本章目录

载具的受力、坐标与运动控制

第一章　绪论

1.1　概念分类与应用

1.2　发展历程与趋势

1.3　组成与架构

1.4　坐标系与控制原理

1.5　装配与调试

1.6　RflySim工具链

1.7　学习路线与实验案例

1.8　习题与课堂讨论

本节 5 个教学单元

1.4.1 控制原理区别　教材第1.2.2节

1.4.2 机架构型与坐标系　教材第1.2.3.1–1.2.3.2节

1.4.3 姿态表示方法　教材第1.2.3.3–1.2.3.4节

1.4.4 多旋翼控制原理　教材第1.2.3.5节

1.4.5 欠驱动系统　教材第1.2.3.6节

1.4 坐标系与控制原理

1.4.1 控制原理区别：载具总览

载具控制的共性：执行器、介质与受力点

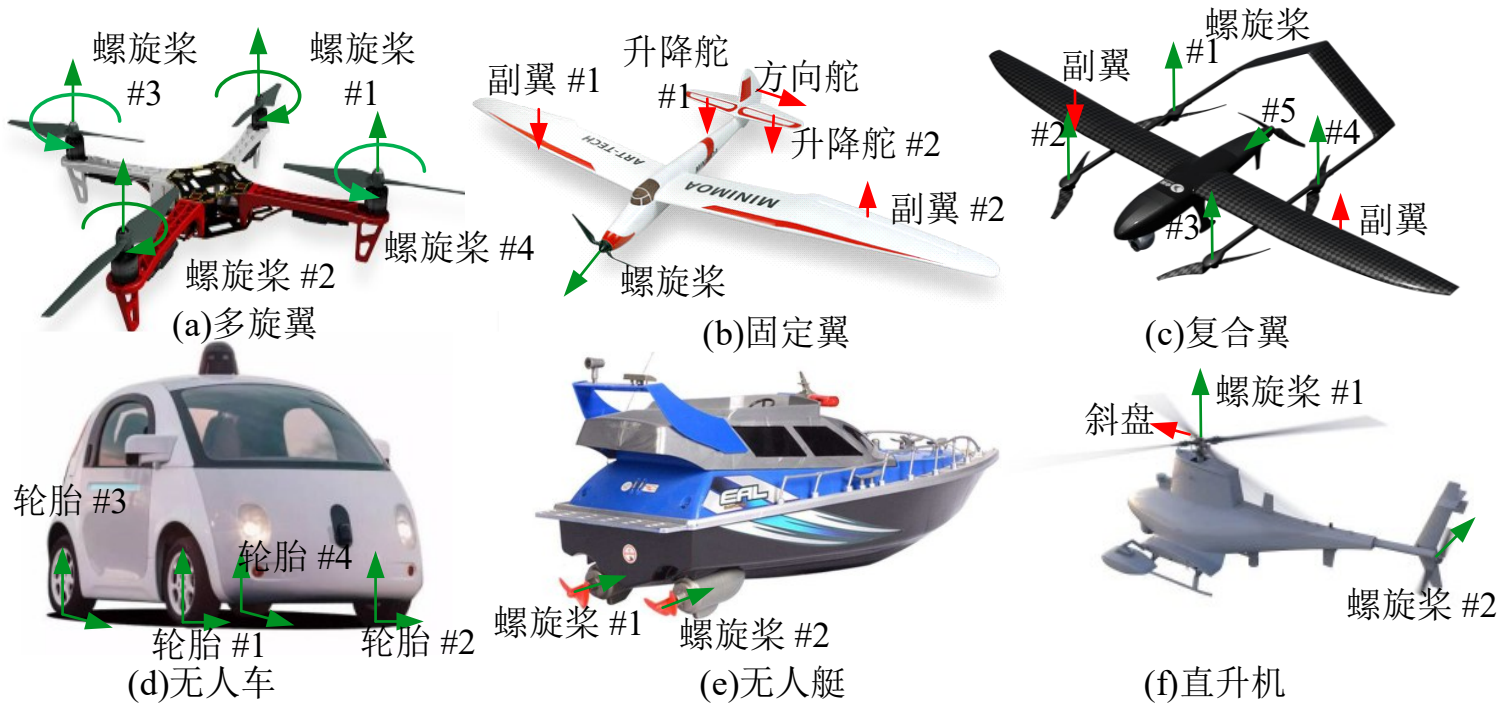


图1.7 不同无人载具控制原理

执行器与介质相互作用产生力。
受力点相对质心的位置，
会影响作用力产生的力矩。
执行器和介质不同，运动与
控制方式也不同。

- **空中载具：** 旋翼提供拉力，机翼产生升力，舵面调节力矩。
- **地面与水面：** 车轮受地面力；艇的桨、舵受水流作用力。

1.4 坐标系与控制原理

1.4.1 控制原理区别：多旋翼无人机

共同调拉力控制升降，差动调节改变姿态

01 悬停：各桨共同承载

各旋翼拉力相加，竖直方向与重力平衡



保持水平悬停，需要竖直速度为零、合力为零

旋转与舵面动作放慢显示

图：多旋翼

- **升降：**近水平时共同增减各桨拉力，改变竖直合力；定高需竖直速度为零且受力平衡。
- **平移与制动：**差动先改变俯仰或滚转；倾斜拉力加速，反倾制动。匀速时水平拉力平衡阻力。
- **偏航：**两组反向旋翼一增一减，反扭矩差改变机头朝向；调速时总拉力近似不变。

多旋翼先用差动力矩改变姿态，再用倾斜拉力实现水平运动。

1.4.1 控制原理区别：固定翼无人机

推进、升力与舵面怎样改变航迹



图：固定翼

- **加速与起飞：**推力使飞机加速；迎角等条件一定时，升力随空速增大。满足条件后抬头离地。
- **平飞与失速：**匀速平飞时升力平衡重力、推力平衡阻力；迎角超过临界值会失速。
- **倾斜与转弯：**舵面改变姿态，倾斜升力的水平分量使航迹转弯，方向舵协调偏航。

固定翼依靠相对气流产生升力和舵效，推进与姿态控制共同影响航迹。

1.4.1 控制原理区别：固定翼无人机·舵面控制

三组舵面的主要控制轴与气动耦合



图：三组舵面；机体轴 X向前、Y向右、Z向下

副翼：两侧机翼后缘差动偏转，主要绕机体X轴滚转；两翼阻力差还可能引起偏航。

升降舵：水平尾翼或对应舵面通过偏转改变气动力，主要产生绕机体Y轴的俯仰力矩。

方向舵：垂直尾翼或对应舵面产生侧向力，主要绕机体Z轴偏航，并与副翼协调转弯。

1.4.1 控制原理区别：复合翼无人机

垂直起降与机翼巡航怎样衔接



图：复合翼

- **起降：** 固定翼起降常需跑道或辅助设施；
  复合翼用升力旋翼垂直起降，
  巡航推进器向前加速。
- **过渡：** 空速增大后机翼逐步承担升力，旋翼和舵面需协调输出，保持姿态与高度。
- **巡航：** 机翼主承重、推进器克服阻力；独立旋翼或倾转机构增加质量与控制复杂度。

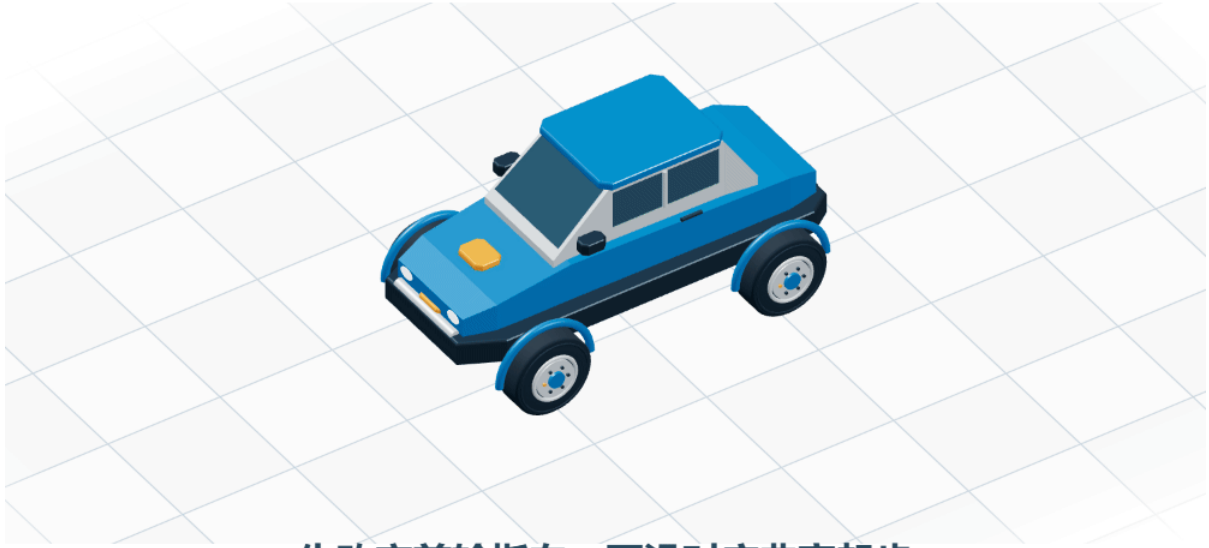
复合翼把起降与巡航优势结合起来，也增加质量和过渡控制的代价。

1.4.1 控制原理区别：无人车

不同驱动与转向方式怎样改变平面运动

01 常规转向：四轮沿各自圆弧滚动

内侧前轮转角较大，外侧车轮滚过的路程较长



先改变前轮指向，再沿对应曲率起步

橙：车轮转动 | 蓝：地面作用力 | 绿：合力 | 红：净力矩

图：无人车

- **常规转向：**调节转向轮角度形成弯道；在不侧滑的接触条件下，半径受限且不能横移。
- **履带差速：**调节左右履带速度，速度差使车体转向；两侧反向可原地转向，实际伴随接地滑移。
- **麦克纳姆轮：**斜滚子配合轮速组合可在理想条件下横移，实际受轮胎、路面与负载限制。

转向机构限制瞬时运动，轮速分配还要满足接触与附着条件。

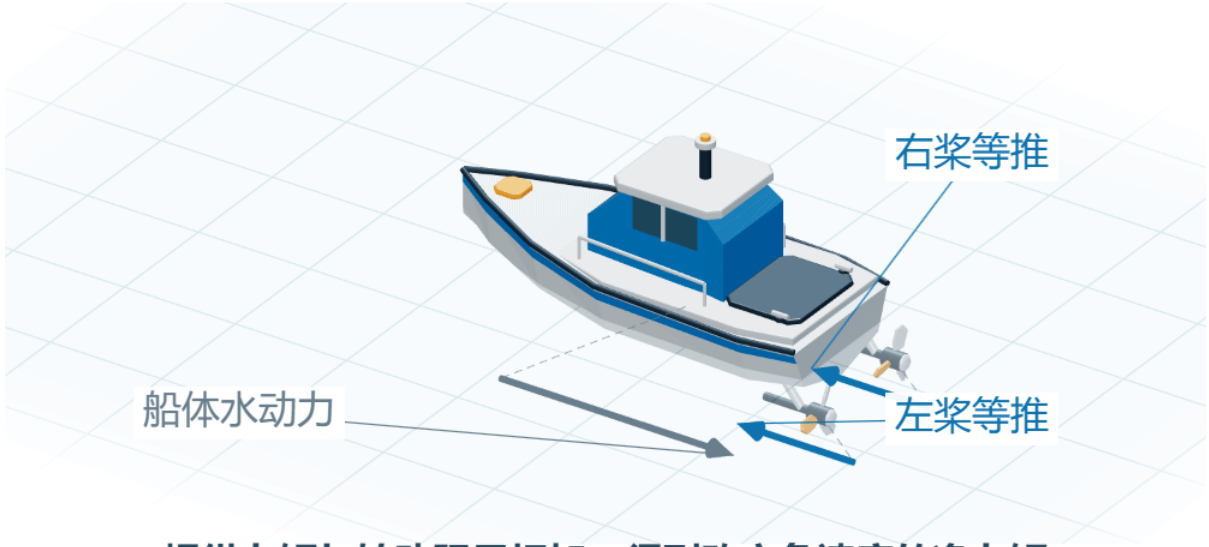
1.4 坐标系与控制原理

1.4.1 控制原理区别：无人艇/船

差动推力与舵面怎样控制转向

01 双桨差动：推力差控制偏航

两桨等推、反向等速旋转，艇沿原航向直行



操纵力矩与转动阻尼相加，得到改变角速度的净力矩

红：净偏航力矩 | 移动灰点：桨后水流 | 橙色桨叶：旋转标记

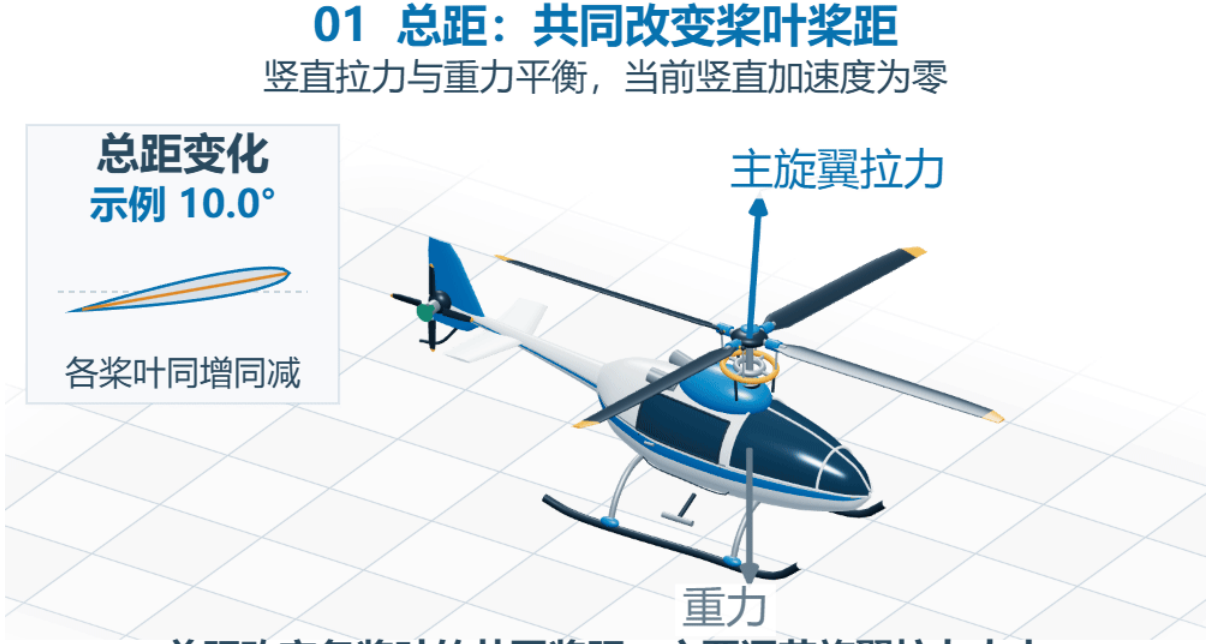
图：无人艇

- **双桨差动：**两侧推力通过力臂产生偏航力矩，推力差使艇首转向；同转速不保证直行。
- **单桨加舵：**推进器提供推力，舵面在水流中产生侧向力；舵效随局部水流和航行状态改变。
- **航迹反馈：**风、流和船体水动力共同影响航迹，需要依据航向与位置反馈持续修正。

无人艇改变推进力或舵面侧向力，才能产生所需偏航力矩。

1.4.1 控制原理区别：无人直升机

总距、周期变距与尾桨各控制什么



图：直升机

- **总距：**各桨叶的桨距共同改变，使主旋翼拉力增减，从而改变竖直合力和升降运动。
- **周期变距：**桨距随旋翼方位周期变化，使桨盘倾斜并改变拉力方向，产生水平分量。
- **尾桨：**侧向推力经力臂平衡反扭矩；增大总距需协调尾桨，改变补偿力矩可控制偏航。

增大总距也会改变反扭矩，升降与偏航需要协调控制。

1.4 坐标系与控制原理

1.4.1 控制原理区别：其他无人载具

不同构型的支承方式与偏航来源

> 构型不同，支承方式与偏航力矩的来源也不同。



共轴双旋翼：反向旋转、转矩平衡

载具	升力/浮力从哪来	偏航怎么控制
单旋翼直升机	主旋翼提供主要升力	尾桨推力调节偏航力矩
共轴双旋翼	上下旋翼共同提供升力	调上下旋翼反扭矩差
无人飞艇	主要依靠空气浮力支承	推进器及舵面调节方向
无人潜水器	浮力与水动力共同作用	按推进器和舵面布局分配

支承方式影响基本受力，偏航控制依靠可调的推进力、舵力或反扭力矩。

本章目录

载具的受力、坐标与运动控制

第一章　绪论

1.1　概念分类与应用

1.2　发展历程与趋势

1.3　组成与架构

1.4　坐标系与控制原理

1.5　装配与调试

1.6　RflySim工具链

1.7　学习路线与实验案例

1.8　习题与课堂讨论

本节 5 个教学单元

1.4.1 控制原理区别　教材第1.2.2节

1.4.2 机架构型与坐标系　教材第1.2.3.1–1.2.3.2节

1.4.3 姿态表示方法　教材第1.2.3.3–1.2.3.4节

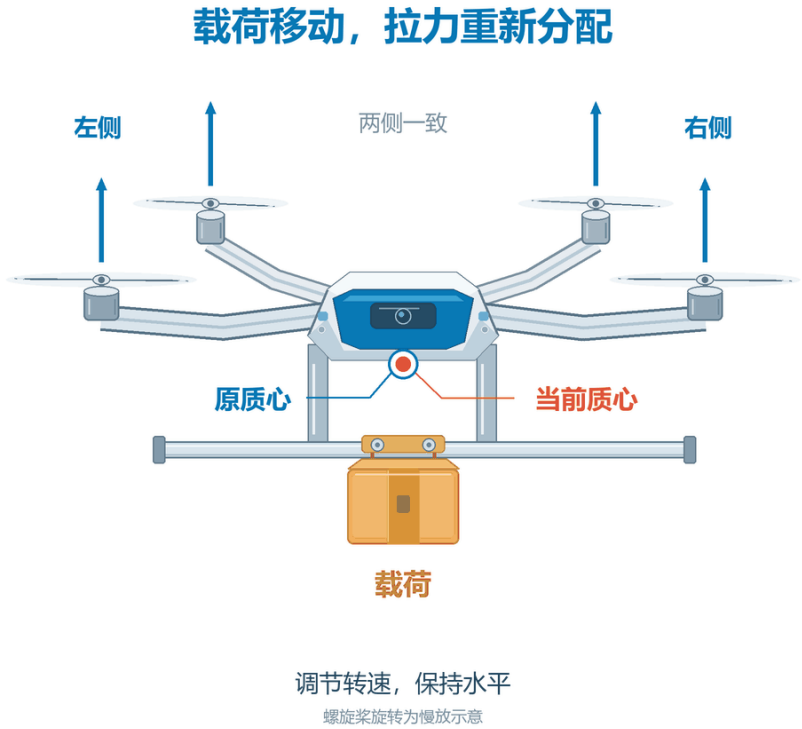
1.4.4 多旋翼控制原理　教材第1.2.3.5节

1.4.5 欠驱动系统　教材第1.2.3.6节

1.4.2 机架构型与坐标系：机架构型·对称性与质心

对称布局、质心与控制基准

- **布局作用：**执行器的位置与力臂
  决定输出如何形成合力与力矩。
- **对称收益：**左右动力与力臂相同时，
  各桨对力矩的贡献对称，配平更简单。
- **质心影响：**载荷变化会移动质心；
  即使机架对称，配平输出也可能不同。
- **传感器安装：**惯性传感器靠近质心，
  可减小转动引起的附加加速度，仍需抑制振动。

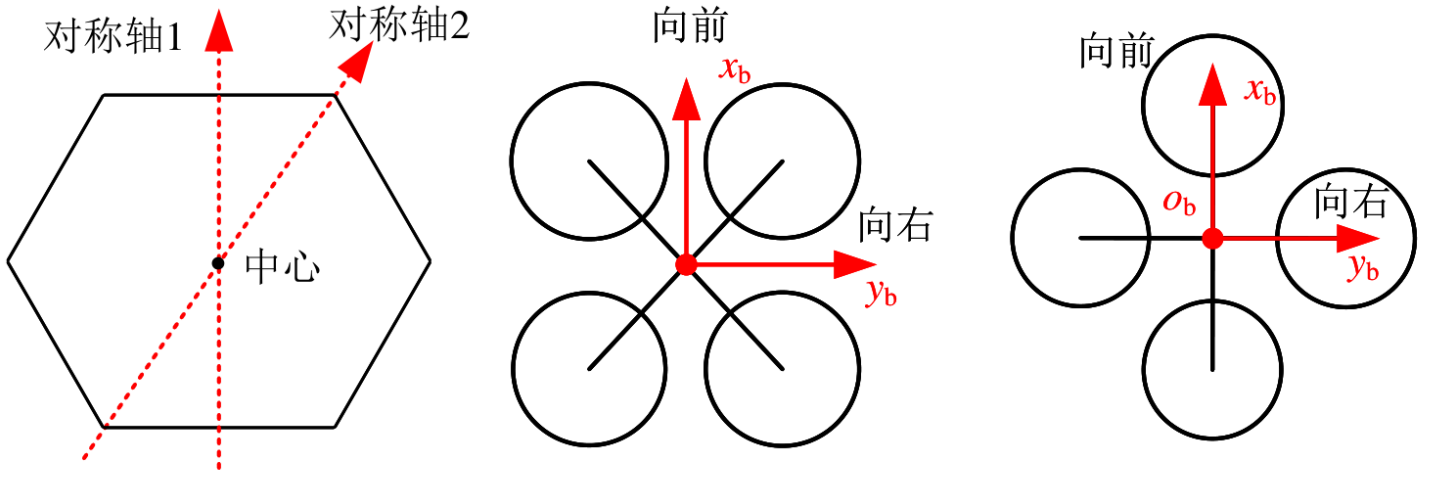


图：载荷移动改变质心与力臂，
各桨配平拉力重新分配。

载荷改变质心和力臂，配平输出也应随实际布局调整。

1.4.2 机架构型与坐标系：机架构型·机头与布局

机头与机架布局：原点、轴向与控制基准



(a) 载具对称性与轴定义　(b) 四旋翼“X”字型　(c) 四旋翼“十”字型

图1.8 机头定义与多旋翼机架布局

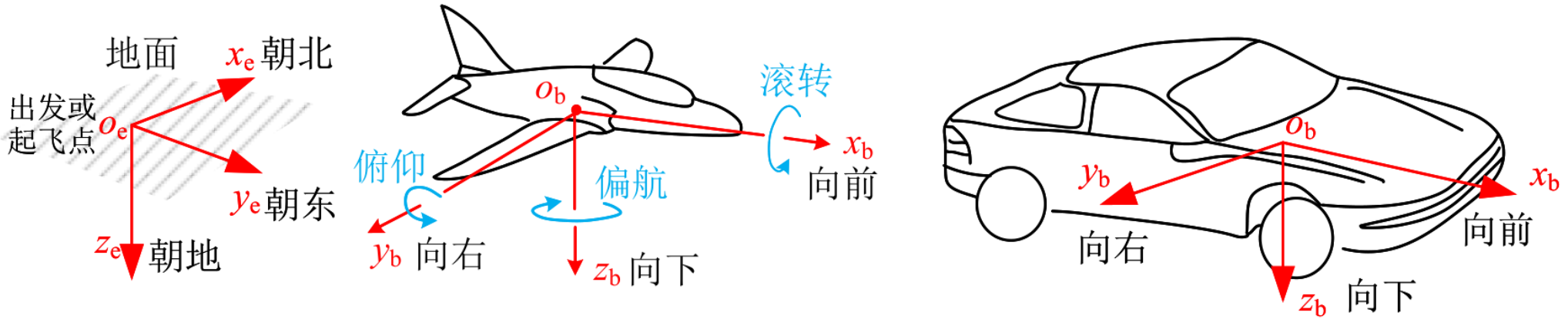
左右对称便于对称布置动力和载荷，减小配平偏差。机头方向由结构、安装与配置共同确定。

- **机头约定：** X形朝向两臂之间，十字形朝向一条机臂。
- **共同基准：** 本节取质心为原点，X前、Y右、Z下。
- **控制联系：** 布局改变，力臂与控制分配关系也须更新。

机头确定前向轴，原点和其余轴向的约定共同定义机体系。

1.4.2 机架构型与坐标系：坐标系定义·地面系与机体系

参考系的原点、轴向与相对姿态



(a) 地面坐标系　　(b) 无人机机体坐标系　　(c) 无人车机体坐标系

图1.9 地面坐标系与机体坐标系

- **地面参照：**图中北、东、地构成地面系；原点可选起飞点或其他已知基准。
- **机体参照：**图中前、右、下构成机体系；位置变换含平移，方向变换只需旋转。
- **近似惯性系：**低速、低空、小范围内忽略地球自转，把地面系当作惯性系。

1.4.2 机架构型与坐标系：坐标系定义·轴向约定

两套常见轴向约定：地面参照与机体参照

> 北东地与东北天用于地面参照；前右下与前左上用于机体参照。

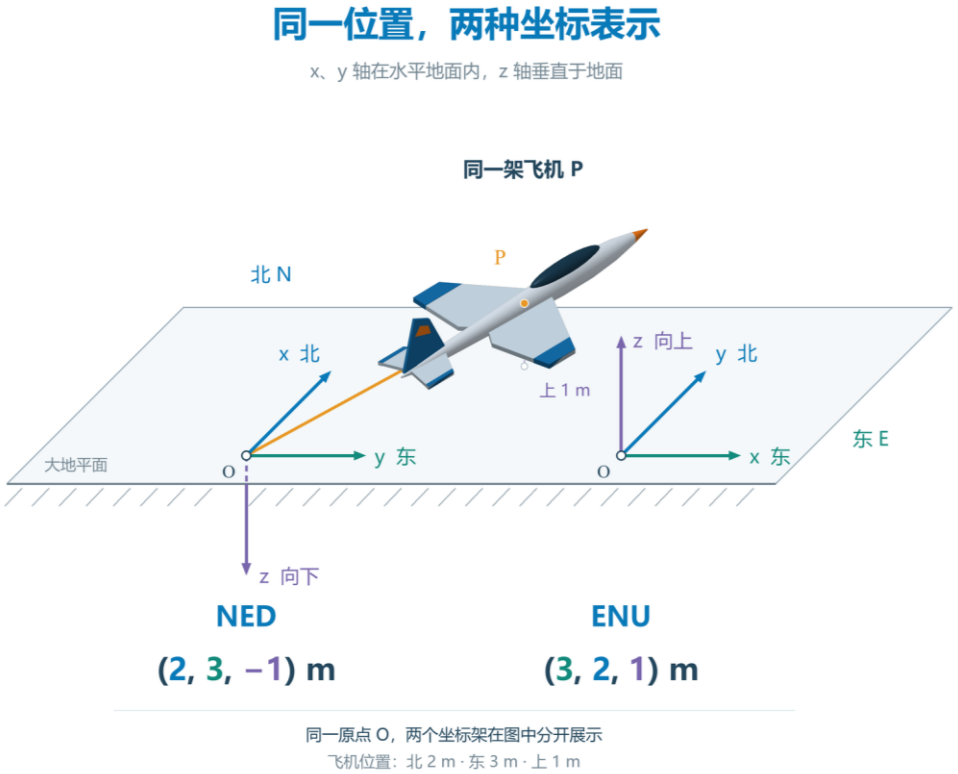
常见组合	地面系轴向	机体系轴向	典型使用语境
北东地（NED） 前右下（FRD）	北、东、地	前、右、下	航空导航与飞控 例如PX4相关接口
东北天（ENU） 前左上（FLU）	东、北、天	前、左、上	机器人操作系统 ROS常用约定

NED转ENU交换北东并反转竖直分量，FRD转FLU反转右向与下向分量。

1.4.2 机架构型与坐标系：坐标系定义·坐标转换

同一平台上的坐标转换：参考系与数据含义

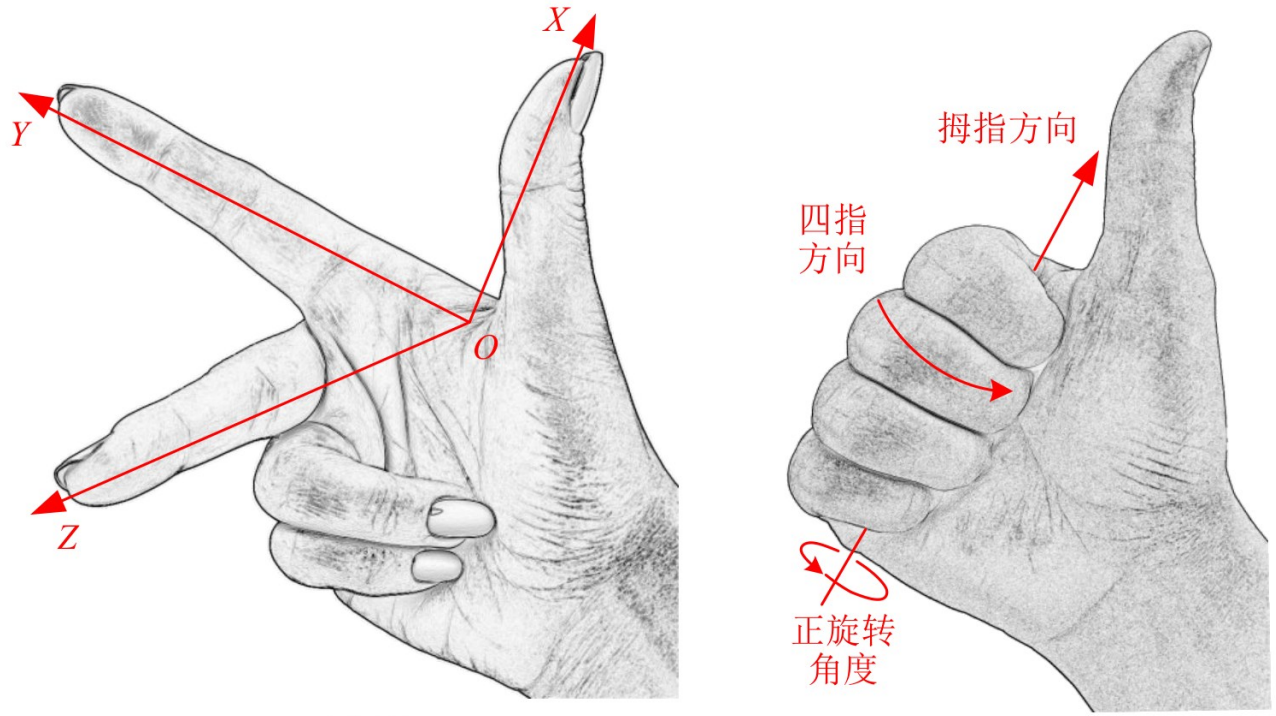
- **接口差异：**自驾仪与上层软件可能采用不同坐标系；消息约定给出参考系和单位。
- **地面方向：**NED转ENU，北、东分量互换，竖直分量反号；NED中高于原点时z为负。
- **机体方向：**FRD转FLU，前向不变，右向、下向分量反号。
- **读图示例：**飞机位于北2、东3、上1 m，NED为$(2, 3, -1)$ m，ENU为$(3, 2, 1)$ m。



坐标转换统一分量的物理含义，转换关系由轴序、正方向和原点约定决定。

1.4.2 机架构型与坐标系：右手定则

用右手确定坐标轴与旋转正方向



(a) 坐标轴　　(b) 旋转正方向

图1.10 右手定则下的坐标轴与旋转正方向

为确保坐标转换的正确性，上述四种常用坐标系（NED、FRD、ENU、FLU）及其衍生坐标系均需遵循右手定则（Right-Hand Rule），以保持坐标系间的方向一致性和运算的规范性。

- **定三轴：**右手拇指、食指、中指分别对应X、Y、Z正向。
- **定正转：**右手拇指沿轴正向，四指弯曲方向就是正旋转。
- **核对方法：**先明确观察方向和正轴，再判断正负号。

本章目录

载具的受力、坐标与运动控制

第一章　绪论

1.1　概念分类与应用

1.2　发展历程与趋势

1.3　组成与架构

1.4　坐标系与控制原理

1.5　装配与调试

1.6　RflySim工具链

1.7　学习路线与实验案例

1.8　习题与课堂讨论

本节 5 个教学单元

1.4.1 控制原理区别　教材第1.2.2节

1.4.2 机架构型与坐标系　教材第1.2.3.1–1.2.3.2节

1.4.3 姿态表示方法　教材第1.2.3.3–1.2.3.4节

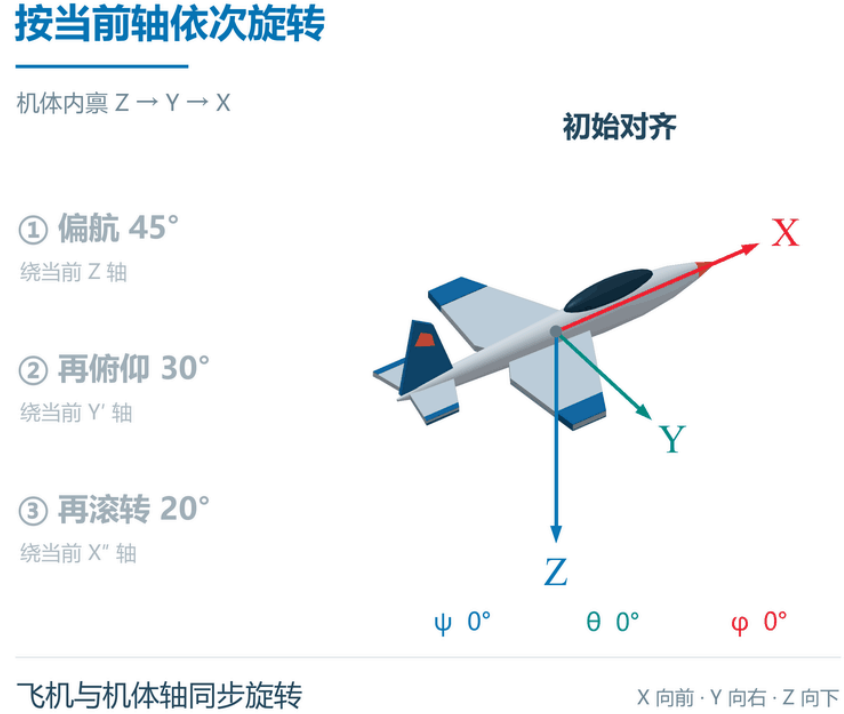
1.4.4 多旋翼控制原理　教材第1.2.3.5节

1.4.5 欠驱动系统　教材第1.2.3.6节

1.4.3 姿态表示方法：欧拉角定义

用有顺序的三次旋转表示姿态

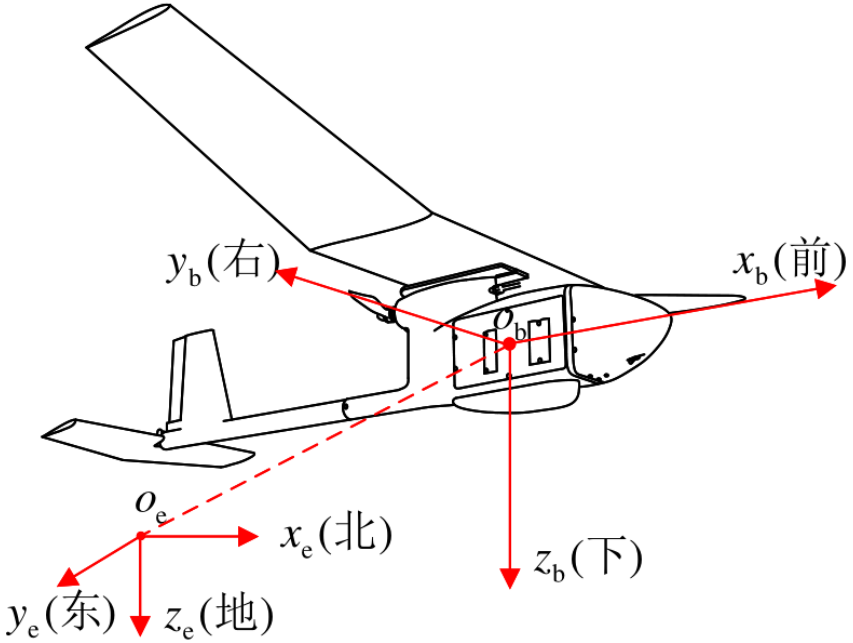
- **刚体近似：**把机体近似为形状不变的刚体，姿态表示它相对参考系的方向。
- **三次旋转：**两系先对齐，每次旋转都绕转动后的机体轴，称为内禀旋转。
- **本节约定：航空次序欧拉角**，内禀Z-Y-X，依次转偏航角ψ、俯仰角θ、滚转角ϕ。
- **角度与速率：**陀螺仪测机体系角速度，一般不等于ψ、θ、ϕ各自的变化率。



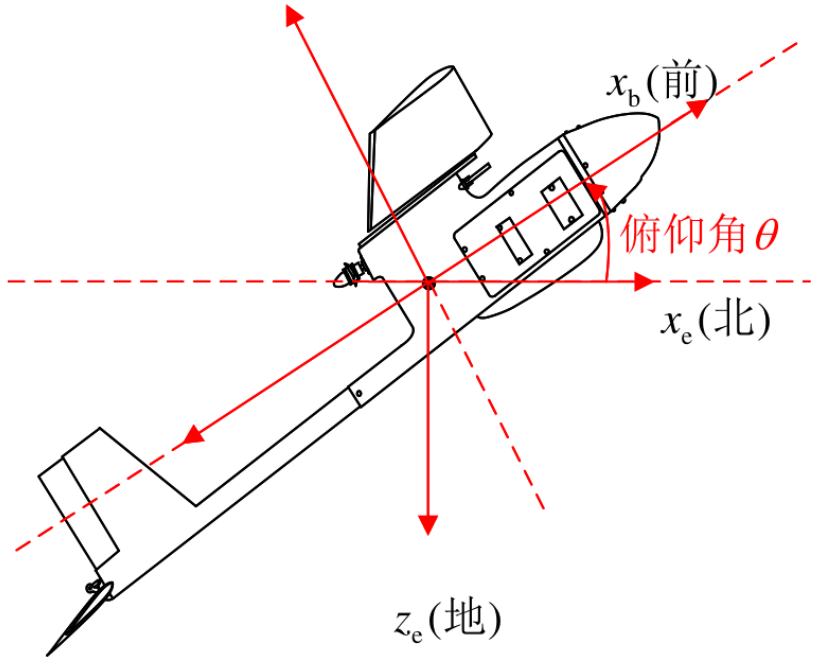
欧拉角按约定轴依次旋转表示姿态，角度含义依赖轴次序与正方向。

1.4.3 姿态表示方法：俯仰角

机体系与俯仰：前右下约定与抬头方向



（a）机体系：前向、右向、下向



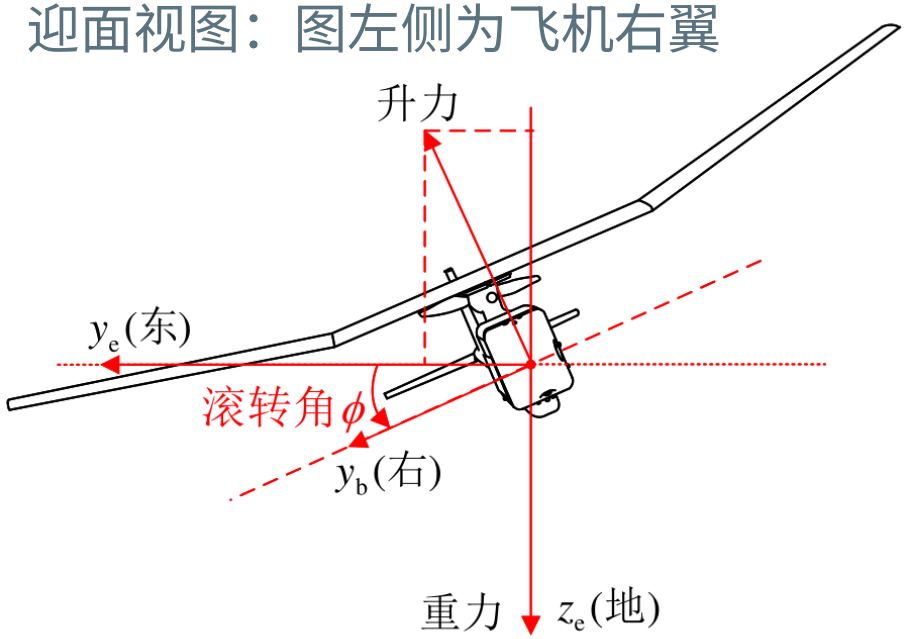
（b）正俯仰：绕右向轴抬头

先确定机体轴，再计算欧拉角；俯仰角是机头相对水平面的角度。

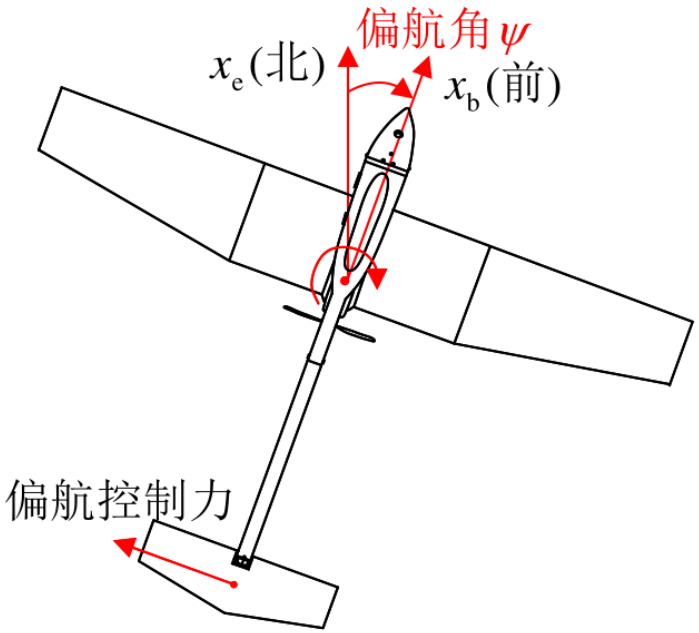
1.4.3 姿态表示方法：滚转角与偏航角

滚转与偏航：右滚为正，右偏为正

迎面视图：图左侧为飞机右翼



（c）正滚转：绕前向轴右滚



（d）正偏航：俯视时机头右转

滚转角是机体绕机头轴的转角，偏航角是机头水平朝向偏离正北的角度。

1.4.3 姿态表示方法：欧拉角的奇异性

欧拉角奇异：俯仰到正负90度会发生什么

- **奇异条件：**在本节Z-Y-X约定中，俯仰为正负90度时出现参数奇异。
- **表示退化：**滚转与偏航的作用不再能独立区分，多组角度可表示同一姿态。
- **数值表现：**接近奇异位置时，小幅姿态变化可能引起欧拉角大幅变化。
- **万向节锁（Gimbal Lock）：**锁住的是角度反解，机体仍能自由转动。

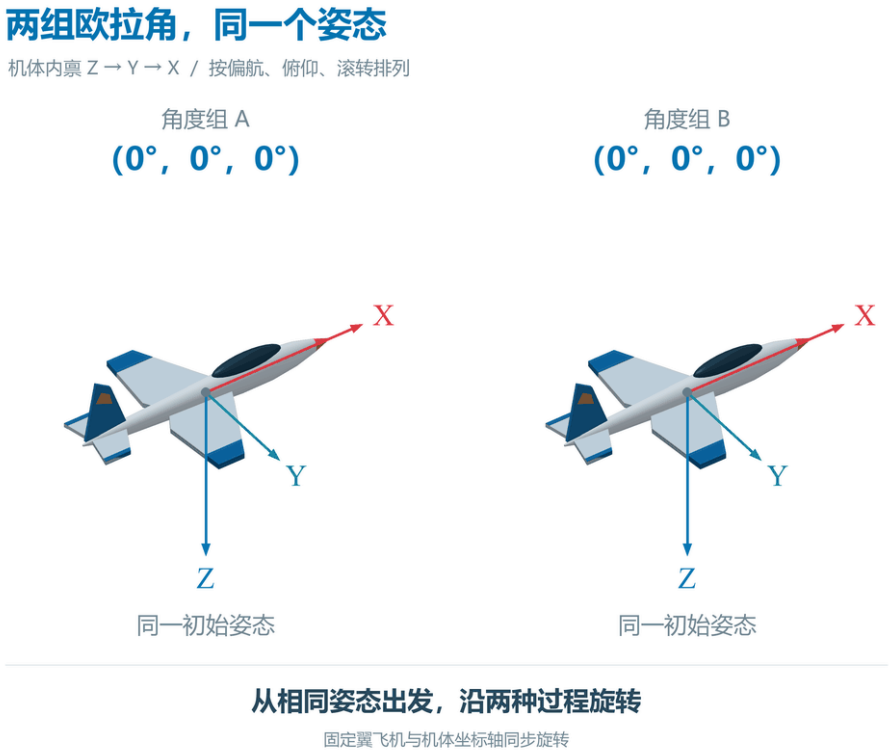
欧拉角奇异使参数耦合，真实姿态仍可连续。



1.4.3 姿态表示方法：欧拉角的奇异性·逆向求解

奇异点的反解：额外约定能解决到哪一步

- **多组解：** 按(ψ, θ, ϕ)，$(0°, 90°, 0°)$与$(30°, 90°, 30°)$表示同一姿态。
- **约定求解：** $\theta = 90°$时只由$\psi - \phi$决定；常令$\phi = 0$求唯一ψ，两角仍不独立。
- **穿越跳变：** 俯仰由89°增至90°时，读数由$(0°, 89°, 15°)$跳为$(-15°, 90°, 0°)$。
- **连续性：** 约定不能消除穿越时的跳变。



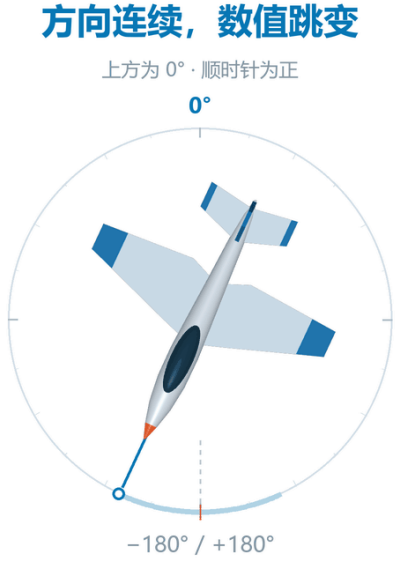
额外约定可选出一组角度，不能消除欧拉角表示的奇异性。

1.4.3 姿态表示方法：欧拉角的奇异性·读数跳变

欧拉角读数跳变：奇异与区间切换

- **观察现象：**实际方向可以平滑变化，欧拉角却可能因分支切换而跳变。
- **误差风险：**直接相减或对跳变角度求导，可能得到与真实运动不符的大误差。
- **内部表示：**使用单位四元数或旋转矩阵进行姿态估计和控制，避免欧拉角奇异。
- **显示处理：**按需转回欧拉角供人阅读，并说明顺序、区间和奇异点的处理规则。

注：除了奇异点，偏航区间切换也会造成跳变



姿态误差反映实际相对旋转，角度区间跳变会使直接相减产生伪差。

1.4.3 姿态表示方法：其他姿态表示方法

三种姿态表示：参数、约束与适用性

参数数量不同，不改变三维姿态本身的三个旋转自由度。

方法	怎么表示	特点
欧拉角	三个有顺序的转角	直观，便于显示； 俯仰±90°处奇异
单位四元数	四个分量，单位范数约束	无奇异，便于平滑插值； 注意符号与分量顺序
旋转矩阵	3×3正交矩阵，行列式为1	直接变换向量； 9个元素有冗余，需保持正交

欧拉角便于读数，单位四元数和旋转矩阵适合内部旋转计算。

1.4.3 姿态表示方法：四元数

单位四元数：四个分量描述三个旋转自由度

$$\boldsymbol{q} = \left[\cos\frac{\alpha}{2},\ e_x\sin\frac{\alpha}{2},\ e_y\sin\frac{\alpha}{2},\ e_z\sin\frac{\alpha}{2}\right], \quad \|\boldsymbol{e}\| = 1, \quad \|\boldsymbol{q}\| = 1$$

$$\boldsymbol{e} = (0,0,1), \quad \alpha = 90^\circ: \quad \boldsymbol{q} \approx [0.707,\ 0,\ 0,\ 0.707]$$

- **轴角构造：** $\boldsymbol{e}$是单位旋转轴，α是绕该轴的转角；标量取半角余弦，向量取轴乘半角正弦。上例绕Z轴转90°，在NED中机头由北转向东。
- **单位约束：** 四个分量的平方和为1，因此仍只描述三个独立旋转自由度。
- **无奇异：** 每个姿态只对应$\pm\boldsymbol{q}$两组数，不会有无穷多解；插值时保持符号连续。
- **分量顺序：** 本页标量在前(w, x, y, z)，与PX4一致；ROS消息按(x, y, z, w)排列，读写数据前先核对顺序。

单位四元数避免欧拉角奇异，分量顺序和旋转约定共同决定数值含义。

1.4.3 姿态表示方法：坐标变换

旋转矩阵：同一向量在两个坐标系中的表示

$$\mathbf{v}_{\mathrm{e}} = R_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}}\mathbf{v}_{\mathrm{b}}$$

b：机体系；e：地面系

$$R_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}} = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi)$$

次序Z-Y-X：偏航、俯仰、滚转

列向量表示同一几何向量，乘矩阵后改变的是坐标分量。
矩阵三列依次是机体X、Y、Z轴在地面系中的方向。
复合矩阵作用于列向量时，从最右侧开始相乘。
逆变换用转置：正交矩阵的转置就是其逆矩阵。

只绕Y轴抬头30°：前向单位向量变为 $[\sqrt{3}/2, 0, -1/2]^{\mathrm{T}}$，$z$分量为负即向上。

旋转矩阵改变同一向量的坐标分量；逆变换用转置，几何向量本身不变。

1.4.3 姿态表示方法：基本旋转矩阵

绕单轴转动：三个基本旋转矩阵

$$R_x(\phi)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi\\ 0 & \sin\phi & \cos\phi\end{bmatrix}\quad R_y(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & \sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta\end{bmatrix}\quad R_z(\psi)=\begin{bmatrix}\cos\psi & -\sin\psi & 0\\ \sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

- **读矩阵：**转轴对应的行和列只有对角元为1、其余为0；另两个分量随转角按余弦、正弦变化。
- **读列：**$R_y(\theta)$的第一列$[\cos\theta,\ 0,\ -\sin\theta]^{\mathrm{T}}$就是抬头后的机头方向，代入$\theta=30°$即得上页结果。
- **单轴算例：**$R_z(90°)\,[1,\ 0,\ 0]^{\mathrm{T}}=[0,\ 1,\ 0]^{\mathrm{T}}$，机头由北转向东；$R_x(\phi)\,[1,\ 0,\ 0]^{\mathrm{T}}=[1,\ 0,\ 0]^{\mathrm{T}}$，滚转不改变机头方向。

绕单轴旋转只改变另两个分量，组合姿态要按约定次序相乘。

1.4.3 姿态表示方法：计算示例

旋转次序决定结果：完整矩阵与双角度验算

$$R_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}$$

$c_\beta = \cos\beta, \quad s_\beta = \sin\beta, \quad \beta \in \{\phi, \theta, \psi\}$

$R_{\mathrm{e}}^{\mathrm{b}} = (R_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}})^{\mathrm{T}}$

例：NED地面系，机头向东并抬高30°

$\psi = 90^\circ, \quad \theta = 30^\circ, \quad \phi = 0^\circ$

若误写成$R_y R_z$，得$[0, 1, 0]^{\mathrm{T}}$：机头水平指东，没有抬头。

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathrm{b}} \longmapsto \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}_{\mathrm{e}}$$

复合旋转的乘法次序不能互换；改变次序会改变姿态，须用向量验算。

1.4.3 姿态表示方法：旋转次序

旋转次序改变机头方向

比较机头前向与机体侧轴，区分指向变化和机身转动。

固定 NED 轴；机翼标绿；右因子先作用



图：同样两个旋转，按不同次序作用于机体前向量（NED原理示意）

本章目录

载具的受力、坐标与运动控制

第一章　绪论

1.1　概念分类与应用

1.2　发展历程与趋势

1.3　组成与架构

1.4　坐标系与控制原理

1.5　装配与调试

1.6　RflySim工具链

1.7　学习路线与实验案例

1.8　习题与课堂讨论

本节 5 个教学单元

1.4.1 控制原理区别　教材第1.2.2节

1.4.2 机架构型与坐标系　教材第1.2.3.1–1.2.3.2节

1.4.3 姿态表示方法　教材第1.2.3.3–1.2.3.4节

1.4.4 多旋翼控制原理　教材第1.2.3.5节

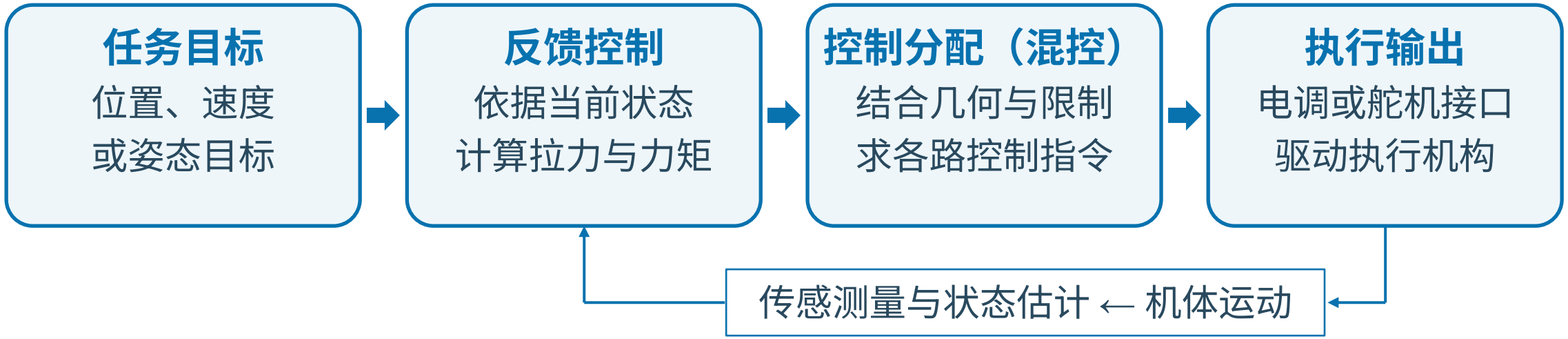
1.4.5 欠驱动系统　教材第1.2.3.6节

1.4.4 多旋翼控制原理：闭环总览

反馈控制与控制分配：目标、指令与运动状态

> 控制器结合目标与状态计算需求，控制分配再将需求转为各路执行指令。

正向箭头为命令流，下方回路为运动状态反馈。



反馈计算需要的力与力矩，控制分配受执行器能力约束。

1.4.4 多旋翼控制原理：控制分配

把期望拉力与力矩分配给各执行器

- **控制目标：**上游给出期望拉力和力矩，分配器求各执行器应承担的输出。
- **几何关系：**执行器的位置、力臂与方向决定它对整体合力和合力矩的贡献。
- **控制效能：**执行器输出对拉力和力矩的贡献系数，按编号排成控制分配矩阵。
- **实际限制：**如每桨最多10 N，四桨共40 N；请求44 N时须取舍，并反馈饱和状态。

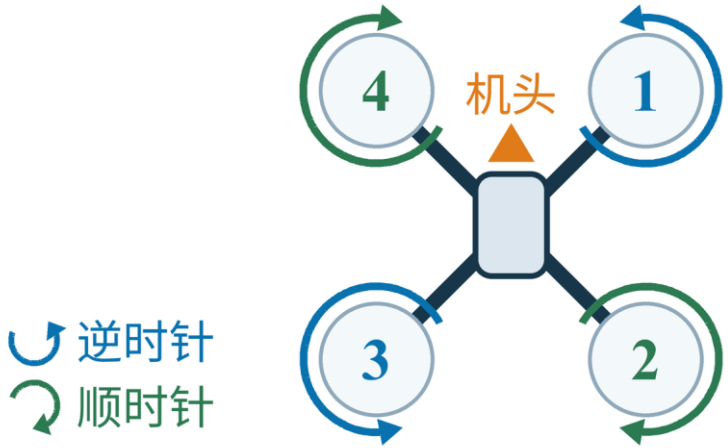


布局与执行器效能决定分配关系，输出约束限定可实现的拉力和力矩。

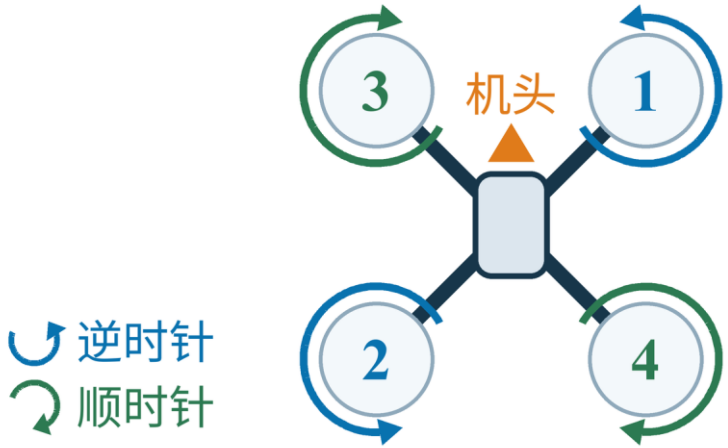
1.4.4 多旋翼控制原理：旋翼编号与旋向

教材顺序与PX4示例中的编号如何对应

示例采用X形四旋翼、从上向下观察；实际映射以所选机架配置为准。



图：教材编号，1、3逆时针，2、4顺时针
（1右前、2右后、3左后、4左前）

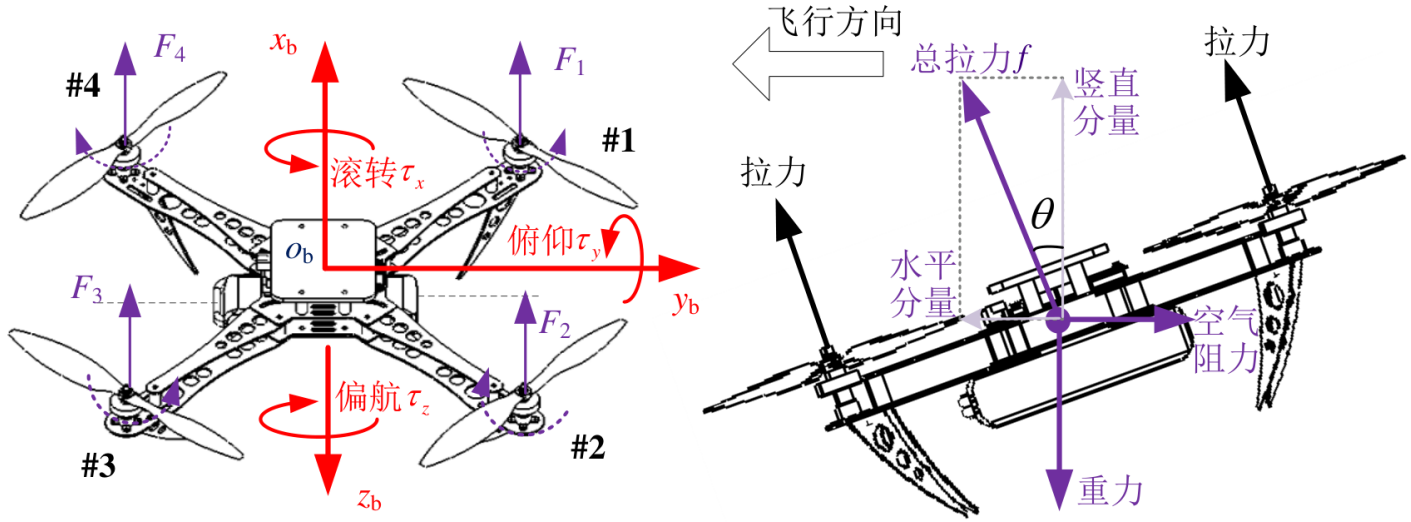


图：PX4 Quad X，1、2逆时针，3、4顺时针
（1右前、2左后、3左前、4右后）

旋翼位置、编号与转向确定分配关系，输出端口配置决定实际控制通道。

1.4.4 多旋翼控制原理：受力模型

四旋翼受力：桨拉力、反扭力矩与外力



(a) 姿态角与受力　　(b) 前飞时受力

图1.12 多旋翼无人机受力模型

各桨提供沿桨轴的拉力，拉力经安装力臂产生滚转和俯仰力矩。桨在空气中旋转还会带来作用于机体的反扭力矩，方向与桨旋转相反。

- **图中符号：**红色弯箭头为力矩，紫色虚线为桨转向。
- **力矩来源：**桨拉力与力臂形成力矩，反扭力矩与桨转向相反。
- **前飞分解：**右图分解总拉力，再与阻力和重力比较。

1.4.4 多旋翼控制原理：受力模型·拉力与力矩合成

四个控制量由各桨拉力与反扭力矩合成

$$f = F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \qquad \tau_x = L\sin 45^\circ\,(F_3 + F_4 - F_1 - F_2)$$

$$\tau_y = L\sin 45^\circ\,(F_1 + F_4 - F_2 - F_3), \qquad \tau_z = M_1 + M_2 + M_3 + M_4$$

F_i、M_i：i号桨的拉力与反扭力矩；L：电机到机体中心的距离；控制量$\boldsymbol{u} = [f, \tau_x, \tau_y, \tau_z]^{\mathrm{T}}$。

- **悬停基准：**设$G = 20\,\mathrm{N}$、$L = 0.25\,\mathrm{m}$，四桨各5 N：$f = 20\,\mathrm{N} = G$；
  前后、左右拉力相等，两对角组反扭力矩抵消，$\tau_x = \tau_y = \tau_z = 0$。
- **一步计算（低头）：**后组2、3号增至5.5 N，前组1、4号减至4.5 N：
  f仍为20 N，$\tau_x = 0$；$\tau_y = 0.25\sin 45^\circ\,(4.5 + 4.5 - 5.5 - 5.5) \approx -0.35\,\mathrm{N\cdot m}$，
  负号表示低头；对角组各一增一减，$\tau_z \approx 0$。

四桨共同增减改变总拉力，按组差动改变力矩；控制分配就是反解这组式子。

1.4.4 多旋翼控制原理：分组一览

四旋翼分组：先看力矩，再看后续运动

> 教材编号：1右前、2右后、3左后、4左前；下表表示基准附近的调节方向。

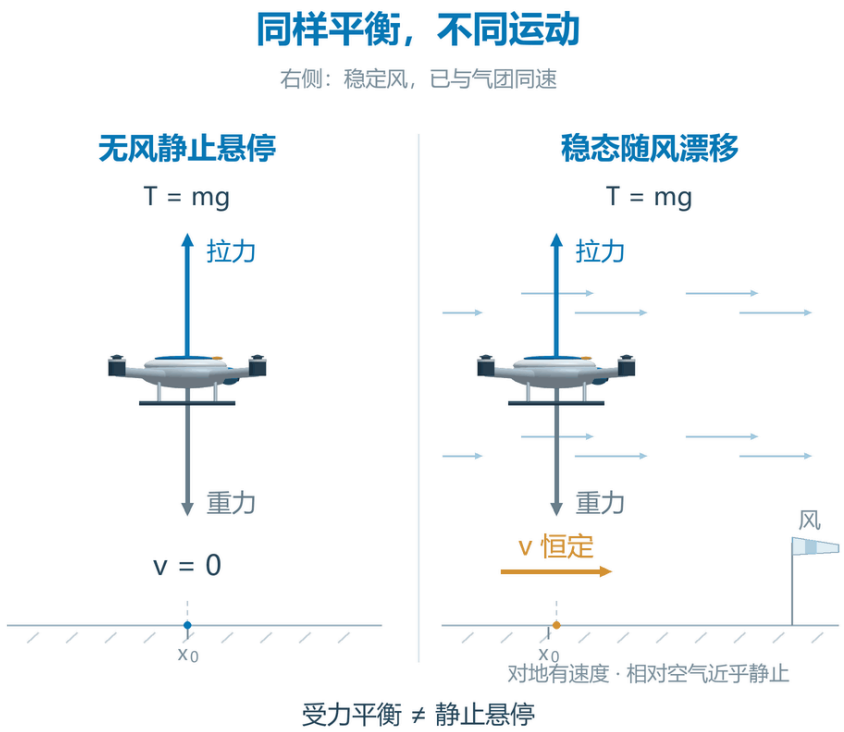
期望趋势	增推桨组	减推桨组
竖直向上加速	四桨共同增推	无（相对原基准）
低头	后组2、3	前组1、4
右滚	左组3、4	右组1、2
正向偏航（右偏）	逆时针组1、3	顺时针组2、4

桨组差动首先改变力矩，水平运动还需姿态变化与受力配合。

1.4.4 多旋翼控制原理：悬停平衡控制

悬停与随风漂移：受力平衡时的不同速度

- **状态条件：**悬停时对地位置和姿态不变，平动速度与角速度均为零。
- **力的平衡：**两种近水平稳态下，拉力与重力平衡；漂移时相对空气近乎静止。
- **力矩平衡：**滚转、俯仰和偏航的合力矩都须平衡，反扭抵消只是其中一部分。
- **模型边界：**无位置反馈时可随风匀速漂移；合力为零只说明速度不变。

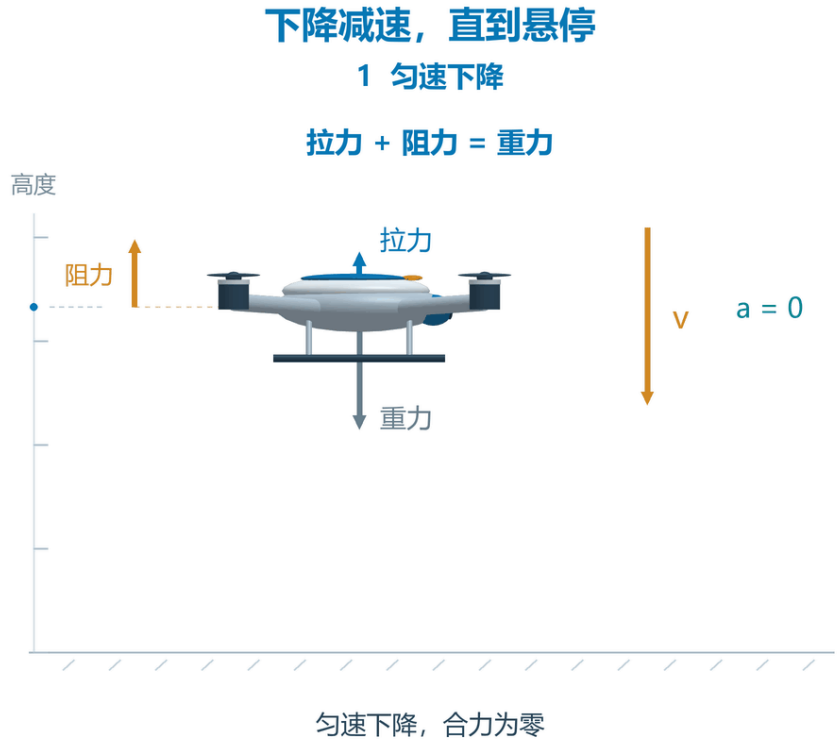


受力平衡仍可随风匀速漂移，悬停还要求对地静止。

1.4.4 多旋翼控制原理：上下运动控制（总拉力）

竖直运动：共同调拉力，反馈调速度与高度

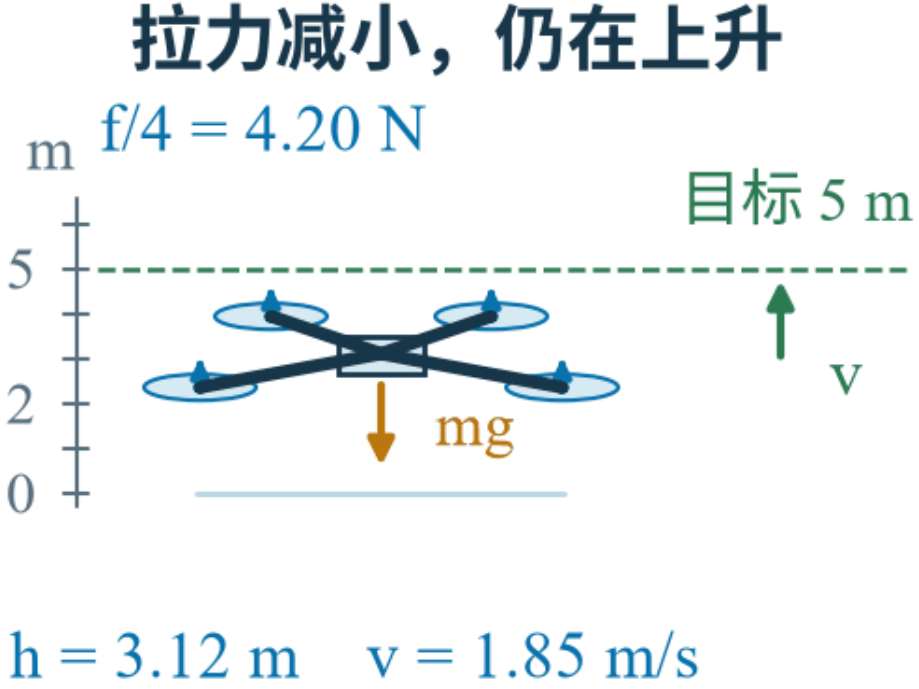
- **共同调节：**在对称近水平工况下共同增减各桨拉力，主要改变竖直合力。
- **加速度方向：**下降时阻力向上；拉力与阻力之和超过重力，加速度向上。
- **速度变化：**受力平衡时可匀速下降；合力向上时，下降速度减小。
- **定高过程：**根据高度与竖直速度反馈调整输出，最终使速度为零并保持受力平衡。

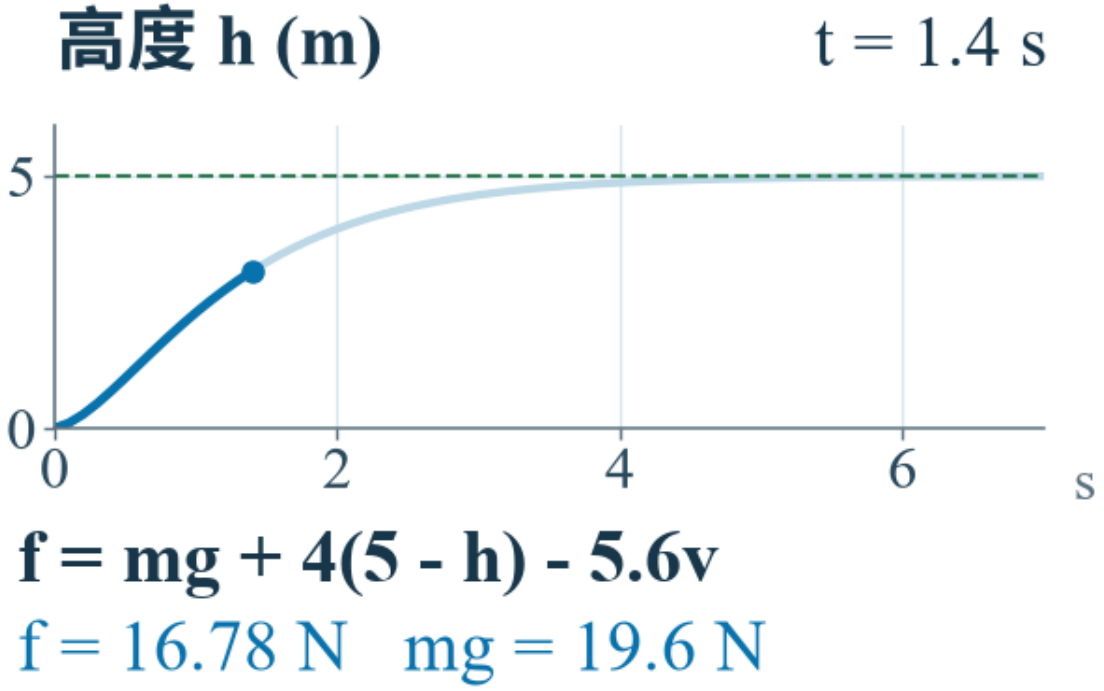


竖直合力决定加速度，定高还要消除高度与竖直速度误差。

1.4.4 多旋翼控制原理：高度闭环

高度误差怎样变成四桨拉力





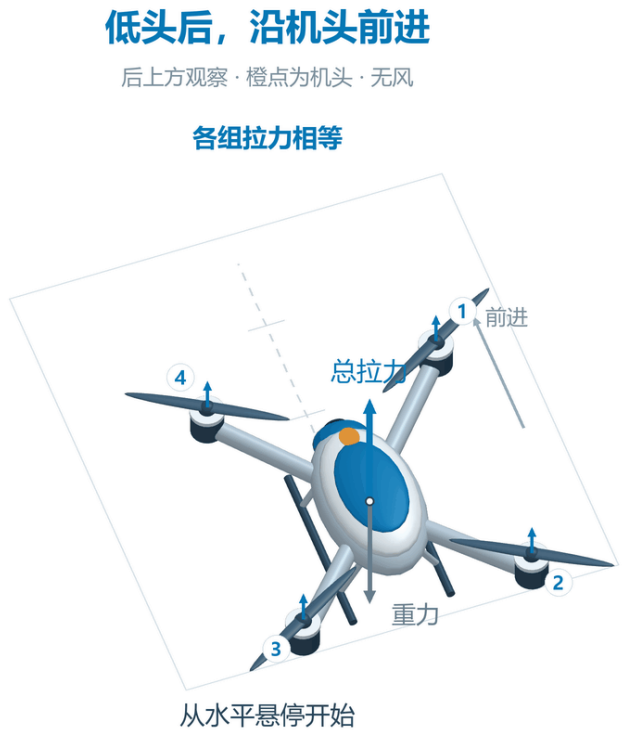
图：高度闭环逐拍反馈（教学数值仿真）

初始误差增大总拉力；接近目标后回到悬停拉力。

1.4.4 多旋翼控制原理：前后运动控制（俯仰力矩）

俯仰改变拉力方向，产生前后水平分量

- **启动俯仰：**沿教材编号，后方2、3号增推，前方1、4号减推，使机体低头。
- **改变拉力方向：**机体倾斜后，总拉力分成向前和向上的分量。
- **维持姿态：**达到目标倾角后，需抑制俯仰角速度并平衡力矩。
- **保持高度与速度：**竖直分量平衡重力；水平分量大于阻力时加速，相等时才可能匀速。

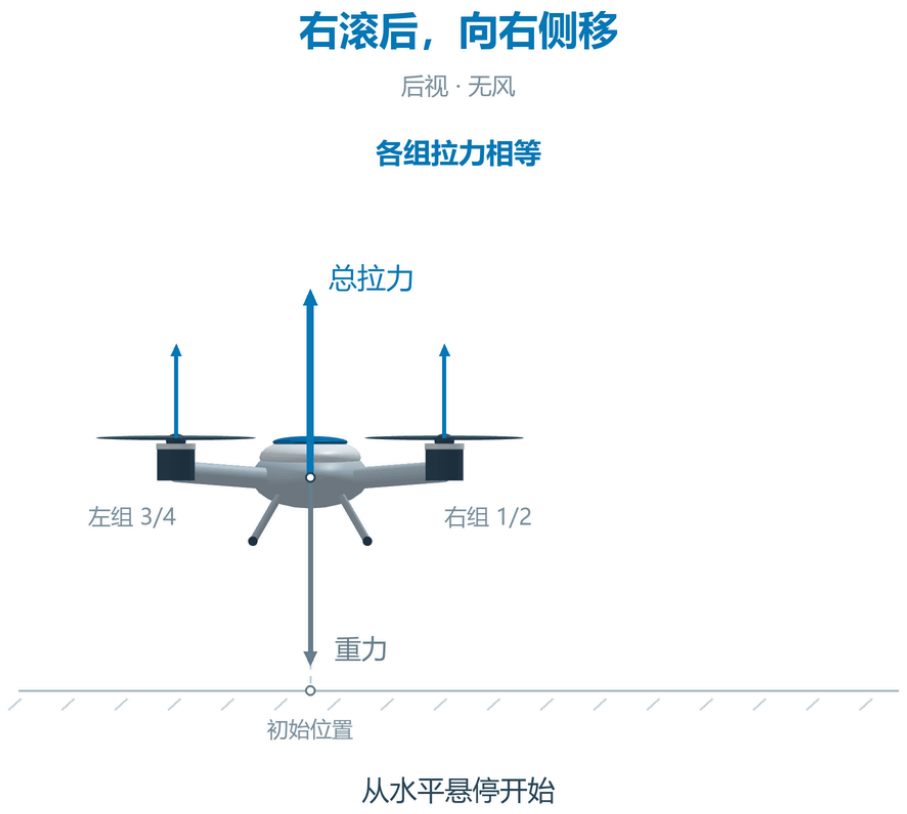


低头产生前向拉力分量，是否匀速还取决于水平合力。

1.4.4 多旋翼控制原理：左右运动控制（滚转力矩）

滚转改变拉力方向，产生侧向分量

- **启动滚转：**左组3、4号增推，右组1、2号减推，产生右滚趋势。
- **侧向分量：**总拉力随机体倾斜，在地面系中出现向侧方的水平分量。
- **保持目标：**达到目标滚转角后，控制器需减小角速度并平衡滚转力矩。
- **运动边界：**维持高度要补偿竖直分量；侧向速度还受阻力、风和速度闭环影响。

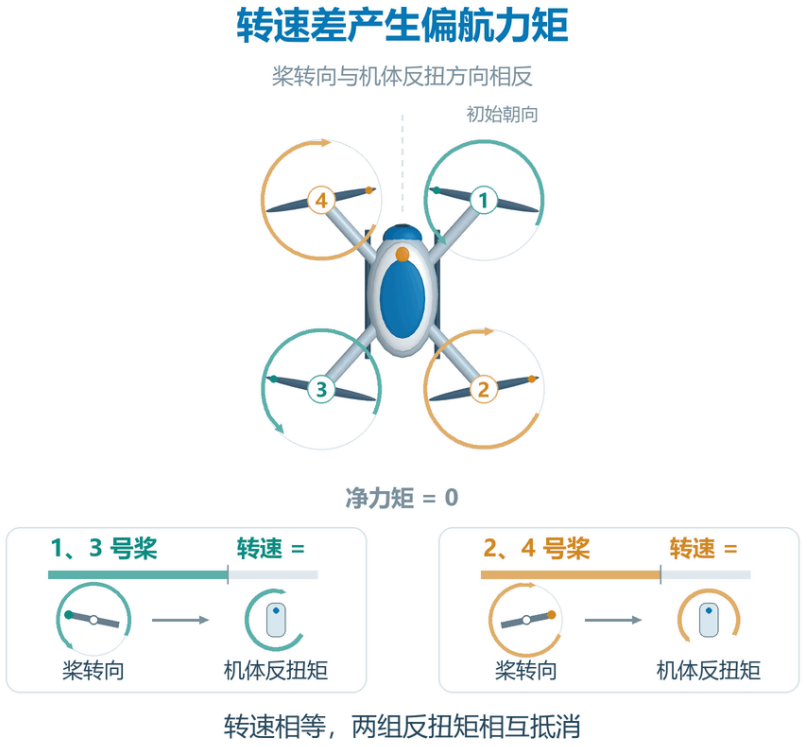


左右差动改变滚转，倾斜后的拉力再影响侧向速度。

1.4.4 多旋翼控制原理：偏航转动控制（偏航力矩）

利用桨组反扭力矩差改变朝向

- **力矩来源：**桨对空气施加转矩，空气对机体产生反向作用，旋转方向决定符号。
- **右偏示例：**从上方看，逆时针桨1、3增推，顺时针桨2、4减推，产生右偏趋势。
- **拉力协调：**各桨拉力与转速通常非线性，等量加减转速不保证总拉力严格不变。
- **保持与停止：**按角速度和航向误差调节净力矩，使转动跟随目标并按需停止。

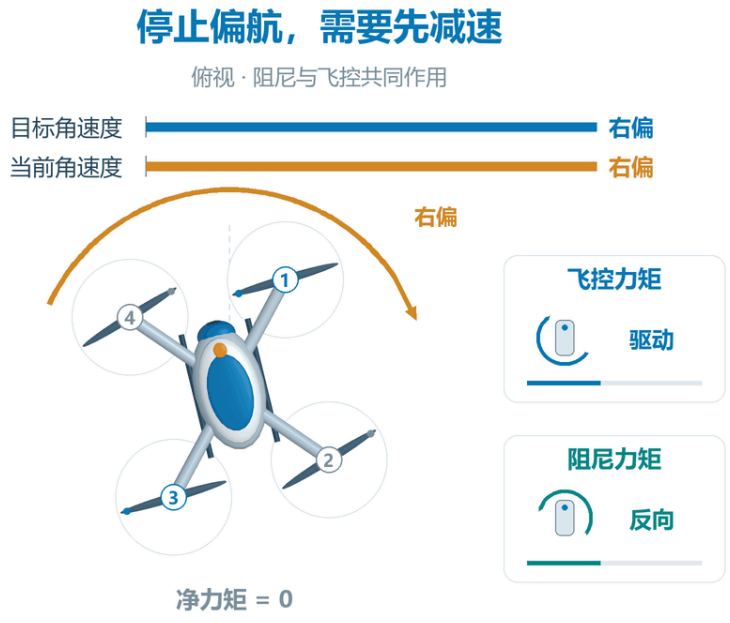


偏航控制依靠反扭力矩差动，保持总拉力需要按桨组效能协调输出。

1.4.4 多旋翼控制原理：偏航转动控制·角速度稳定

偏航角速度怎样稳定：阻尼与闭环共同作用

- **开始转动：**偏航净力矩不为零时，偏航角速度发生变化。
- **阻尼作用：**空气与旋翼可产生阻尼，大小随工况和转速变化。
- **稳态条件：**驱动与阻尼等力矩平衡，偏航角速度可保持恒定。
- **主动调节：飞控**按角速度误差调输出，不能只靠被动阻尼限制转速。



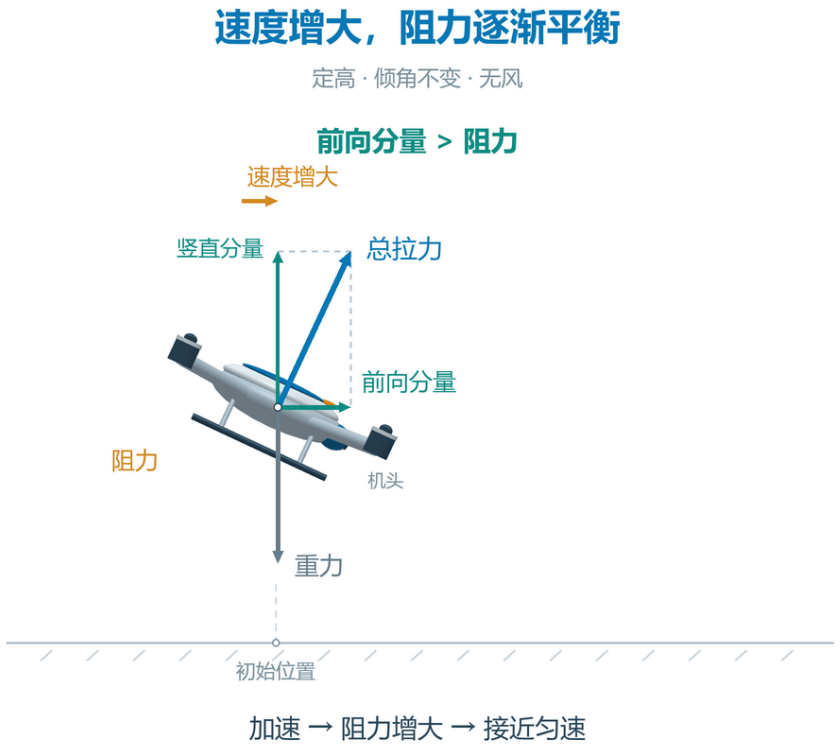
匀速右偏：驱动力矩与阻尼平衡

净偏航力矩改变角速度，稳定转速需要阻尼或反馈使其平衡。

1.4.4 多旋翼控制原理：控制原理推广·前飞受力

前飞倾角与稳态速度：竖直与水平两个平衡

- **简化条件：**无滚转、无风、定高直线前飞；
  θ取前倾角大小，D为空气阻力。
- **竖直平衡：**$f\cos\theta = G$；
  θ增大时，保持高度需要更大的总拉力f。
- **水平平衡：**$f\sin\theta = D$时匀速前飞，
  大于D时加速；两式相除得$\tan\theta = D/G$。
- **倾角上限：**θ越大稳态速度越高；
  过大时部分电机饱和，失去控制余量。



定高前飞时，倾角影响拉力分量，稳态速度由水平受力平衡决定。

本章目录

载具的受力、坐标与运动控制

第一章　绪论

1.1　概念分类与应用

1.2　发展历程与趋势

1.3　组成与架构

1.4　坐标系与控制原理

1.5　装配与调试

1.6　RflySim工具链

1.7　学习路线与实验案例

1.8　习题与课堂讨论

本节 5 个教学单元

1.4.1 控制原理区别　教材第1.2.2节

1.4.2 机架构型与坐标系　教材第1.2.3.1–1.2.3.2节

1.4.3 姿态表示方法　教材第1.2.3.3–1.2.3.4节

1.4.4 多旋翼控制原理　教材第1.2.3.5节

1.4.5 欠驱动系统　教材第1.2.3.6节

1.4.5 欠驱动系统：自由度定义与计算

描述构型需要几个独立变量

自由度：确定构型（位置与姿态）的独立参数个数，由模型与约束决定。

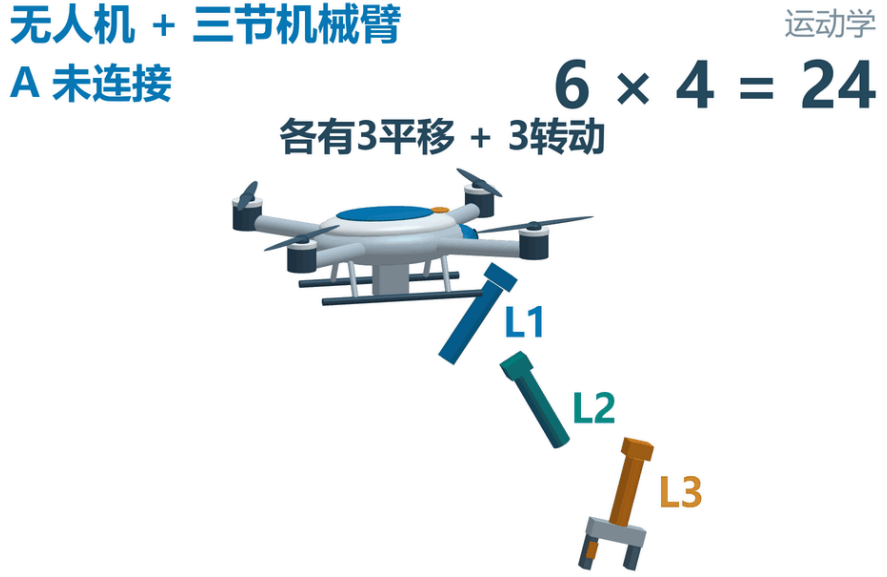
系统	自由度	为什么
空间自由刚体	6	三个平移与三个旋转
刚体近似无人机	6	不受地面约束，同空间自由刚体
理想平面车体	3	两个位置与一个朝向
多刚体机构	$6N - \sum f_i$	N个刚体共$6N$，减去各连接的约束数

自由度来自所用模型及几何约束，不等于电机数量或可控输入数量。

1.4.5 欠驱动系统：自由度定义与计算·多刚体

多刚体自由度：自由运动减去独立约束

- **刚体计数：** 式(1.1)为$6N - \sum f_i$；
  机体与三节臂$N = 4$，未连接时$6N = 24$。
- **转动副：** 每个关节只保留1个相对转动，
  即$f_i = 5$（限制3个平移、2个转动）。
- **浮动基座：** 3个关节共施加15个独立约束，
  余9个自由度：机体6个、关节3个。
- **机体固定：** 支架约束机体的6个自由度，
  只剩3个关节自由度；本例为开链。



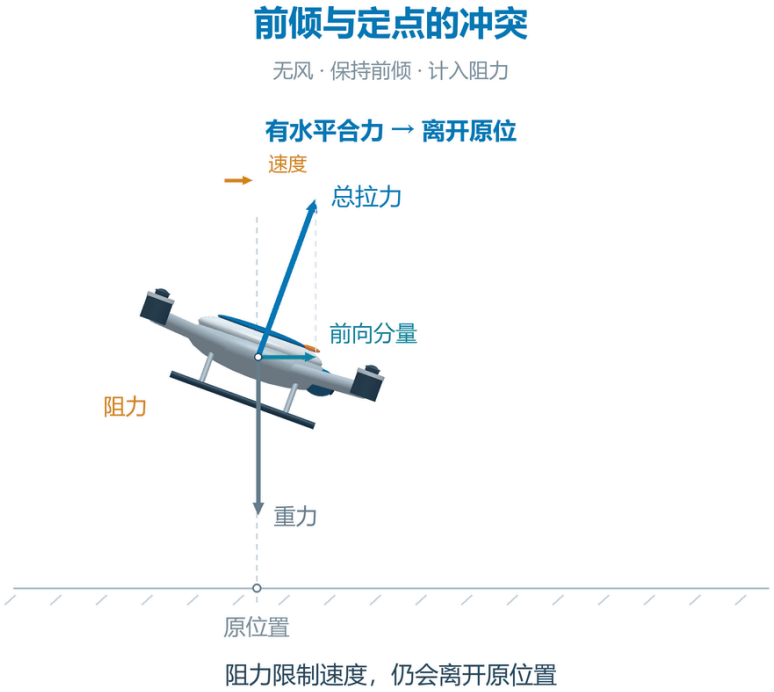
图：三节机械臂的自由度与约束

自由度由刚体、基座与独立约束共同确定，重复描述的约束只计一次。

1.4.5 欠驱动系统：欠驱动系统控制原理

欠驱动：独立控制输入少于自由度

- **定义：**独立控制输入数少于自由度数，这样的系统称为欠驱动系统。
- **常规多旋翼：**6个自由度，只有总拉力和3个力矩共4个独立输入，拉力始终沿桨轴方向。
- **直接后果：**无水平外力时悬停须保持水平，要水平加速须先倾斜。
- **判断补充：**输入个数够了，还要看它们能否产生相互独立的力和力矩。



欠驱动限制同时指定的运动目标，但不等于系统无法完成有用轨迹。

1.4.5 欠驱动系统：典型约束

输入与接触条件限制瞬时运动

以下为简化模型；输入个数相同，能独立产生的力与力矩仍可能不同。

典型系统	自由度	独立输入	运动限制
常规多旋翼	6	4	无水平外力时 不能倾斜静止悬停
常规平面车	3	2	不能瞬时横移 需沿可行路径转向
传统固定翼	6	约4	依赖相对气流 不能常规静止悬停

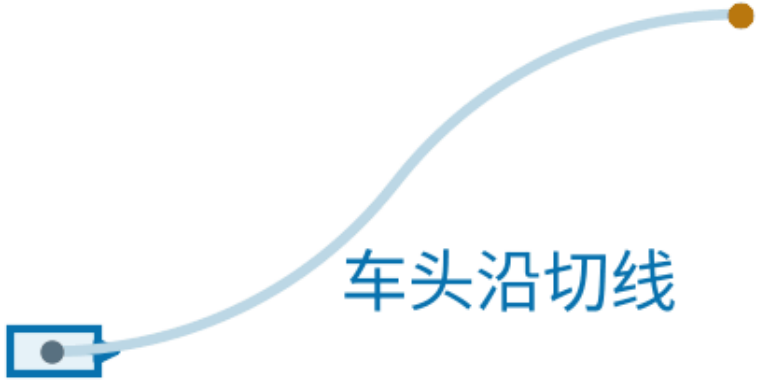
执行方式与接触条件约束瞬时运动，轨迹的可行性也受这些约束限制。

1.4.5 欠驱动系统：可行路径

平面车不能瞬时侧移，但可沿路到侧方

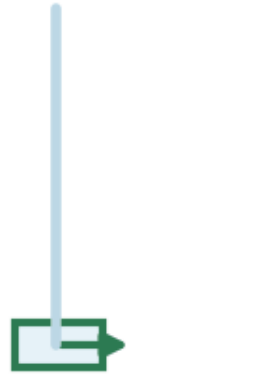
常规车：先左转再右转

轴距0.50 m；转角±20°；两段各1.25 m



终点约前进2.17 m、侧向1.06 m

全向轮：直接侧移



车头方向不变

图：常规车转向与全向轮侧移对照（理想运动学仿真）

瞬时速度受输入与接触约束，最终位置可通过转向路径改变。

1.4.5 欠驱动系统：指令组合

“3＋1”接口：运动目标并非电机指令

“3＋1”表示4个上层目标量；位置控制按所需拉力方向确定滚转与俯仰。

上层目标组合	维度示例	使用意图
期望姿态＋总油门	3＋1	姿态目标与拉力水平
期望速度＋偏航角速度	3＋1	连续运动与转向
期望位置＋偏航角	3＋1	航点与定点保持

上层选择相容的运动目标，下层才能在执行能力内协调姿态与拉力。

课堂讨论与参考

把参考系、受力与输入约束连起来

- **水平运动：**常规多旋翼向前加速为何通常需低头？
  倾斜总拉力产生水平分量；固定翼由推进器提供前向推力。
- **姿态奇异：**ZYX欧拉角在$\theta = \pm 90°$处奇异，附近敏感；
  穿越时反解可能跳变，内部可用四元数或旋转矩阵。
- **平面轮系：**四轮速等于四自由度吗？理想麦克纳姆底盘
  可独立调两向平移和偏航，只有3个车体平面自由度。
- **次序验算：**取$\psi = 90°, \phi = 30°$，按列向量求机头方向：
  用$R_z R_x$得$(0,1,0)^{\mathrm{T}}$，用$R_x R_z$约得$(0,0.87,0.5)^{\mathrm{T}}$；前者滚转不改机头方向。

运动判断取决于模型、方向约定、受力关系及控制能力。

本节小结

从方向约定走到可实现的运动

- **执行与受力：**识别执行机构、作用介质和力臂，再分析整体力与力矩。
- **坐标与姿态：**位置标明原点，向量标明参考系，
  姿态参数标明顺序与正方向。
- **闭环与约束：**控制器依据状态计算控制量，
  分配器在输出能力内求各路执行指令。
- **下一节：**进入装配与调试，
  把机架、供电、传感器和执行器的接口关系落实到实物。

坐标、姿态与受力模型一致，控制分配才有明确的物理意义。