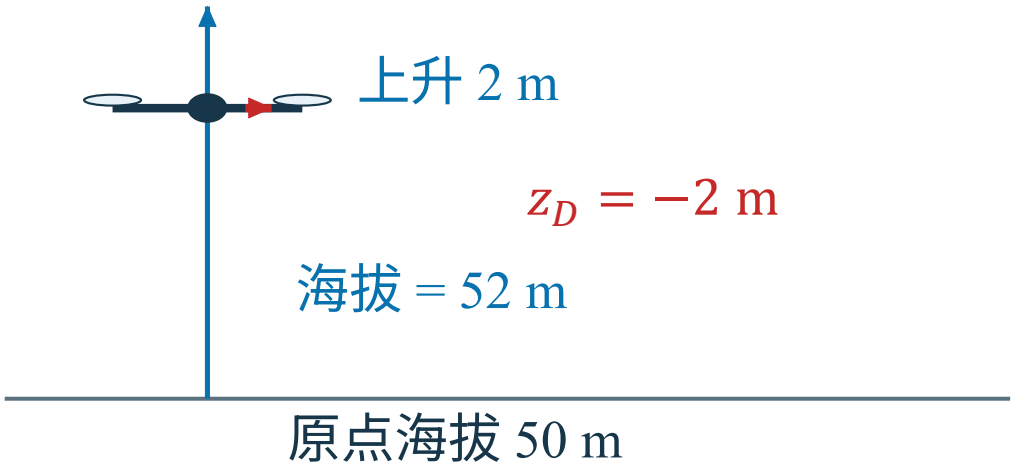
$$\mathbf{f}_s = C_{s\leftarrow b}[\mathbf{f}_{C,b} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_b \times \boldsymbol{\rho}_s + \boldsymbol{\omega}_b \times (\boldsymbol{\omega}_b \times \boldsymbol{\rho}_s)]$$

同一刚体各点角速度相同，但离质心不同的位置可有不同线加速度。

4.3.5 传感器子系统建模：GNSS与参考原点

同一上升运动，在GNSS和气压观测中怎样表示

- 全球导航卫星系统（GNSS）需地理原点，N、E米数不能当角度。海拔 $h = h_0 - z_D$ ：原点50 m、$z_D = -2$ m时海拔52 m。
- **气压随上升降低：**近地取$\rho = 1.2\ \mathrm{kg/m^3}$，上升10 m约降117.6 Pa，大高度需完整大气模型。椭球高、海平面高和离地高须区分；1 hPa=100 Pa。



图：上升时海拔增大、气压降低

$$\Delta p \approx -\rho g \Delta h$$

NED位置变成纬经高时，必须保留原点与垂直方向的定义。

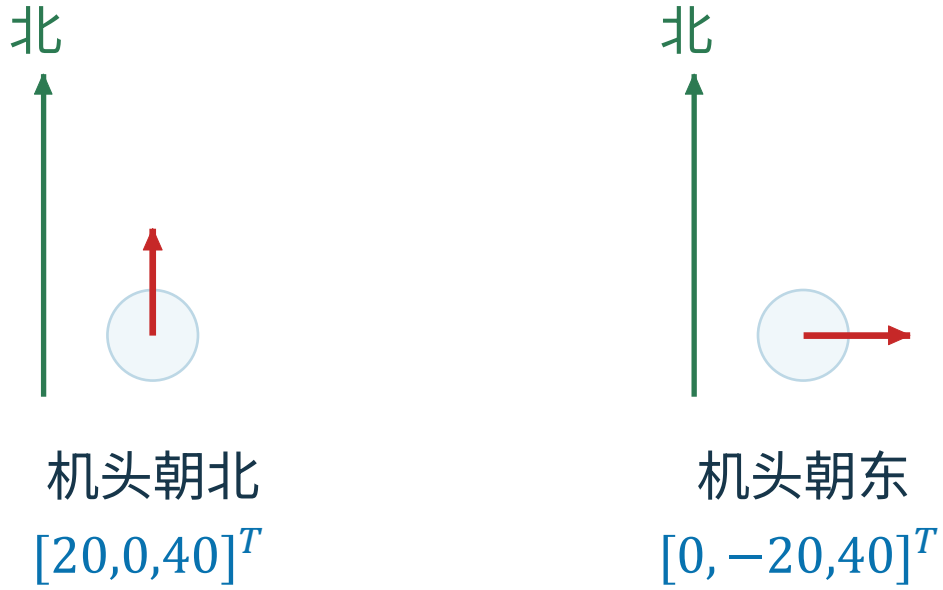
4.3.5 传感器子系统建模：磁场方向观测

磁力计看到的是地磁向量在自身轴上的分量

- 当地地磁向量先经姿态和安装转换。取NED地磁$[20,0,40]^T$ μT，且传感器轴与机体重合：朝北读数不变，朝东变为$[0,-20,40]^T$ μT。

- 姿态改变的是轴向分量，而非当地磁场；铁磁材料与电流的附加磁场、产品误差，可在理想方向核对后另行加入。

$$\mathbf{B}_s = C_{s\leftarrow b} R^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_e$$



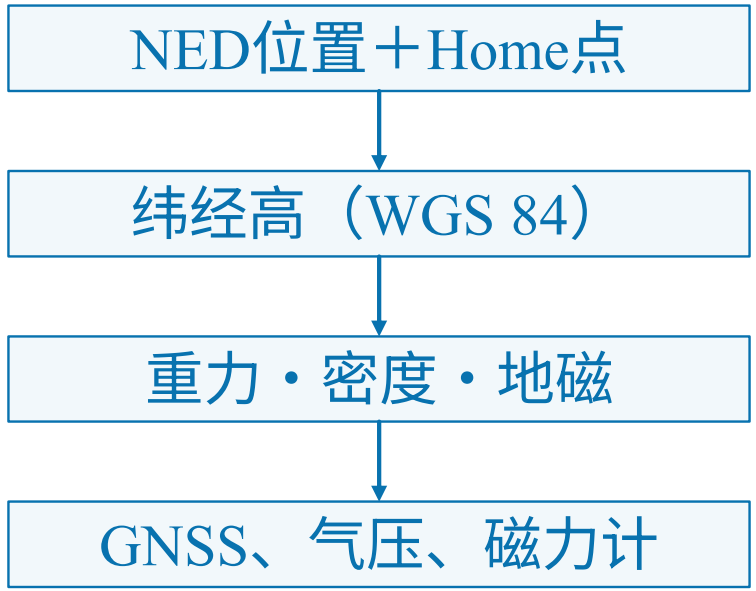
图：磁场固定而轴向分量改变

姿态改变会改变磁场分量，而不必改变当地地磁场本身。

4.3.5 传感器子系统建模：纬经高与地磁模型

由局部位置推算纬经高，再查重力、密度与地磁

- 已知Home点纬经高，由质心NED位置推算WGS 84纬经高（LLA）：纬度、经度以度计，高度相对参考椭球、向上为正。
- 按WGS地球模型求当地重力加速度，按ISA求密度与温度；GNSS还需叠加卫星数据才生成定位。
- 世界磁场模型（WMM）按纬经高给出地磁强度、倾角与磁偏角，是磁力计理想数据和磁航向修正的来源。



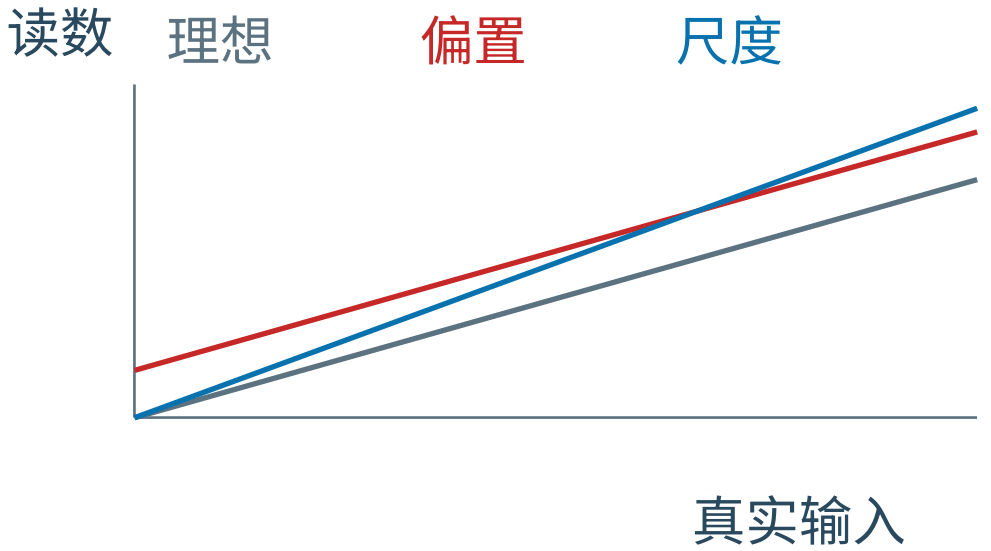
图：由局部位置查询全球环境模型

纬经高把局部运动接到全球模型，重力、大气和地磁按当地位置查询。

4.3.5 传感器子系统建模：偏置与随机噪声

偏置、尺度和安装误差改变测量的不同特征

- 先投影到传感器轴，再加尺度K、偏置$\mathbf{b}$和噪声$\mathbf{n}$。偏置0.2使真值1的均值到1.2，尺度1.02使10读成10.2。
- 安装误差还会混合各轴；平均不能消除固定偏置。误差先作用于观测，闭环才可能把它间接传到运动；各项坐标与作用顺序须声明。



图：偏置改零点，尺度改斜率

$$\mathbf{y}_s = C_{s\leftarrow b}\mathbf{y}_b, \quad \mathbf{y}_m = K\mathbf{y}_s + \mathbf{b} + \mathbf{n}$$

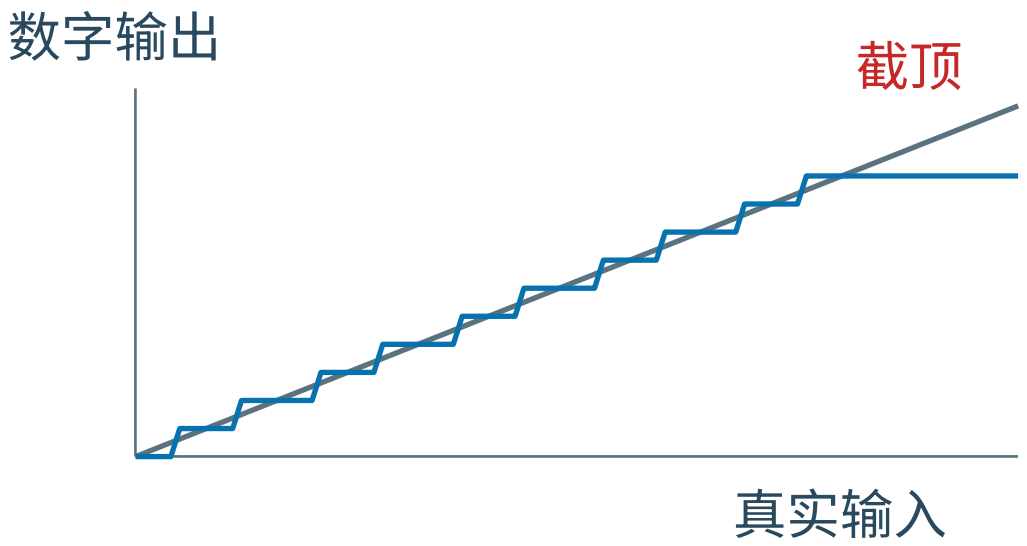
偏置使测量整体偏移，随机噪声使测量围绕某个水平散布。

4.3.5 传感器子系统建模：分辨率与量程

有限分辨率和饱和也会改变数字测量

- 量化按间隔Δ舍入到有限台阶；最近值舍入且未饱和时，误差不超过Δ/2。
- 例$\Delta = 0.02\ \mathrm{m/s^2}$，3.456量化为3.46；同一台阶内小变化可能不改变数字输出。
- 量程上限4时，真实值5只能输出4，峰值被削平。量化、饱和与随机噪声是三种不同机制。

$$y_q = \Delta \mathrm{round}(y/\Delta)$$



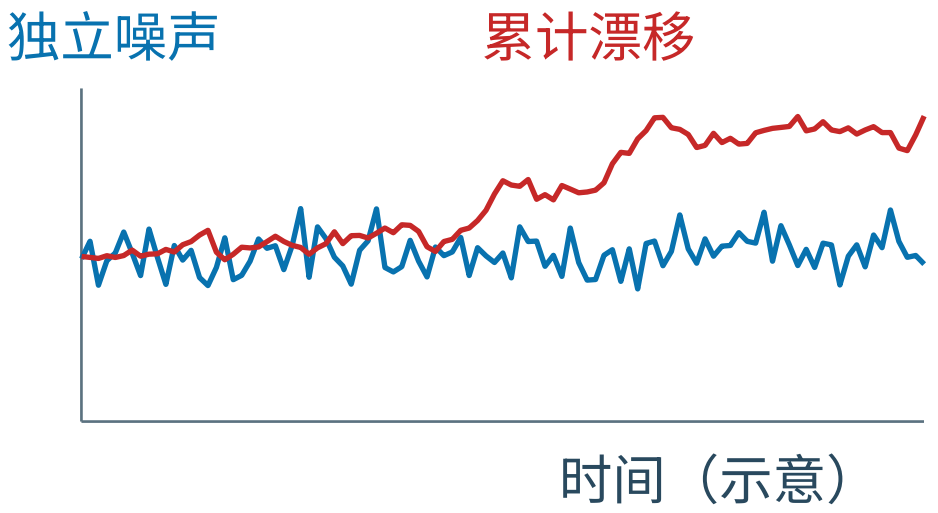
图：量化与截顶；台阶比例为示意

量化把连续值舍入到有限台阶，饱和把超出量程的值截到边界。

4.3.5 传感器子系统建模：漂移与噪声单位拓展

缓慢漂移与每个采样点的白噪声不同

- 白噪声是每次采样的独立抖动；随机游走逐步累积，偏置基线缓慢走开。下式给出按采样时间缩放的一种模型。
- ξ_k为独立标准正态量；σ_b单位是测量单位/根号秒，单样本噪声标准差则与测量单位相同。噪声密度需按带宽采样转换，不能混用。



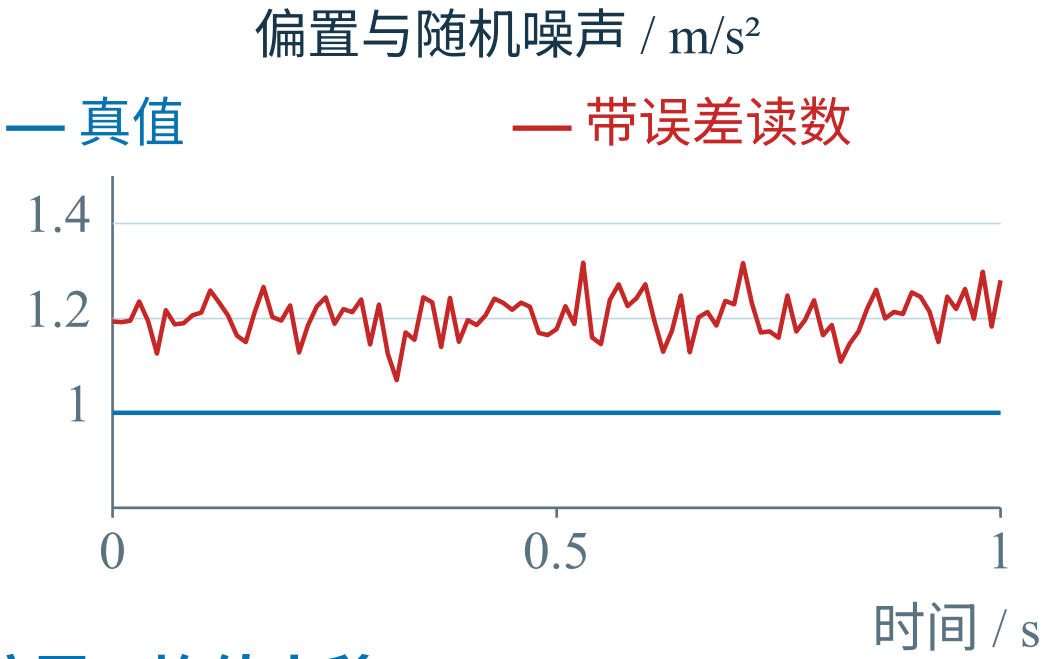
图：独立抖动与累积漂移

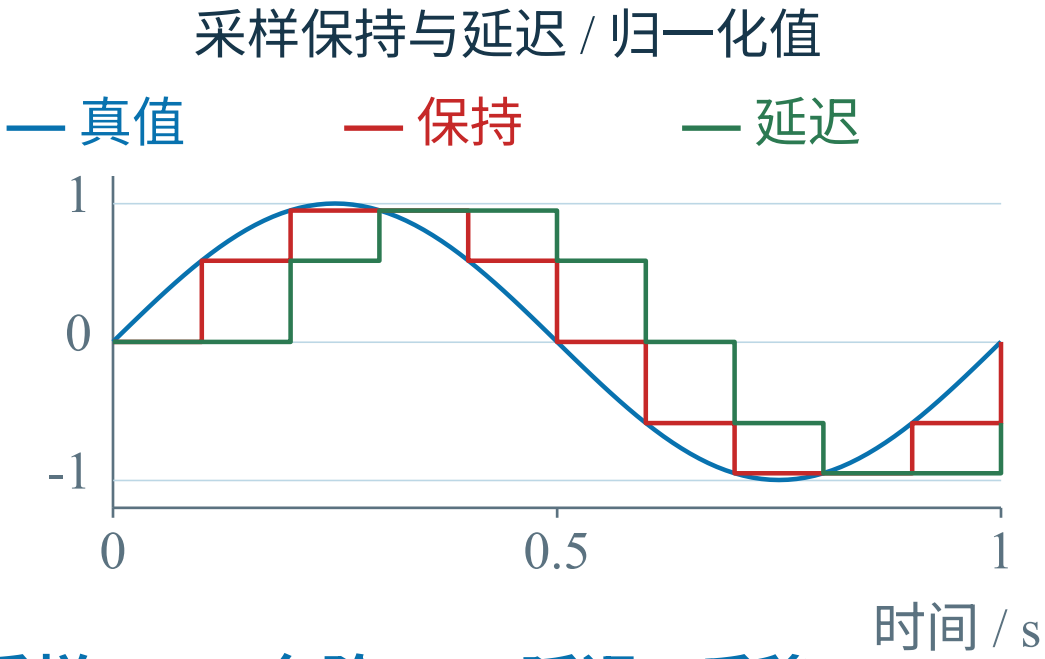
$$b_{k+1} = b_k + \sigma_b \sqrt{T_s}\, \xi_k, \qquad \xi_k \sim \mathcal{N}(0,1)$$

偏置漂移会随时间积累，离散噪声参数必须与采样定义配套。

4.3.5 传感器子系统建模：用曲线辨认误差来源

看曲线分清偏置、采样保持与时间延迟





偏置：均值上移0.2

- 真值1，带误差读数的均值升至1.2；随机噪声在均值附近散布。

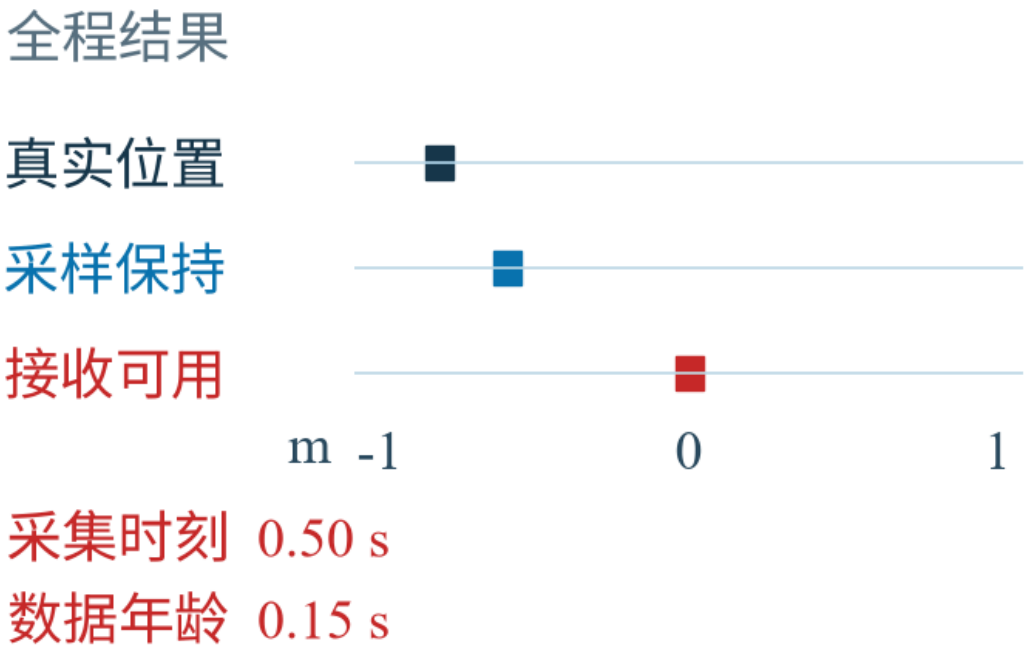
采样：0.1 s台阶　　**延迟：后移0.1 s**

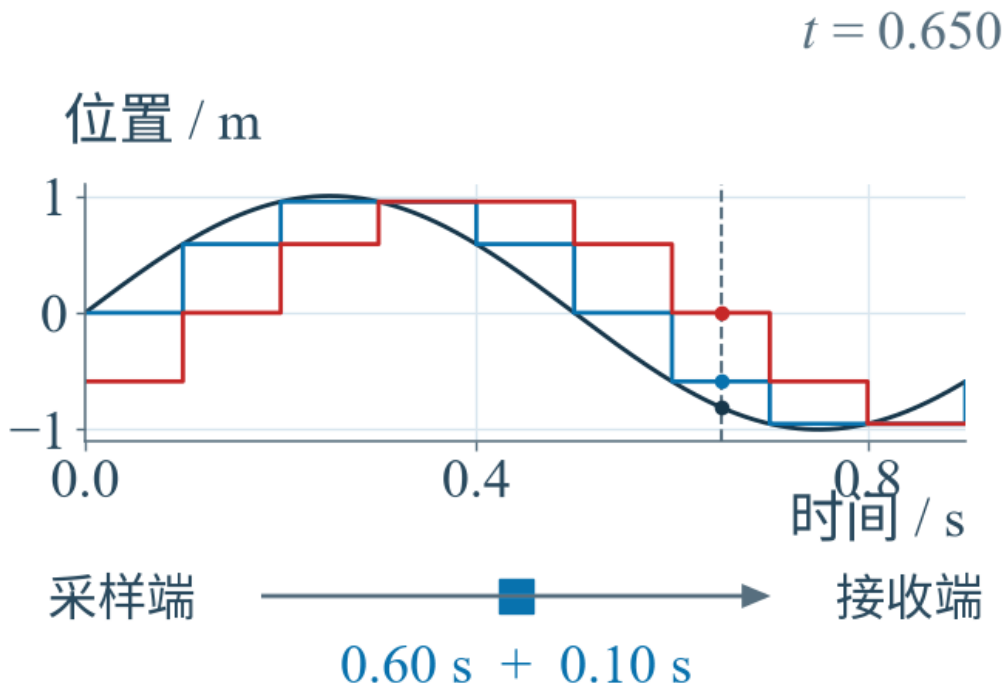
1 Hz真值；台阶与后移无需随机噪声也会出现。

4.3.5 传感器子系统建模：采样时间戳与观测延迟

采样时刻与收到时刻之间发生了什么

采样周期0.1 s，传输延迟0.1 s；时间戳记录的是采集时刻。





图：1Hz位置观测的采样、在途数据与接收保持

4.3.5 传感器子系统建模：振动噪声与视觉数据

噪声水平随转速变化，图像数据也要加产品特性

- 无振动时噪声标准差可取常数；电机、螺旋桨转动引起振动后，标准差随转速变化，需由实测数据辨识。
- 光流传感器先把相机图像压缩到较低分辨率，再模拟光流运算，输出速度估计；原始图像来自三维环境子系统。
- 相机、激光点云在理想图像上加模糊、畸变、噪声；光照、反射、雾化等可由UE、Unity等渲染引擎模拟。

向量数据	图像数据
IMU、气压、磁场	相机、光流、点云
噪声随转速变化	模糊、畸变、噪声
漂移、零偏、尺度	光照、反射、雾化

图：两类传感器数据加入的产品特性
图像、点云由RflySim3D生成（第3章）

振动使噪声随转速变化，视觉传感器同样要在理想数据上加入产品误差。

4.3.5 传感器子系统建模：部件自检例程

运行部件自检例程，核对同一条件下的数值

- **目录：**[安装目录]/RflySimAPIs/4.RflySimModel/1.BasicExps/e6_ModelingLearningLab/02_ComponentChecks/，先读Readme.pdf
- **运行：**只需Python 3标准库或基础MATLAB，不用Simulink。当前目录切到该文件夹，下方第一行在系统命令行运行，第二行在MATLAB命令窗口运行。
- **正常结束：**生成motor_step.csv（Python另有checks.json，MATLAB另有checks.mat与motor_step.png）；目标528.09 rad/s，0.0214 s时转速333.82 rad/s、推力1.873 N。
- **常见失败：**提示找不到python或文件时，检查解释器与当前目录；无写权限时把输出目录改到可写位置。

```
python component_checks.py --out-dir results
component_checks('results_matlab')
```

离线部件计算给出明确基准，再与最小模板的对应模块逐项比较。

课堂练习：阶段实验A1·执行器与合成

阶段实验A1：由执行器输入计算合力与合矩

- **任务一：**把部件自检脚本中TAU（MATLAB为tau）改为0.0428 s，预测稳态转速、推力终值和响应快慢。
- **任务二：**$d = 0.25\,\mathrm{m}$、$\eta = 0.02\,\mathrm{m}$，四桨各4.9 N；1、2号各增0.5 N，求总推力、三轴力矩和滚转角加速度（$J_x = 0.05\,\mathrm{kg\cdot m^2}$）。
- **阶段实验A1–A4：**A1（本节）物理计算；A2（课件4.7）参数验证；A3（课件4.10）接口实验；A4（课件4.12）一次模型改动。

参数：$\tau_m = 0.0428\,\mathrm{s}$，$a \approx 0.177\,\mathrm{m}$

↓

输出：终值不变，响应时间加倍

↓

合成：$T_\Sigma = 20.6\,\mathrm{N}$

$\Delta\boldsymbol{\tau} \approx [-0.177, 0, 0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{N\cdot m}$

↓

导数：$\dot{p} \approx -3.54\,\mathrm{rad/s^2}$

↓

理想观测：见任务四

图：按计算链核对参考结果

先由真实执行器输出求合力合矩，再由惯量求角加速度。

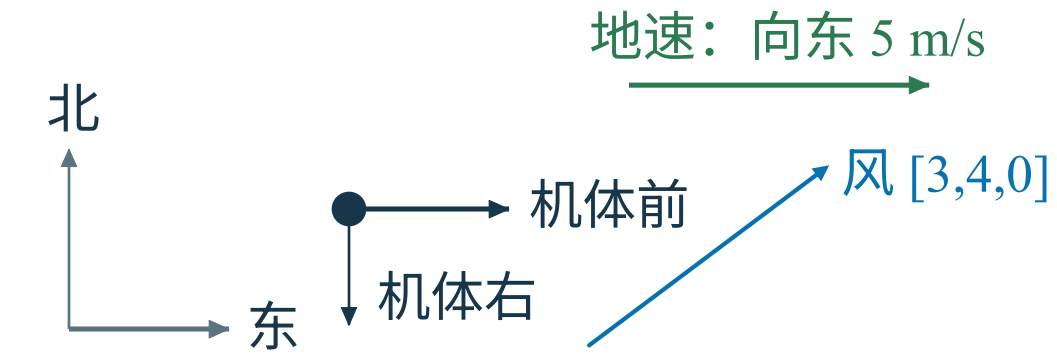
课堂练习：阶段实验A1·环境与传感器

阶段实验A1：计算风的作用，并核对理想观测

- **任务三：**机头朝东，NED地速$[0,5,0]^{\mathrm{T}}$、风速$[3,4,0]^{\mathrm{T}}$ m/s，$k = 0.055\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}^2/\mathrm{m}^2$，求机体系相对空速与阻力。

- **任务四：**取g=9.8，传感器在质心、与机体轴重合。求质心比力：$R = I$且向上加速2 m/s²；静置于使机体滚转30°的斜面上。

- 提交坐标参数、方程、输入—转速—推力曲线与解释。



图：俯视示意（北上东右），机头朝东

- **参考三：**$\mathbf{v}_{\mathrm{rel},b} = [1,3,0]^{\mathrm{T}}$ m/s；阻力约$[-0.055,-0.495,0]^{\mathrm{T}}$ N。
- **参考四：**$\mathbf{f}_b = [0,0,-11.8]^{\mathrm{T}}$；斜面$\mathbf{f}_b \approx [0,-4.90,-8.49]^{\mathrm{T}}$ m/s²。

每个结果同时写明坐标、单位和工况，模型才可复现。

本节小结

从指令到观测：方法、关键判断与易错点

- **方法：**指令经限幅、门限得目标转速，一阶动态得当前转速，$T = c_T\omega^2$；按位置与旋向合成合力合矩；环境改变相对来流与接触，传感器把真值变成观测。
- **执行器：**区分目标转速与当前转速，推力用当前转速的平方；转速先由rpm换成rad/s，再代入拉力系数。
- **合成：**先核对电机编号与旋向，再比较矩阵；逆映射求出的各桨推力还须在0到单桨上限之间。
- **环境与接触：**阻力反向于相对空速而非地速；地面只推不拉，负支撑截为零，接触变硬时减小步长并确认收敛。
- **观测：**比力＝运动加速度减重力；真值、量测、估计是三个变量；R把机体向量转到地面系，R^T反之，用反会使分量符号出错。