实验名称及目的

实验名称

分模块建立四旋翼的六自由度模型

实验目的

了解旋翼类无人机的运动机理及其统一建模框架，划分好子系统之后可以用辨识得到的模型替换子模块（例如动力系统模型）

关键知识点

实验效果

文件目录

例程目录：
[安装目录]\RflySimAPIs\4.RflySimModel\2.AdvExps\e12_ModelTempId\3.ModelingTemp\assets\bk

文件夹/文件名称	说明

运行环境

序号	软件要求	硬件要求	
		名称	数量

序号	软件要求	硬件要求	
1	Windows 10及以上版本	笔记本/台式电脑①	1
2	RflySim工具链		
3	MATLAB 2017B及以上③		
：推荐配置请见：https://rflysim.com/			

实验步骤

5.1. 必做实验：分模块构建四旋翼动力学模型

在matlab中打开本实验目录，在当前目录新建一个空白的Simulink，根据下述步骤逐步构建四旋翼飞行器的动力学模型

Step 1：动力单元模块设计

动力单元模块的传递函数形式如下

$$\varpi = \frac{1}{T_m s + 1}\varpi_{ss}$$

由于Simulink中传递函数模块不便于设置初始条件，为便于计算初始状态不为0的情况，将上述模块写成等价的状态方程形式，令状态变量

$$x = T_M \varpi$$

，输入

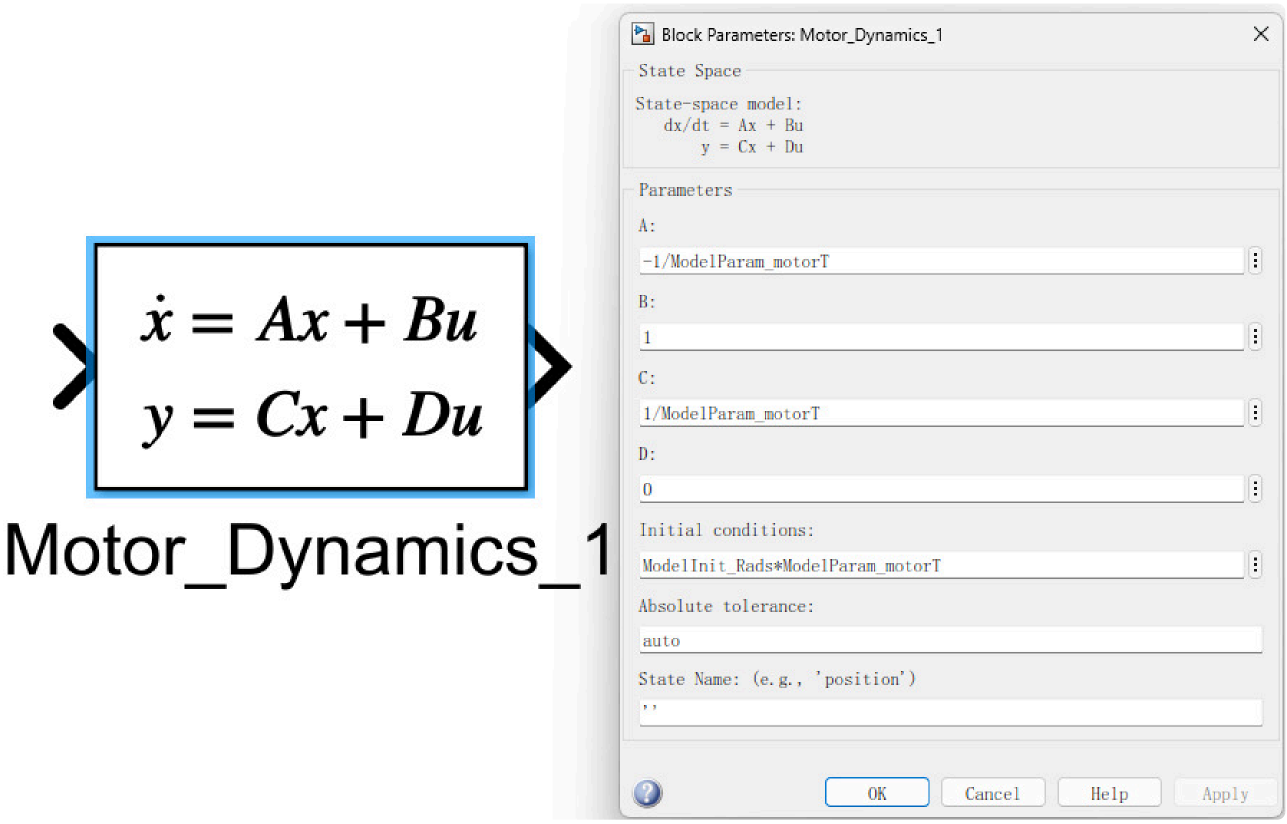
$$u = \varpi_{ss}$$

，输出

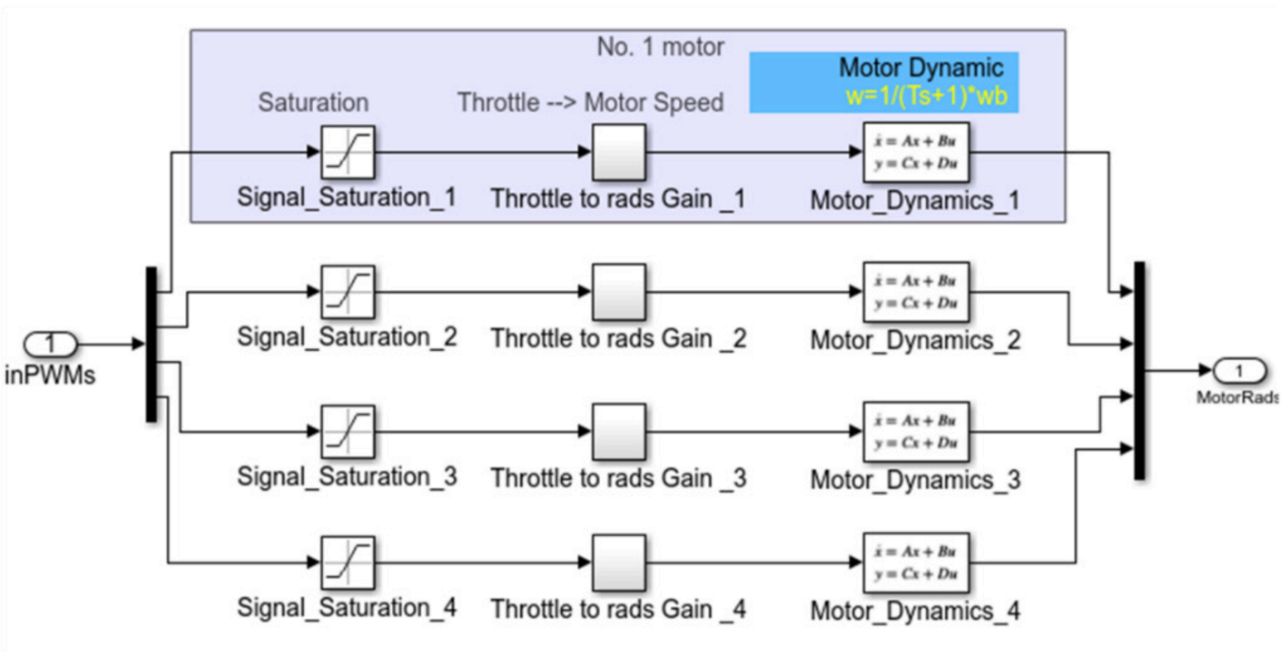
$$y = \varpi$$

，则有：

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{1}{T_m}x + u \\ y = \frac{1}{T_m}x \end{cases}$$



动力单元模型整体建模如下（这里只设置了4个电机）



其中Throttle to rads Gain（油门到转速增益）如下建立

Step 2：控制效率模块

螺旋桨产生的力和力矩

$$f=\sum_{i=1}^{4} T_i=c_{\mathrm{T}}\left(\varpi_1^2+\varpi_2^2+\varpi_3^2+\varpi_4^2\right)$$

Fb = [0; 0; -sum(Ct*(w.^2))]; % thrust

$$\begin{aligned}
\tau_x &= dc_T\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_1^2+\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_2^2+\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_3^2-\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_4^2\right)\\
\tau_y &= dc_T\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_1^2-\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_2^2+\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_3^2-\frac{\sqrt{2}}{2}\varpi_4^2\right)\\
\tau_z &= c_M\left(\varpi_1^2+\varpi_2^2-\varpi_3^2-\varpi_4^2\right)
\end{aligned}$$

M_rctcm = [-sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct;

sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct;

Cm, Cm, -Cm, -Cm];

Mb = M_rctcm*(w.^2); % torque

空气阻力和力矩

Fd = -Cd*Vb.*abs(Vb)*0.5; % aerodynamic force

Md = -Cdm.*wb.*abs(wb); % aerodynamic moment

陀螺力矩

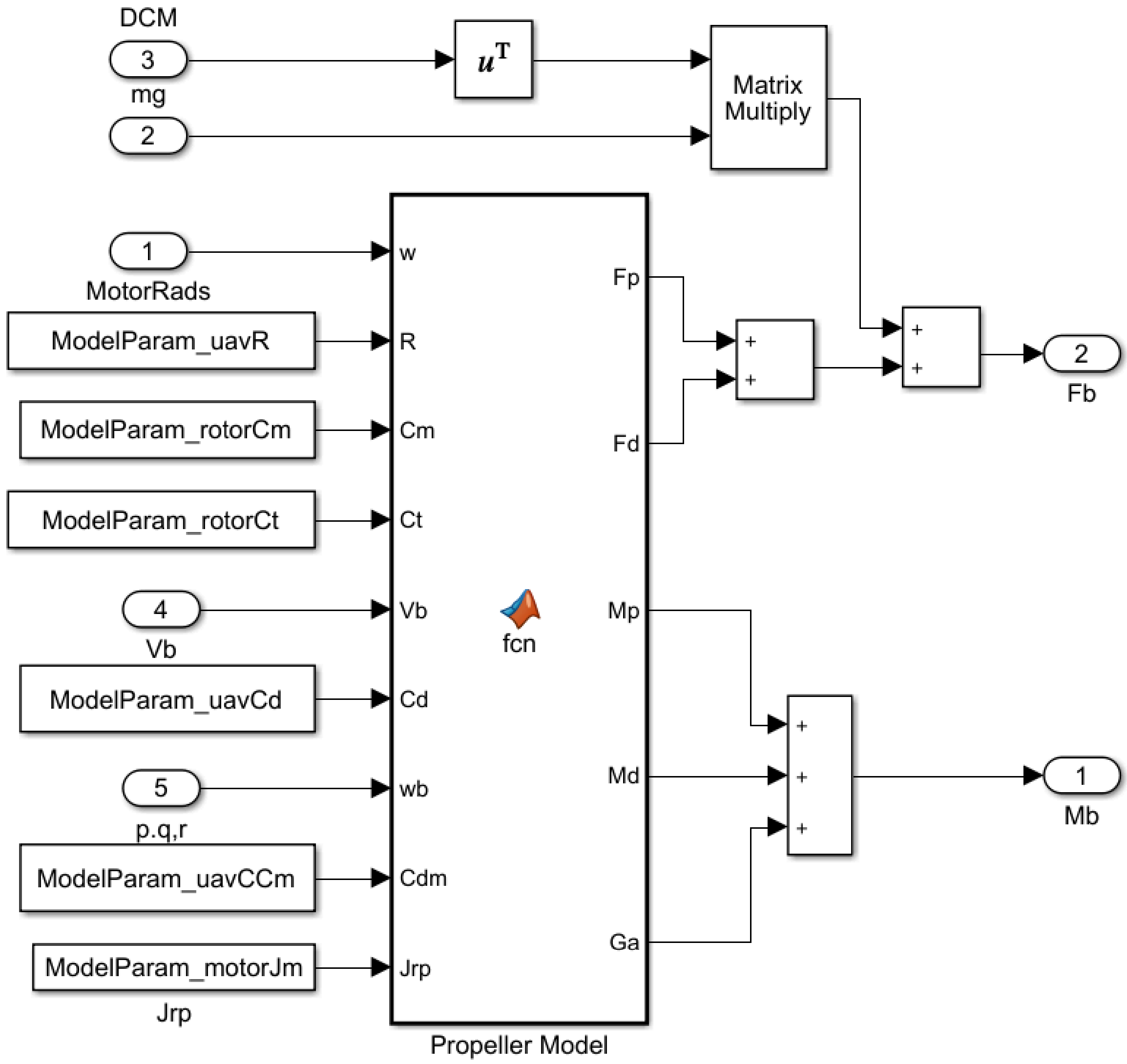
$$\left\{\begin{array}{ll}
G_{a,\phi} & =\sum_{k=1}^{4} J_{RP}\omega_{y_b}(-1)^{k+1}\varpi_k\\
G_{a,\theta} & =\sum_{k=1}^{4} J_{RP}\omega_{x_b}(-1)^{k}\varpi_k\\
G_{a,\psi} & =0.
\end{array}\right.$$

Ga = zeros(3,1);

Ga(1) = Jrp*wb(2)*(w(1) + w(2) - w(3) - w(4));

Ga(2) = Jrp*wb(1)*(-w(1) - w(2) + w(3) + w(4));

可得“控制效率模块”搭建如下所示。



Propeller Model（各螺旋桨力和力矩分配）实现如下

Propeller Model

```matlab
function [Fb, Fd, Mb, Md, Ga] = fcn(w, R, Cm, Ct, Vb, Cd,wb, Cdm, Jrp)
 %Function description:
 %  Obtain the force and torque acting on the body. The airframe of the
 %  quadrotor is as follows:
 %3↓   1↑
 %  \ /
 %  / \
 %2↑   4↓
 %↑ stands for counterclockwise and ↓stands for clockwise.
 %Input:
 %  w: motor speed, unit: rad/s
 %  R: body radius(m)
 %  Cm: torque coefficient
 %  Ct: thrust coefficient
 %  Vb: aircraft speed in the body coordinate system
 %  Cd: damping coefficient
 %  wb: angular velocity in the body coordinate system
 %  Cdm: damping moment coefficient vector
 %  Jrp:  moment of inertia of motor rotor + propeller
 %Output:
 %  Fb: thrust under the body coordinate system
 %  Fd: aerodynamic force under the body coordinate system
 %  Mb: torque under the body coordinate system
 %  Md: aerodynamic moment
 %  Ga: gyro moment
 M_rctcm = [-sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct;
            sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct;
            Cm, Cm, -Cm, -Cm];
 Mb = M_rctcm*(w.^2);  % torque

 Fb = [0; 0; -sum(Ct*(w.^2))];  % thrust
 Fd = -Cd*Vb.*abs(Vb)*0.5;  % aerodynamic force
 Md = -Cdm.*wb.*abs(wb);  % aerodynamic moment
 % gyro moment
 Ga = zeros(3,1);
 Ga(1) = Jrp*wb(2)*( w(1) + w(2) - w(3) - w(4));
 Ga(2) = Jrp*wb(1)*(-w(1) - w(2) + w(3) + w(4));
end
```

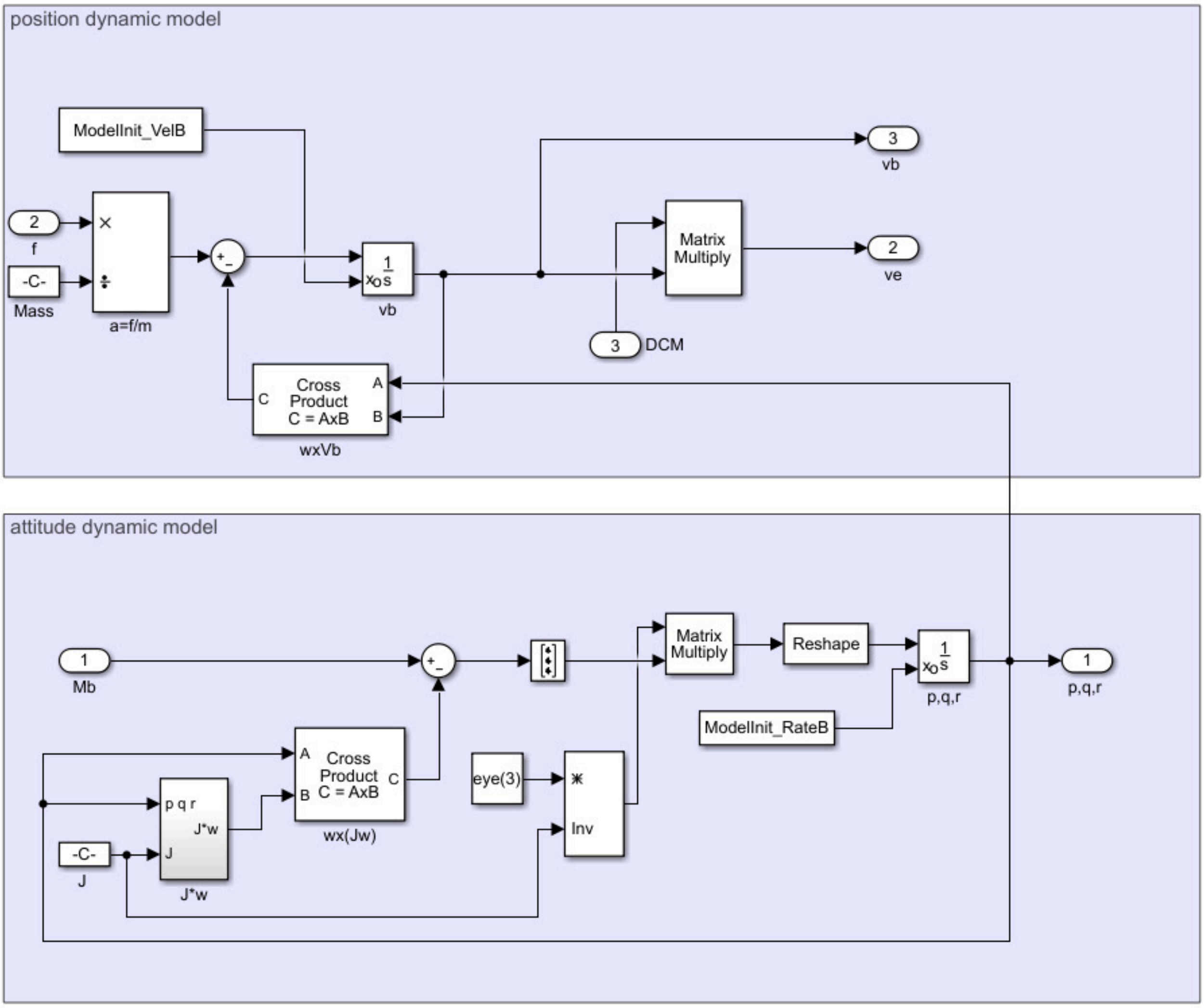
Step 3：刚体动力学模块设计

位置动力学模型

$$\dot{\mathbf{v}} = -[\omega]_{\times}\mathbf{v} + \frac{\mathbf{F}}{m}$$

姿态动力学模型

$$\mathbf{J}\cdot\dot{\omega} = -\omega \times (\mathbf{J}\cdot\omega) + \mathbf{M}$$



Step 4：刚体运动学模块设计

位置与速度

$$\dot{\ } =$$

四元数姿态表示与角速度

$$\dot{\mathbf{q}}_e^b = \frac{1}{2}\left[\begin{matrix}0 & -{}^b\omega^T \\ {}^b\omega & -[{}^b\omega]_\times\end{matrix}\right]\mathbf{q}_e^b \leftrightarrow \begin{cases}\dot{q}_0 = -\frac{1}{2}\mathbf{q}_v^T\cdot \\ \dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2}\left(q_0\mathbf{I}_3 + [\mathbf{q}_v]_\times\right)\end{cases}$$

qdot = 0.5*[0, -pqr(1), -pqr(2), -pqr(3); pqr(1), 0, pqr(3), -pqr(2); pqr(2), -pqr(3), 0, pqr(1); pqr(3), pqr(2), -pqr(1), 0]*q;

初始姿态欧拉角转为四元数

$$\mathbf{q}_e^b = \begin{bmatrix} \cos\frac{\phi}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\phi}{2}\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\psi}{2} \\ \sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\psi}{2} - \cos\frac{\phi}{2}\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\psi}{2} \\ \cos\frac{\phi}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\psi}{2} \\ \cos\frac{\phi}{2}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\psi}{2} - \sin\frac{\phi}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\psi}{2} \end{bmatrix}$$

q0 = cos(EulerAngle(1)/2)*cos(EulerAngle(2)/2)*cos(EulerAngle(3)/2) + sin(EulerAngle(1)/2)*sin((EulerAngle(2)/2))*sin((EulerAngle(3)/2));

q1 = sin(EulerAngle(1)/2)*cos(EulerAngle(2)/2)*cos(EulerAngle(3)/2) - cos(EulerAngle(1)/2)*sin((EulerAngle(2)/2))*sin((EulerAngle(3)/2));

q2 = cos(EulerAngle(1)/2)*sin(EulerAngle(2)/2)*cos(EulerAngle(3)/2) + sin(EulerAngle(1)/2)*cos((EulerAngle(2)/2))*sin((EulerAngle(3)/2));

q3 = cos(EulerAngle(1)/2)*cos(EulerAngle(2)/2)*sin(EulerAngle(3)/2) - sin(EulerAngle(1)/2)*sin((EulerAngle(2)/2))*cos((EulerAngle(3)/2));

q = [q0 q1 q2 q3]';

四元数归一化（此时才可用于旋转姿态表示）

四元数姿态表示转为旋转矩阵（由地面系到机体系）

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}_\mathbf{e}^\mathbf{b}) \triangleq \begin{bmatrix} q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1q_2-q_0q_3) & 2(q_1q_3+q_0q_2) \\ 2(q_1q_2+q_0q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2 & 2(q_2q_3-q_0q_1) \\ 2(q_1q_3-q_0q_2) & 2(q_2q_3+q_0q_1) & q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2 \end{bmatrix}$$

Reb = [q(1)*q(1) + q(2)*q(2) - q(3)*q(3) - q(4)*q(4), 2*(q(2)*q(3) - q(1)*q(4)), 2*(q(2)*q(4) + q(1)*q(3))

2*(q(2)*q(3) + q(1)*q(4)), q(1)*q(1) - q(2)*q(2) + q(3)*q(3) - q(4)*q(4), 2*(q(3)*q(4) - q(1)*q(2))

2*(q(2)*q(4) - q(1)*q(3)), 2*(q(3)*q(4) + q(1)*q(2)), q(1)*q(1) - q(2)*q(2) - q(3)*q(3) + q(4)*q(4)];

四元数姿态表示转为欧拉角（角度有限制）

$$\begin{cases} \phi = \arctan\frac{2(q_0q_1+q_2q_3)}{1-2(q_1^2+q_2^2)} \\ \theta = \arcsin(2(q_0q_2-q_1q_3)) \\ \psi = \arctan(\frac{2(q_0q_3+q_1q_2)}{1-2(q_2^2+q_3^2)}) \end{cases}$$

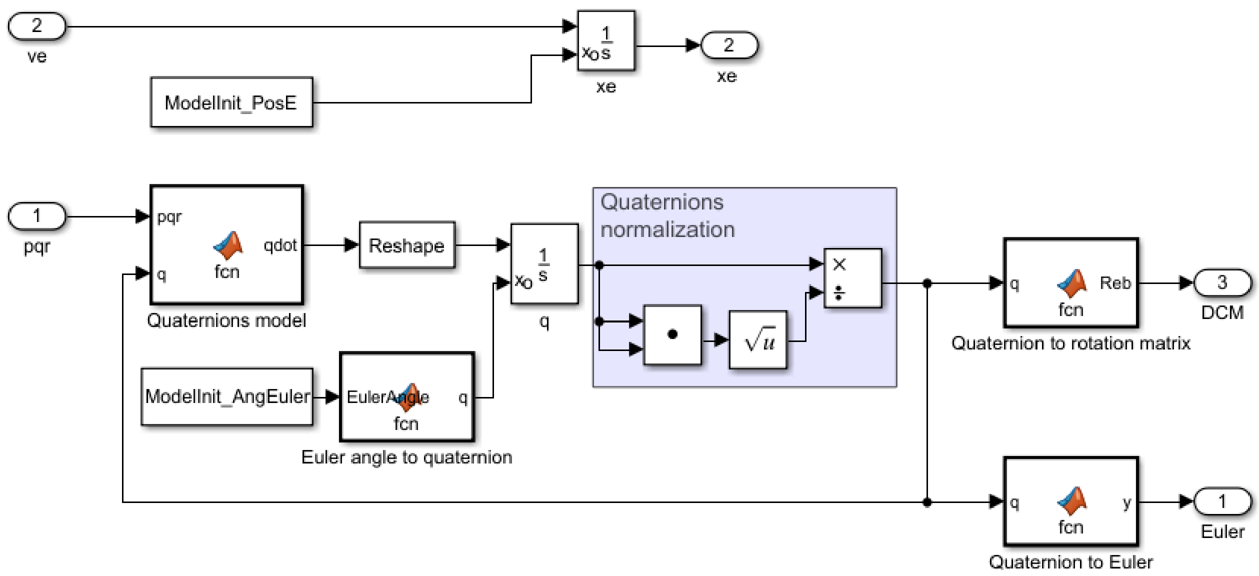
phi = atan2(2*(q(1)*q(2) + q(3)*q(4)), (1 - 2*(q(2)*q(2) + q(3)*q(3))));

theta = asin(2*(q(1)*q(3) - q(2)*q(4)));

psi = atan2(2*(q(1)*q(4) + q(2)*q(3)), (1 - 2*(q(3)*q(3) + q(4)*q(4))));

y = [phi theta psi];

整体位姿运动学模型如下：



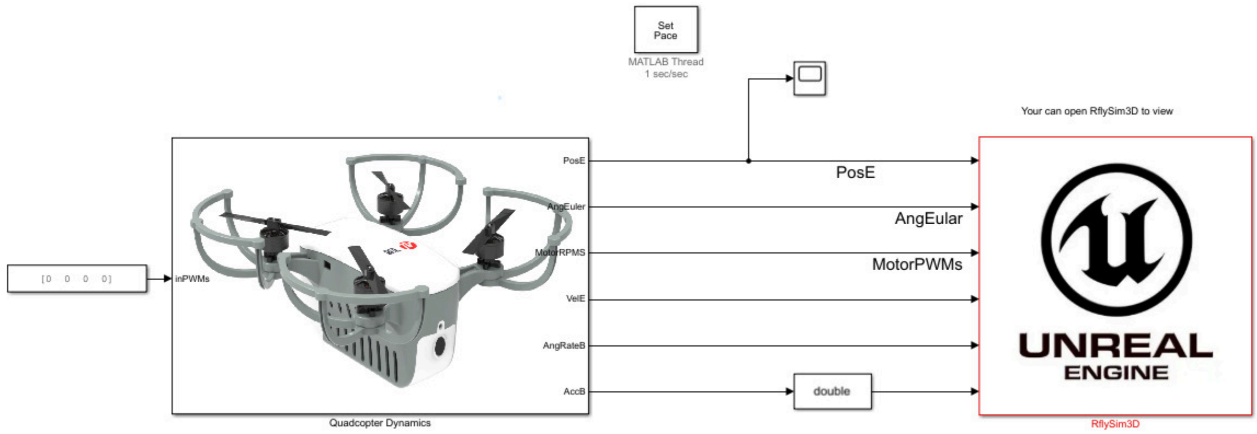
Step 5：整体模块连接

将上述模型封装成子模块，刚体控制模块、动力单元模块和控制效率模块连接情况如下图所示。

5.2. 必做实验：模型仿真验证

Step 1：在Simulink动力学模型中添加3D显示模块

打开code\dynamics.slx文件，如图接入三维显示模块，会将模型真值发送给RflySim3D



Step 2：运行Simulink动力学模型驱动三维模型

打开MATLAB软件，在MATLAB中打开Init.m文件，点击运行。

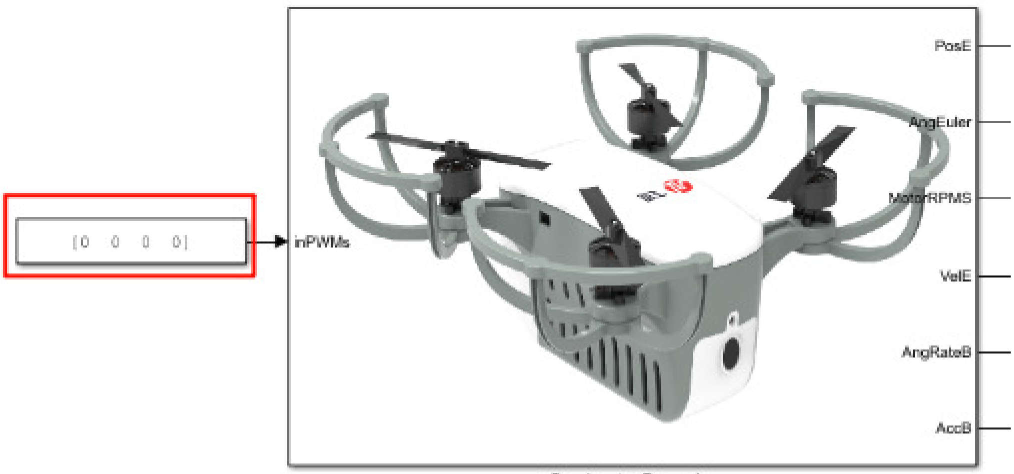
打开[code\dynamics.slx](file:///D:\RflySimAPIs\FS_CurRes\《多旋翼无人飞行器控制系统开发》课程资源\模块2_动态系统设计与建模\实验3_四旋翼运动模型的建立和匹配\code\dynamics.slx)文件，同时打开一个RflySim3D，运行Simulink，观察RflySim3D中的模型运动是否准确

如图pwm输入为0，四旋翼从100m的位置下落，下落过程中由于阻力随速度增加，z方向的加速度减小

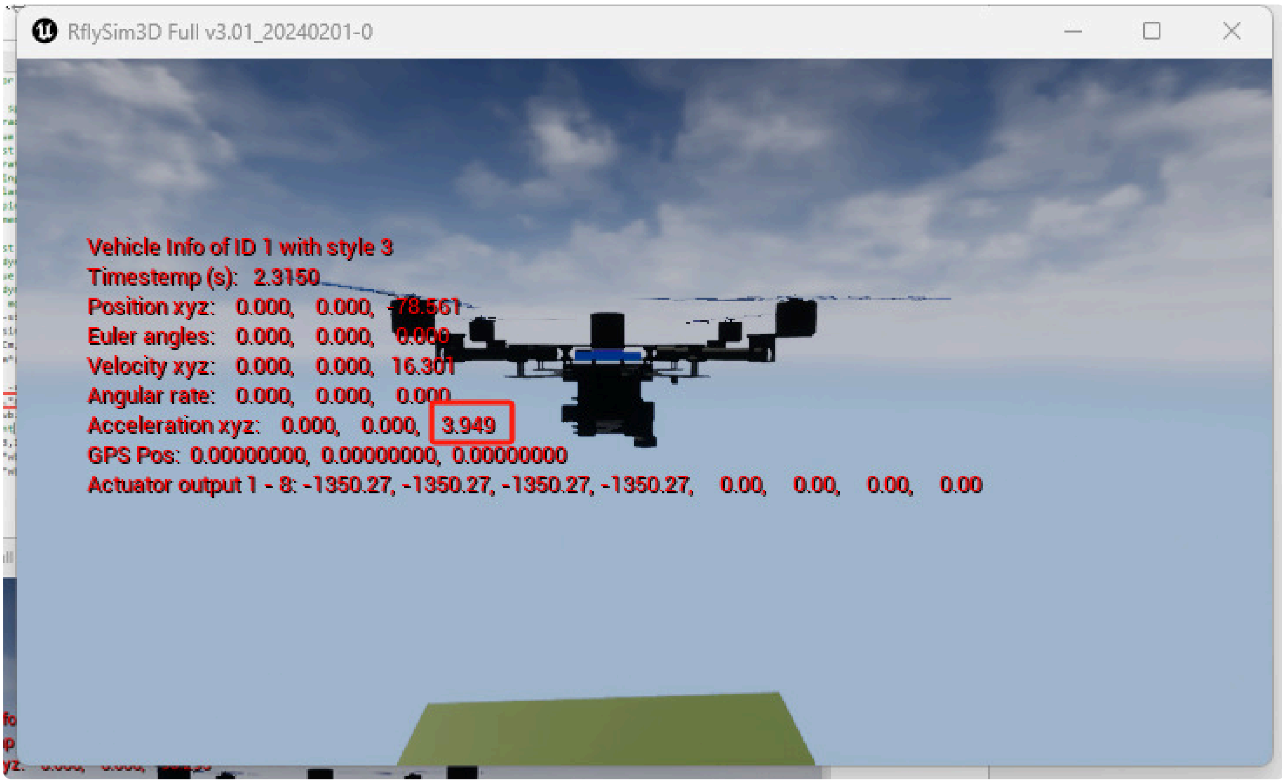
Propeller Model

```
%↑ stands for counterclockwise and ↓stands for clockwise.
%Input:
%  w: motor speed, unit: rad/s
%  R: body radius(m)
%  Cm: torque coefficient
%  Ct: thrust coefficient
%  Vb: aircraft speed in the body coordinate system
%  Cd: damping coefficient
%  wb: angular velocity in the body coordinate system
%  Cdm: damping moment coefficient vector
%  Jrp:  moment of inertia of motor rotor + propeller
%Output:
%  Fb: thrust under the body coordinate system
%  Fd: aerodynamic force under the body coordinate system
%  Mb: torque under the body coordinate system
%  Md: aerodynamic moment
%  Ga: gyro moment
M_rctcm = [-sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct;
           sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct, sin(pi/4)*R*Ct, -sin(pi/4)*R*Ct;
           Cm, Cm, -Cm, -Cm];
Mb = M_rctcm*(w.^2);  % torque

Fb = [0; 0; -sum(Ct*(w.^2))];  % thrust
Fd = -Cd*Vb.*abs(Vb)*0.5;  % aerodynamic force
Md = -Cdm.*wb.*abs(wb);  % aerodynamic moment
% gyro moment
Ga = zeros(3,1);
Ga(1) = Jrp*wb(2)*( w(1) + w(2) - w(3) - w(4));
Ga(2) = Jrp*wb(1)*(-w(1) - w(2) + w(3) + w(4));
end
```



Quadcopter Dynamics

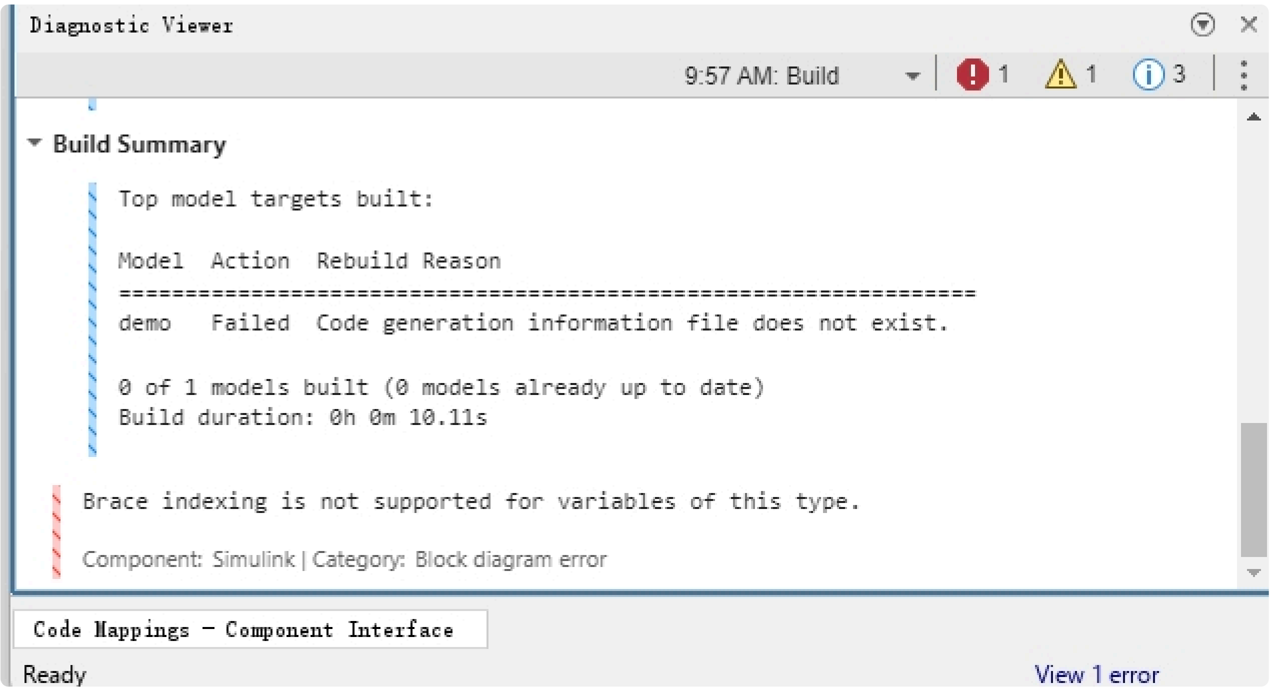


参考资料

1. Quan Quan. Introduction to Multicopter Design and Control. Springer, Singapore, 2017.
2. 全权,杜光勋,赵峙尧,戴训华,任锦瑞,邓恒译.四旋翼飞行器设计与控制[M],电子工业出版社,2018.
3. 全权,戴训华,王帅.四旋翼飞行器设计与控制实践[M],电子工业出版社,2020

常见问题

Q1：未正确安装visual studio c++编译环境并配置mex，导致Simulink文件编译失败



A1：首先将低于当前MATLAB版本的Visual Studio C++编译环境安装到VS默认安装目录，然后在MATLAB的命令行窗口中输入指令“mex -setup”，一般来说会自动识别并安装上支持的编译器，命令行显示“MEX 配置使用‘Microsoft Visual C++ 2017’以进行编译”的字样说明安装正确。详细环境配置参考”[RflySim平台安装目

录]\RflySimAPIs\4.RflySimModel\API.pdf“中的环境配置

Q2：编译报错，无法加载库文件

A2：这可能是由于安装平台时PX4PSP工具箱未更新到最新版，更新RflySim安装包后按照如下配置重新安装平台即可